نشریه علمی- پژوهشی مهندسی هوانوردی
سال بیست و هشتم، شماره اول، بهار و تابستان 1405

تحلیل کمانش ورق ضخیم چند لایه مرکب با سیم‌های حافظه‌دار و جرم متصله با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی

کرامت ملک‌زاده فرد[1]، علیرضا پورمواید[2*]، رضا علیزاده یلوجه[3]

1- استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء (ص)، تهران، ایران
3- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
(دریافت مقاله: 1404/03/01 تاریخ پذیرش: 1404/07/28)

چکیده

در این تحقیق برای اولین بار کمانش ورق‌های کامپوزیتی نسبتاً ضخیم با سیم‌های حافظه‌دار به همراه جرم متصله گسترده مورد بررسی قرارگرفته است. تئوری اصلی مورد استفاده در این تحقیق، تئوری برشی کانت مرتبه 9 می‌باشد. جرم متصله در این تحقیق به صورت یک ورق کامپوزیتی است که در مرکز ورق کامپوزیتی مستطیلی چندلایه واقع گردیده و سیم‌های حافظه‌دار نایتینول در ورق اصلی کامپوزیتی تعبیه شده‌اند. در مقاله حاضر برای اولین بار اثرات ناشی از اعمال سیم حافظه‌دار در ورق کامپوزیتی و جرم متصله گسترده روی نیروی کمانش ورق مورد بررسی قرار گرفته است. برای حل معادلات از روش حل گالرکین استفاده شده است. نتایج حاصل از این پژوهش نشان داد که برای یک ورق کامپوزیتی حافظه‌دار با جرم متصله در مرکز با تئوری مرتبه بالای برشی مقدار بار بحرانی کمانشی با کاهش نسبت A/a (افزایش ابعاد جرم متصله) افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار نیروی کمانشی به‌صورت خطی افزایش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: ورق کامپوزیتی ضخیم، تئوری برشی کانت، آلیاژ حافظه‌دار، سیم‌های حافظه‌دار نایتینول، جرم متصله

Buckling analysis of thick multilayer composite plate with shape memory alloy wires and attached mass using higher-order shear theory

Keramat Malekzadeh Fard, Alireza Pourmoayed, Reza Alizadeh Yalujeh

Abstract

In this study, for the first time, the buckling of relatively thick composite plates with shape memory wires and with an extended attached mass was investigated. The main theory used in this research is Kant's 9th-order shear theory. The attached mass in this study is a composite sheet located in the middle of a rectangular multilayer composite sheet, and nitinol shape memory wires in the main composite plate were embedded In this paper, for the first time, the effects of applying shape memory wires in a composite plate and an extended attached mass on the plate buckling force have been investigated. The Galerkin solution method to solve the equations was used. The results of this study showed that for a shape memory composite plate with a attached mass in the middle with high-order shear theory, the critical buckling load increases with decreasing A/aa ratio (Increasing the dimensions of the attached mass). The buckling force of the memory wires also increases linearly with the increase in the volume fraction.

Key words: *Thick composite plate, Kant shear theory, Shape memory alloy, Nitinol shape memory wires, attached mass*

* نویسنده پاسخگو: علیرضا پورمواید.، تلفن: 02133228535، پست الکترونیک: A.pourmoayed@khadu.ac.ir
این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس از آدرس https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمایید.

مقدمه

استفاده از سازه‌های کامپوزیتی در صنایع هوافضا، خودرو، عمران و دیگر کاربردهای مهندسی گسترش زیادی داشته است. دلیل این امر زیاد بودن نسبت سفتی به وزن آن‌ها در قیاس با مواد معمولی می‌باشد. در دهه‌های گذشته تحقیقات بسیاری برای تحلیل ورق‌های کامپوزیتی نسبتاً ضخیم صورت گرفته است. کامپوزیت‌ها و یا مواد مرکب، مواد کاملاً جدیدی نیستند. این مواد از دو یا چند جزء مجزا و یا فاز تشکیل شده‌اند و از این رو می‌توانیم، آجرها و خشت‌های گلی تقویت‌شده با کاه که در تمدن‌های قدیم مورد استفاده قرار می‌گرفتند را در زمره مواد مرکب محسوب نمود. کمانش را می‌توان به عنوان پدیده‌ای نگریست که در آن سازه تحت بار فشاری دستخوش تغییرات جزئی یا سراسری در پیکره خود می‌شود. به عنوان نمونه، ستون عمودی در معرض بار فشاری دچار کمانش در قالب خم شدن به پهلو شده، یا استوانه تحت‌فشار، به صورت مچاله شدن سطحش تحت بار خارجی دچار کمانش می‌شود. کمانش در ورق‌ها از آنجایی مهم است که بدون هشدار و به صورت فاجعه‌آمیزی اتفاق می‌افتد. همچنین باری که در آن سازه تحت نیروهای اعمالی (فشاری) دچار کمانش می‌شود را بار بحرانی کمانش می‌گویند.

آلیاژهای حافظه‌دار مواد تقریباً جدیدی هستند که دارای خواصی مانند حافظه‌داری سوپرالاستیسیته و میرایی بالا می‌باشند. از خواص متمایز آلیاژهای حافظه‌دار، یکی این که دارای دو فاز جامد کاملاً متفاوت هستند که هر کدام ساختمان کریستالی متفاوت و درنتیجه خواص متفاوت دارند.1- فاز دمای بالای آستنیت[1] و 2-فاز دمای پایین مارتنزیت[2]. ویژگی متمایز بعدی عکس‌العمل شدید این مواد نسبت به برخی از پارامترهای ترمودینامیکی و مکانیکی (از قبیل میدان الکتریکی، مغناطیسی و حرارتی) و قابلیت بازگشت به شکل اولیه در اثر اعمال پارامترهای مذکور است به گونه‌ای که می‌تواند رفتار کلی سیستم را بهبود بخشد. وقتی یک آلیاژ معمولی تحت بار خارجی بالاتر از حد الاستیک قرار می‌گیرد، تغییر شکل پلاستیک می‌دهد. در فلزات می‌توان، پارامترهایی چون تغییرشکل، تغییرمکان، کشش، انقباض، انبساط، خمش و پیچش را با دما به عنوان تنها عامل فعال‌ساز ایجاد کرد. این اثر به نام اثر حافظه شکل[3] شناخته می‌شود و به همین دلیل این آلیاژها به نام آلیـاژهای حافظه‌دار معروف شدند که این آلیاژها را SMA[4] نیز می‌نامند [1]. به خاطر خواص نیروی زیاد در طول تغییرشکل، تحریک زیاد با تغییرات دمایی کوچک و کاربری ساده، به خاطر عدم نیاز به ابزار ویژه (فقط حرارت)؛ آلیاژهای حافظه‌دار در زمینه‌های وسیعی از جمله کنترل ارتعاش سازه‌های فضایی، کنترل ارتعاش سطوح کنترلی هواپیماها و حتی در شبیه‌سازی‌های پزشکی مورد استفاده قرار گرفته است.

مفهوم استحالهٔ ترموالاستیکی که استحالهٔ برگشت‌پذیر مارتنزیت را تبیین می‌کند در سال 1949 توسط کوردجومو و خاندروس[5] معرفی گردید و بر پایه مشاهدات آزمایشگاهی از ساختار مارتنزیت حرارتی برگشت‌پذیر آلیاژهای مس- روی- آلومینیوم استوار است [2]. چند سال بعد چانگ و رد[6] اولین گزارش‌ها را از پدیده "بازیابی شکل" ارائه دادند. انقلاب کاربردهای مهندسی با کشف NiTi توسط بوهلر[7] و همکارانش در سال 1962 اتفاق افتاد که در حال بررسی مواد مناسب برای حفاظ‌های حرارتی بودند. در سال‌های اول دهه 60 میلادی "موسسه بوهلر اورجینال تسک[8]" در جستجوی فلزی با خاصیت نقطه ذوب بالا و استحکام ضربه‌ای بالا برای مخروط دماغه موشک سابروک[9] نیروی دریایی بود. آن‌ها ملاحظه کردند که آلیاژ نیکل-تیتانیوم بیشترین مقاومت به ضربه را به همراه خواص رضایت‌بخش الاستیسیته، انعطاف‌پذیری (چکش‌خواری) و خستگی از خود نشان می‌دهد. در 1965 میلادی، محققان نشان دادند، افزودن یک المان آلیاژی سوم مشابه کبالت یا آهن به سیستم NiTi منجر به کاهش چشمگیر در دمای استحالهٔ SMA می‌گردد [3]. SMA های دما بالا[10] نظیر TiPd و TiPt و TiAu(با دماهای استحالهٔ بزرگ‌تر از $100^{\circ}C$) نیز تقریباً در ابتدای 1970 توسعه یافتند. این تحقیقات ادامه داشت تا اینکه در 1999، میازاکی[11] عمر خستگی بهبودیافته را برای NiTiCu

[1] Austenite (A)
[2] Martensite (M)

[3] shape memory effect (SME)
[4] Shape Memory Alloys
[5] Kurdjumov and Khandros
[6] Chang and Read
[7] Buehler
[8] Buehler’s original task
[9] Subroc
[10] High Temperature SMA (HTSMA)
[11] Miyazaki

را ارائه نمود [4]. راجپوت و همکاران[1] [5] بررسی مفهوم کلی SMA، تاریخچه، اثر حافظه شکل، انواع مختلف SMA، پیشرفت‌های اخیر در تکنیک ساخت SMA و کاربرد آن را به تفصیل مورد بحث قرار داده‌اند. آن‌ها همچنین در این مقاله جدیدترین کاربرد SMA در زمینه خودرو، هوافضا، دریایی، رباتیک، سازه‌ها و زیست پزشکی را ضمن بحث در مورد چالش‌ها و مزایای آن را نیز بررسی نمودند. استاکوویچ[2] و همکارانش [6] علاوه بر بررسی اثر حرارت بر فرکانس طبیعی اول به بررسی تأثیر الیاف SMA بر تغییر دمای بحرانی کمانش ورق کامپوزیت مرکب حافظه‌دار پرداختند و نشان دادند که افزایش پیش‌کرنش و دما سبب افزایش نیروی بحرانی کمانش ورق کامپوزیت می‌شود.

لیو[3] در دانشگاه فناوری دلفت چین در دفاع از تز دکتری خود بر روی محرک‌های آلیاژ حافظه‌دار شکلی برای کاربردهای طراحی مطالعات گسترده‌ای در 6 فصل انجام داده است. از جمله مطالعه‌های ایشان در این تحقیق محرک‌های آلیاژ حافظه‌دار شکلی برای پوشیدنی‌های لمسی، مدل‌سازی و طراحی یک عملگر SMA هدایت‌شده با لوله انعطاف‌پذیر، مدل‌سازی و طراحی یک عملگر لولای SMA برگشت‌پذیر و کیت لولاهای مدولار برای ایجاد اشیاء با قابلیت تغییرشکل بودند [7]. لو[4] و همکارانش [8] خواص ارتعاشی تیر کامپوزیت حافظه‌دار را در شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار دادند و با روش المان محدود نشان دادند که افزایش دما در کامپوزیت با الیاف SMA پیش کشیده شده باعث افزایش فرکانس طبیعی خواهد شد و جهت افزایش نسبت میرایی، باید الیاف بدون پیش‌کشش در کامپوزیت تعبیه شوند. سریواستاوا[5] و همکاران [9] مروری بر جدیدترین کارهای تحقیقاتی در زمینه پوشیدنی‌های هوشمند که مبتنی برSMA همراه با کاربردهای رباتیک برای تعامل انسان و ربات تمرکز دارد را بررسی کردند. علاوه بر این، آن‌ها چالش‌ها و محدودیت‌های آلیاژ هوشمند و موانع فنّاورانه محدودکننده رشد کاربردهای SMA در زمینه پوشیدنی‌های هوشمند را نیز بررسی کردند مجتبی احمدی [10] در کار تحقیقاتی خود، نشان داد تعبیه سیم حافظه‌دار در لایه‌های یک کامپوزیت هیبریدی باعث افزایش مقادیر فرکانس طبیعی سیستم می‌گردد. ژانگ[6] و همکارانش [11] تغییرات فرکانس طبیعی یک نمونه ورق کامپوزیت شامل الیاف SMA را به روش المان محدود بررسی کرده و نشان دادند که اضافه کردن الیاف SMA همراه با افزایش دما باعث افزایش فرکانس خواهد شد. نایر و ناچیموتو[7] [12] خواص مختلف آلیاژهای حافظه‌دار شکلی و کاربردهای آن‌ها در حوزه زیست‌پزشکی که تأثیر قابل‌توجهی بر حوزه علم پزشکی داشته‌اند را مرور کردند. لیو و همکارانش [13] طراحی، خواص مواد و عملکرد یک لولای هوشمند مبتنی بر کامپوزیت‌های پلیمری حافظه‌دار شکلی[8] را بررسی نمودند. آن‌ها مشکل ریز کمانش ورق داخلی لولا با طراحی مسیر خمش را حل نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که لولای 3 لایه از نظر سختی مستقر شده و مورفولوژی سطح، عملکرد بهتری نسبت به لولاهای 2 لایه و 4 لایه دارد. پارک[9] و همکارانش [14] رفتار ارتعاشی ورق کامپوزیت حافظه‌دار را پس از کمانش با استفاده از روش المان محدود و تئوری برشی مرتبه اول، مورد بررسی قرار دادند. نتایج عددی آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش کسرحجمی و مقدار پیش کرنش الیاف SMA، فرکانس طبیعی در ناحیه پیش کمانش ابتدا افزایش‌یافته و سپس با غلبه خیز حرارتی ورق بر تنش بازیافتی، فرکانس کاهش‌یافته تا اینکه کمانش روی دهد. همچنین فرکانس طبیعی ورق حاوی SMA همواره از فرکانس طبیعی همان ورق بدون SMA (در دمای مرجع) کمتر است که این ناشی از افزایش وزن ورق و کاهش خیز حرارتی ناشی از سیم SMA است. سریواستاوا و همکاران در تحقیقی دیگر ساخت یک دستکش هوشمند با یک اتصال لوله‌ای SMA خارجی تعبیه شده برای انگشتان شست، اشاره و وسط را ارائه دادند [15]. در سال 2006 نی[10] و همکارانش [10] مشخصه‌های سختی و ارتعاشات تیر کامپوزیتی حاوی SMA را با آنالیز مکانیکی دینامیکی[11] بررسی کرده و نشان دادند خواص وابسته به دمای ارتعاشی و مشخصه‌های DMA تحت تأثیر اضافه کردن سیم‌های کوتاه SMA است که با افزودن این سیم‌ها فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. خواص منحصر به فرد آلیاژهای

[1] Rajput
[2] Ostachowicz
[3] Liu
[4] Lau
[5] Srivastava

[6] Zhang
[7] Nair, Nachimuthu
[8] Shape memory polymer composites (SMPC)
[9] Park
[10] Qing Ni
[11] DMA

حافظه‌دار شکلی همواره توجه فناوری قابل‌توجهی را در زمینه‌های مختلف علوم و مهندسی، از کاربردهای زیست‌پزشکی گرفته تا هوافضا، به خود جلب کرده است. بر این اساس ویسکوزو[1] و همکاران در تحقیقی وضعیت کاربردهای SMA در حوزه فضایی را ارائه دادند [17]. ژانگ [18] در تحقیقی تیر کامپوزیتی محتوی آلیاژهای حافظه‌دار تحت بارهای حرارتی و مکانیکی را بررسی کرد. وی پس از حل معادلات نشان داد که تنش‌های بازیابی فشاری با غلبه بر تنش‌های داخلی کششی ناشی از حرارت بر تیر باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی تیر می‌شود. ژانگ و همکاران ساخت یک اسکلت بیرونی زانو با سختی متغیر و سبک وزن که توسط آلیاژ حافظه‌دار شکلی هدایت می‌شود را ارائه نمودند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که اسکلت بیرونی سختی متغیر می‌تواند به طور مؤثر خطای رانندگی با سرعت بالا را کاهش دهد [19]. حریری[2] و همکارانش [20] تغییرات فرکانس طبیعی سازه کامپوزیتی حاوی سیم‌های SMA را بررسی کردند. در این کار معادلات حاکمِ با روش آنالیز اغتشاشی انرژی کرنش ورق برسی شده و با استفاده از روش تحلیلی رایلی - ریتز حل گردیده است. نتایج حاصله بیانگر کاهش اندکی در فرکانس طبیعی‌های سیستم پس از تحریک سیم‌های SMA است. زو[3] و همکاران در پژوهشی ربات توانبخشی انگشت انعطاف‌پذیر که توسط سیم آلیاژ حافظه‌دار هدایت می‌شود را پیشنهاد دادند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که ربات توانبخشی ساخته شده می‌تواند به بیماران کمک کند تا بیشتر اشیاء روزانه را با موفقیت در دست بگیرند و الزامات اساسی توانبخشی انگشت را برآورده کنند [21]. شکوه‌فر و همکارانش [22]، یک ورق کامپوزیتی هیبریدی را تحت ضربه سرعت-پایین آنالیز و بهینه کردند. آن‌ها برای آنالیز دینامیکی ورق فوق از روش تحلیلی ناویر استفاده کردند. راجوریا و میشرا[4] کاربردها و اثربخشی آلیاژهای حافظه‌دار شکلی را برای کاهش ارتعاش کابل بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که آلیاژ حافظه‌دار شکلی می‌تواند از آسیب‌های کابل در برابر مشکلات خستگی محافظت کند. علاوه بر این آن‌ها اثر دما تحت تأثیر بارگذاری را نیز مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها همچنین پیشنهاد دادند که استفاده از میراگر بهبودیافته مبتنی بر SMA می‌تواند در کاهش اثرات ارتعاش ایجاد شده توسط باد یا زلزله مؤثر باشد [23]. هشام حامدابراهیم و همکارانش [24]، در دانشگاه سئول مشخصه‌های آیروترمومکانیکی ورق کامپوزیتی حافظه‌دار را مورد مطالعه قرار دادند. یک مدل المان محدود برای بررسی رفتار استاتیکی و دینامیکی ورق مذکور که تحت اثر ترکیبی بارهای حرارتی، مکانیکی و آیرودینامیکی بود، استفاده نمودند. آن‌ها نشان دادند در ناحیه پیش‌کمانش، با افزایش دما ابتدا فرکانس طبیعی‌های سیستم افزایش می‌یابد و سپس با غلبه بارهای حرارتی و آیرودینامکی بر تنش بازیافتی از سیم‌های SMA تعبیه‌شده در ورق فرکانس کاهش می‌یابد. شیه‌یائو[5] و همکارانش [25]، با بررسی اثر SMA بر روی کمانش لایه کامپوزیتی به روش المان محدود نشان دادند تنش بازیابی کششی ناشی از پیش کرنش سیم‌های SMA بار کمانش را افزایش می‌دهد و بالطبع فرکانس طبیعی‌های سیستم افزایش می‌یابد. شوئه[6] و همکاران رفتار خمشی تیرهای بتن مسلح[7] تقویت‌شده با کامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده آلیاژهای حافظه‌دار شکلی[8] را از طریق مطالعه تجربی و تحلیل اجزای محدود بررسی کردند. در بخشی از این پژوهش آن‌ها نشان دادند که کامپوزیت‌های CFRP/SMA به دلیل مدول الاستیک بالاتر ورق‌های CFRP می‌توانند به طور مؤثرتری ظرفیت و سختی تیرهای تقویت‌شده را نسبت به کامپوزیت‌های پلیمر تقویت‌شده با الیاف بازالت و آلیاژ حافظه‌دار شکلی[9] بهبود ببخشند [26]. ملک‌زاده فرد و همکاران [27] تأثیر ابعاد و سفتی موضعی جرم متصله هوشمند حافظه‌دار بر پاسخ ارتعاشات آزاد ورق‌های ضخیم را مورد بررسی قراردادند. نتایج آن‌ها نشان داد که در نظر گرفتن سفتی موضعی جرم متصله ناشی از اثر آلیاژهای حافظه‌دار و سفتی خود ورق، نقش قابل ملاحظه‌ایی در رفتار ارتعاشاتی ورق‌ها دارد به گونه‌ایی که در صورت عدم فعال‌سازی مناسب ر یک از پارامترهای مختلف آلیاژ حافظه‌دار و یا در نظر نگرفتن سفتی جرم متصله هوشمند حافظه‌دار تغییرات در پاسخ‌های سیستم قابل ملاحظه خواهد بود.

[1] Viscuso
[2] Hariri
[3] Zuo
[4] Rajoriya, Mishra

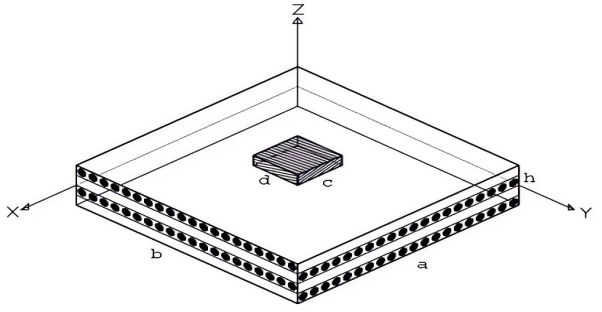
[5] Shih-Yao
[6] Xue
[7] Reinforced concrete (RC)
[8] Fiber reinforced polymer/Shape memory alloy (FRP/SMA)
[9] basalt fibre reinforced polymer /Shape memory alloy (BFRP/SMA)

در ادامه فعالیت‌های تحقیقاتی نویسندگان مرتبط با [27]، در مقاله حاضر با توجه به کمبود تحقیق‌های که در این حوزه وجود داشت، برای اولین بار با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالا و با روش حل تقریبی تحلیلی، کمانش یک ورق کامپوزیت مرکب حافظه‌دار با جرم متصله مورد بررسی قرار گرفته و سپس اثر پارامترهای مختلف، از قبیل دما و کسرحجمی سیم SMA و غیره، بر روی نیروهای کمانشی بررسی شده است.

ساختار تئوری

توصیف هندسی

ورق کامپوزیتی مورد مطالعه در این پژوهش مطابق شکل **1**، مستطیلی با چندلایه کامپوزیتی با ابعاد a و b و اندازه جرم متصله ورق مذکور دارای ابعاد c و d می‌باشد؛ که c و d به ترتیب طول و عرض جرم متصله تعریف می‌گردند. سیم‌های حافظه‌دار نایتینول در ورق اصلی کامپوزیتی تعبیه شده است. در این تحقیق روش به کار رفته برای بسط میکرومکانیک کامپوزیت مرکب حافظه‌دار از مرجع [28 و 27] گرفته شده است. در این روش خواص کامپوزیت شامل الیاف معمولی گرافیت و ماتریس اپوکسی ابتدا با استفاده از میکرومکانیک مناسب محاسبه می‌شوند (همچنین خواص مواد بر اساس داده-های منتشر شده از خواص این مواد در مراجع [28] و [25] می‌باشد). سپس با اضافه کردن سیم حافظه‌دار و استفاده از همان مدل میکرومکانیک که کامپوزیت معمولی را به عنوان ماتریس ایزوتروپیک عرضی در نظر می‌گیرد، خواص کامپوزیت مرکب محاسبه می‌شود.



شکل 1 - ورق کامپوزیتی با جرم گسترده صفحه‌ای متصله به همراه اثر تحریک سیم‌های حافظه‌دار نایتینول تعبیه‌شده در ورق

معادلات حاکم بر ورق کامپوزیتی حافظه‌دار با جرم متصله

در تحقیق حاضر با اعمال تئوری بالای برشی کانت با درجه آزادی 9 برای جرم متصله و ورق کامپوزیتی میزبان استفاده شده است. سپس با استفاده از تئوری یائوکو [25]، به مدل‌سازی آلیاژهای حافظه‌دار در دستیابی به روابط حاکم بر این مسئله از روش انرژی و اصل همیلتون[1] استفاده گردیده است که شامل معادلات حاکم حرکت همراه با شرایط مرزی مناسب می‌باشد.

با استفاده از اصل همیلتون:

$$\int_{t_2}^{t_1} \delta(U+V-K)=0 \qquad (1)$$

در رابطه (1)، K، V و U به ترتیب معرف انرژی جنبشی، کار نیروهای خارجی و انرژی پتانسیل درونی ورق می‌باشد. انتگرال فوق در بازه زمانی t_1 تا t_2 صورت می‌گیرد.

در این پژوهش تأثیر سیم‌های حافظه‌دار تنها به‌صورت تنش‌های بازیابی در قالب کار خارجی [27] در نظر گرفته شده است. بر این اساس کار انجام شده توسط نیروهای خارجی به شکل رابطه (2) می‌باشد [25] و [29]:

$$V=-\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}\int_V\left[\begin{array}{l}\bar{N}_x\left(\frac{\partial w_{0i}}{\partial x}\right)^2\\+\bar{N}_y\left(\frac{\partial w_{0i}}{\partial y}\right)^2\\+\bar{N}_{xy}\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)\end{array}\right]dV\\+\int_V q_i(x,y)w_0 dV\end{array}\right\} \qquad (2)$$

در رابطه (2) q_i، بار عمودی توزیع شده روی رویه‌های بالایی و پایینی ورق و $\bar{N}_j$ بارهای خارجی از نوع in-plane می‌باشند که ماهیت تنش دارند و در کار حاضر نیروی بازیافتی ناشی از استحاله فازی سیم‌های نایتینول تعبیه‌شده در ورق کامپوزیتی اصلی است ($j=x,y$). تغییرات مرتبه اول کار نیروهای خارجی به شکل رابطه (3) نوشته می‌شود.

[1] Hamilton

$$\delta V=-\left\{\int_{V}\begin{bmatrix}\bar{N}_{xi}\left(\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right)\\ +\bar{N}_{yi}\left(\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right)+\\ 2\bar{N}_{xyi}\left(\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x\partial y}\right)\end{bmatrix}dV\delta w_0\right\} \quad (3)$$

در این تحقیق، نیروی صفحه‌ای در راستای x از دو مؤلفه اصلی شامل نیروهای بازیافتی صفحه‌ای تولیدشده از استحاله فازی سیم‌های نایتینول و بارهای حرارتی القاء شده به رویه‌ها به صورت رابطه (4) تشکیل شده است [6].

$$\bar{N}_x=N_x^T-N^r \quad (4)$$

در جهت y نیز تنها نیروی صفحه‌ای ناشی از بارهای حرارتی بر لایه‌ها به‌صورت رابطه (5) نوشته می‌شود.

$$\bar{N}_y=N_y^T \quad (5)$$

$N_{x,y}^T$ بیانگر بارهای حرارتی در راستای $x,\ y$ است که از رابطه (6) قابل‌دستیابی [24].

$$\begin{Bmatrix}N_x^T\\ N_y^T\end{Bmatrix}=V_m\int_{h_{k+1}}^{h_k}\left[\bar{Q}_m\right]\begin{Bmatrix}\alpha_x\\ \alpha_y\end{Bmatrix}\Delta T dz \quad (6)$$

در رابطه (6)، $[\bar{Q}_m]$ ماتریس سختی انتقالی کامپوزیت معمولی است. مقادیر α_i ضریب انبساط حرارتی لایه نیتینول/گرافیت-اپوکسی در راستای x و y است که از جدول **1** استخراج می‌شود.

N^r نیروی کششی بازیافتی بر رویه‌ها ناشی از تحریک سیم‌های SMA را نیز می‌توان به صورت رابطه (7) نشان داد [6].

$$N^r=\iint_{A_w}\left[\varepsilon_0-\alpha_s\left(T-T_0\right)\right]E_s dA_w=\sigma^r h_s V_s \quad (7)$$

E_s، α_s، A_w، h_s، V_s، T_0 و T به ترتیب مربوط به مدول کشسانی، ضریب انبساط حرارتی، سطح مقطع، ضخامت لایه محتوی SMA، کسر حجمی مارتنزیتی نایتینول موجود در لایه و دمای مرجع و دمای حاضر است. ε_0 پیش کرنش مربوط به سیم‌های نایتینول است.

روابط ساختاری حاکم

به منظور محاسبه روابط ساختاری برای ورق کامپوزیت مرکب چندلایه، اثرات نیروی بازیابی و بارهای حرارتی ادغام گردیده و روابط ساختاری اصلاح شده به صورت روابط (8) و (9) به دست می‌آیند [29 و 28]:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11}&Q_{12}&0\\ Q_{12}&Q_{22}&0\\ 0&0&Q_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix}+V_s\begin{Bmatrix}\sigma_1^r\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}-\left[Q_{ijm}\right]\begin{Bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ 0\end{Bmatrix}V_m\Delta T \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix}\tau_{yz}\\ \tau_{xz}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{Q}_{44}&\bar{Q}_{45}\\ \bar{Q}_{45}&\bar{Q}_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\gamma_{yz}\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix} \quad (9)$$

در رابطه (8)، V_m و V_s به ترتیب کسر حجمی ماتریس (بستر گرافیت/اپوکسی) و الیاف SMA را نشان می‌دهد. $\alpha_{1,2}$ ضریب انبساط حرارتی لایه محتوی سیم‌های SMA در جهات 1 و 2 است. ΔT نشان‌دهنده اختلاف بین دمای اولیه و دمای افزایش‌یافته کنونی می‌باشد. دمای دوم متناظر با حالت بدون تنش در کامپوزیت معمولی است و عموماً برابر هیچ یک از دماهای استحاله الیاف SMA نمی‌باشد. $[Q_{ij_m}]$ ماتریس سختی کاهش‌یافته را برای ورق‌های کامپوزیت معمولی (ورق‌های گرافیت/اپوکسی) نشان می‌دهد.

در رابطه (9)، $[Q_{ij}]$ ماتریس سختی کاهش‌یافته برای ورق‌های کامپوزیت هیبریدی (ورق متشکل از گرافیت/اپوکسی به عنوان بستر کامپوزیت و سیم‌های SMA به عنوان سیم) می‌باشد که به صورت رابطه (10) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}Q_{11}&=E_1/1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}\\ Q_{12}&=\upsilon_{21}E_1/\left(1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}\right)\\ Q_{22}&=E_2/1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}\\ Q_{66}&=G_{12}\end{aligned} \quad (10)$$

همچنین لازم به ذکر است که فرمولاسیون استفاده شده برای محاسبه ثابت‌های هندسی و خواص لایه حافظه‌دار نیز بر اساس قانون ترکیبی است که برای گسترش مدل

میکرومکانیکی ورق کامپوزیت معمولی به کار گرفته شده است. این ثوابت برای ورق کامپوزیتی حافظه‌دار بـه صـورت جـدول **1** نوشته می‌شود.

جدول 1- خواص و ثوابت مهندسی لایه حافظه‌دار

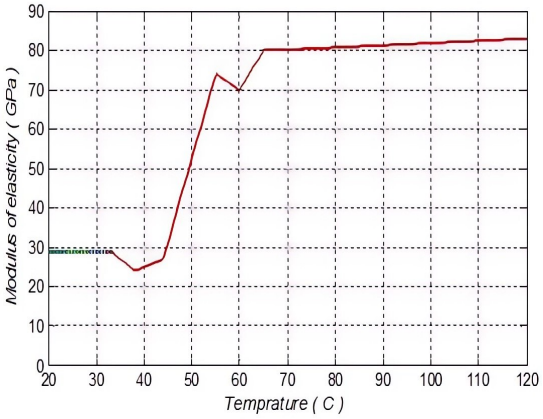
پارامتر	مقدار
E_1	$E_{1m}V_m + E_sV_s$
E_2	$E_{2m}E_s / \left(E_{2m}V_s + E_sV_m\right)$
G_{12}	$G_{12m}G_s / \left(G_{12m}V_s + G_sV_m\right)$
G_{23}	$G_{23m}V_m + G_sV_s$
υ_{12}	$\upsilon_{12m}V_m + \upsilon_sV_s$
υ_{21}	$\upsilon_{21m}V_m + \upsilon_sV_s$
α_1	$\left(E_{1m}V_m\alpha_{1m} + E_sV_s\alpha_s\right) / \left(E_{1m}V_m + E_sV_s\right)$
α_2	$\alpha_{2m}V_m + \alpha_sV_s$

در جـدول **1** پارامترهـای E، V، υ، α و G بـه ترتیـب بیانگر مدول الاستیسیته، کسر حجمی، ضریب پوآسون، ضـریب انبساط حرارتی و مدول برشـی مـی‌باشـند. انـدیس‌هـای s و m معرف خـواص سـیم‌هـای نـایتینول و بسـتر کامپوزیـت اسـت. اندیس‌های 1 و 2 نیز مبین جهات x و y است.

رابطه بـین کسـرحجمی سـیم حافظـه‌دار تعبیـه‌شـده در کامپوزیت و کسر حجمی کامپوزیت معمولی بـه صـورت رابطـه (11) نوشته می‌شود [30]:

$$V_m = 1 - V_s \qquad (11)$$

مدول الاستیسیته سیم‌های نایتینول (E_s) که وابسته بـه دمای سیم‌های SMA است را همانند تـنش بازیـابی مـی‌تـوان به‌صورت تحلیلی نیز محاسبه نمود، لکن در کار حاضر تغییـرات این پارامتر مطابق مرجع [25] در بازه‌هـای دمـایی کوچـک بـه صورت خطی فرض و محاسبه می‌شود (شکل **2**). در این تحقیق تغییرات تنش بازیابی با پیش کرنش‌های متفـاوت در بـازه‌هـای کوچک دمایی (45 تا 55 درجه) به صورت خطی فرض شـده و محاسبه شده است و در ادامه از آن استفاده می‌شود. با انتگرال-گیری در ضخامت ورق از روابط تنش-کـرنش اصـلاح شـده بـا اثرات تنش بازیابی و تنش‌های حرارتی تولیـدی در لایـه‌هـا بـا استفاده از رابطه (7) روابط ساختاری به‌صـورت رابطـه (12) بـه دست می‌آید [25].



شکل 2- تغییرات مدول الاستیک سیم‌های SMA با افزایش دما [25]

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^r \\ M^r \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_{45}\left(w_{o,y} + \psi_y\right) + KA_{55}\left(w_{o,x} + \psi_x\right) \\ KA_{44}\left(w_{o,y} + \psi_y\right) + KA_{45}\left(w_{o,x} + \psi_x\right) \end{bmatrix} \qquad (12)$$

$$\left(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\right) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k \left(1, z, z^2\right) dz$$

در رابطه (12)، N^r و M^r بردارهای برآیند نیروهای بازیافتی و کوپل‌های آن در واحد طول می‌باشند که به وسیله الیاف SMA تولید شده‌اند و N^T و M^T بردارهای ناشی از تنش حرارتی و کوپل‌های آن در واحد طول هستند. برای یک ورق لایه‌ای که سیم‌های نایتینول به‌طور متقارن و بالانس در لایه‌های آن تعبیه شده‌اند، $B = M^r = M^T = 0$ است.

با توجه به اینکـه در ایـن پـژوهش دمـای ناشـی از القـای جریان الکتریکی فقط به سیم‌های نایتینول تعبیـه‌شـده اعمـال می‌گردد لذا هیچ‌گونه بـار حرارتـی یـا میـدان دمـایی درونـی و بیرونی بر رویه‌ها تأثیرگذار نمی‌باشد، بنابراین $N^T = 0$ اسـت. پس رابطه (2) به صورت رابطه (13) ساده می‌شود.

$$\bar{N}_{xi} = N_r \qquad (13)$$

بنابراین روابط ساختاری به شکل رابطه (14) ساده می-گردد.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^r \\ 0 \end{Bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{45}\left(w_{o,y} + \psi_y\right) + A_{55}\left(w_{o,x} + \psi_x\right) \\ A_{44}\left(w_{o,y} + \psi_y\right) + A_{45}\left(w_{o,x} + \psi_x\right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

با اعمال کلیه روابط اعم از روابط سینماتیکی و سازگاری در ورق و روابط حاکم بین مؤلفه‌های تنش و نیروهای صفحه‌ای، برشی و ممان‌های صفحه‌ای، نیروهای خارجی (بار گسترده عرضی بر رویه بالایی و بازیافتی سیم‌های SMA) و گرفتن انتگرال در جهت ضخامت و استفاده از روش انتگرال‌گیری جزءبه‌جزء و صفر قرار دادن ضرایب تغییرات اول مؤلفه‌های تغییر مکان و چرخش در کل ورق، نهایتاً سیستم معادلات دیفرانسیل حاکم بر ورق کامپوزیتی ضخیم محتوی سیم‌های SMA را می‌توان به‌صورت معادلات (15) به دست آورد.

$$\begin{aligned}
&\delta u_0 : N_{xx,x} + N_{xy,y} + H\left(N_{xx,x} + N_{xy,y}\right)_a = 0 \\
&\delta v_0 : N_{yy,y} + N_{xy,x} + H\left(N_{yy,y} + N_{xy,x}\right)_a = 0 \\
&\delta w_0 : Q_{x,x} + Q_{y,y} + N_{xx}\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + N_{yy}\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
&-N_r\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + H\left(Q_{x,x} + Q_{y,y}\right)_a = 0 \\
&\delta u_1 : M_{xx,x} + M_{xy,y} - Q_x \\
&+H\left(M_{xx,x} + M_{xy,y} - Q_x\right)_a = 0 \\
&\delta v_1 : M_{yy,y} + M_{xy,x} - Q_y \\
&+H\left(M_{yy,y} + M_{xy,x} - Q_y\right)_a = 0 \\
&\delta u_2 : N^*_{xx,x} + N^*_{xy,y} - 2S_x \\
&+H(N^*_{xx,x} + N^*_{xy,y} - 2S_x) = 0 \\
&\delta u_0 : N_{xx,x} + N_{xy,y} + H\left(N_{xx,x} + N_{xy,y}\right)_a = 0 \\
&\delta v_2 : N^*_{yy,y} + N^*_{xy,x} - 2S_y \\
&+H(N^*_{yy,y} + N^*_{xy,x} - 2S_y) = 0 \\
&\delta u_3 : M^*_{xx,x} + M^*_{xy,y} - 3Q^*_x \\
&+H(M^*_{xx,x} + M^*_{xy,y} - 3Q^*_x) = 0 \\
&\delta v_3 : M^*_{yy,y} + M^*_{xy,x} - 3Q^*_y \\
&+H(M^*_{yy,y} + M^*_{xy,x} - 3Q^*_y) = 0
\end{aligned} \quad (15)$$

روش حل معادلات و به دست آوردن نیروی کمانشی

روش گالرکین یکی از روش‌های تقریبی باقیمانده وزنی در حل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل در ریاضیات می‌باشد. روش حل مسئله استفاده از سری‌های فوریه به عنوان شکل مود کمانش و یا بردارهای ویژه است. با توجه به اینکه بعد از قرار دادن در معادلات سیگماها قابل حذف نیست و مختصات در معادلات می‌ماند (مثلاً اگر ترم‌های وابسته به مختصات جملات در هر معادله یکسان می‌شد با یک فاکتورگیری سیگماها حذف و روش ناویر می‌گردید). لذا به کمک روش گالرکین مختصات حذف و یک دستگاه معادلات جبری حاصل می‌شود و مسئله حل می‌شود. مزیت این روش در اینجا رسیدن به یک حل تقریبی و تحلیلی می‌باشد. این روش در ریاضیات بسیار معروف است.

پس از یک سری عملیات ریاضی و بسط معادلاتی که در رابطه (15) آورده شده است معادلات به فرم ماتریسی (16) در می‌آید که ضرایب بردار C بردار مجهولات می‌باشند. برای این که دستگاه معادلات جوابی غیرصفر برای مجموعه ضرایب مجهول به دست دهد لازم است دترمینان ماتریس ضرایب صفر گردد. با محاسبه دترمینان ماتریس رابطه (16) یک معادله بر حسب N_0 به دست می‌آید و با حل این معادله که در نرم‌افزار متلب کد نویسی شده است بار بحرانی کمانش به دست می‌آید.

$$[K]_t \{C\} = \{0\} \quad (16)$$

$$\{C_{ij}\}_{mxn} = \{u_{0mn}, v_{0mn}, w_{0mn}, u_{1mn}, v_{1mn}, u_{2mn}, v_{2mn}, u_{3mn}, v_{3mn}\} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} N_{xx} &= -N_0 \\ N_{yy} &= -\lambda N_0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\left\{C_{ij}\right\}_{mn} \neq 0 \rightarrow \det[K]_{total} = 0 \ , \quad f(N_0) = 0 \rightarrow N_{0\,min} = N_{cr} \quad (19)$$

بار کمانش بی‌بعد در نتایج به صورت $\bar{N}_0 = \frac{N_0 b^2}{\pi^2 D_{11}}$ می‌باشد.

صحه‌گذاری نتایج با نرم‌افزار المان محدود آباکوس

جهت صحت‌سنجی مشخصات ورق کامپوزیتی اصلی در این تحقیق به صورت جدول **2** در نظر گرفته شده است. همچنین مشخصات جرم متصله به شرح جدول **3** هست. اینجا a و b طول و عرض ورق است.

جدول 2- مشخصات ورق کامپوزیتی اصلی

پارامتر	مقدار
E_1/E_2	3
$E_2=E_3$	70×10^9
$G_{12}=G_{13}$	0
G_{23}	$0.2E_2$
ν_{12}	0/25
$a=b$	1
Layers	0/90/0
E_1	210×10^9

جدول 3- مشخصات جرم متصله

پارامتر	مقدار
$E_a=E_2$	1
d	$0.2a$
$a_a=b_a$	1
$\rho_a h_a$	$10\rho h$
ν	0.33
c	$0.2a$

A/a نسبت مساحت ورق اصلی به مساحت جرم متصله می‌باشد که برای کسرهای حجمی مختلف سیم حافظه‌دار در ورق اصلی نیروی کمانشی بی‌بعد محاسبه و در جدول **4** آورده شده است. در حالتی که کسر حجمی سیم حافظه‌دار در ورق اصلی صفر است نتایج با نرم‌افزار المان محدود آباکوس مقایسه و صحه‌گذاری شده است.

جدول 4- نتایج حل کسرهای حجمی مختلف سیم حافظه‌دار در ورق کامپوزیتی با بارگذاری کمانشی تک‌محوره

	$\overline{N}$ بی‌بعد					
A/a	Abaqus V_s=0	V_s=0	V_s=0.1	V_s=0.2	V_s=0.3	V_s=0.4
10	4/5908	4/8424	4/9879	6/3086	7/8136	9/5137
5	4/9178	5/0413	5/1925	6/5137	8/7870	9/7188
2	5/7152	5/9375	6/1156	7/4368	9/0018	10/7019

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار در ورق اصلی در حالت‌های مختلف نیروی کمانشی بی‌بعد افزایش می‌یابد و این روند تقریباً خطی است. با مقایسه نتایج با نرم‌افزار المان محدود آباکوس مشاهده می‌شود که اختلاف نتایج در حدود 5 در صد است.

نتایج حل ورق کامپوزیتی حافظه‌دار با جرم متصله در مرکز با تئوری مرتبه بالای برشی

برای حل ورق کامپوزیتی حافظه‌دار با جرم متصله در مرکز با تئوری مرتبه بالای برشی مشخصات سیم حافظه‌دار اعمالی در جرم متصله در این تحقیق به صورت جدول **5** در نظر گرفته شده است.

جدول 5- مشخصات سیم‌های حافظه‌دار قرار داده شده در ورق

تغییرات دما	$SMAK_S$	SMAVOLMEFRACTION
100	%1	0/1

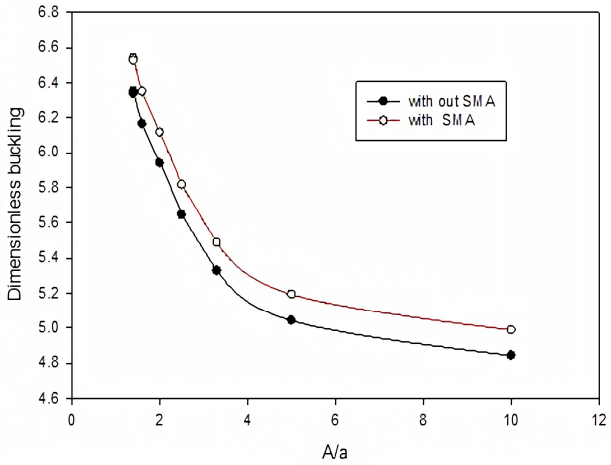
پس از حل، نتایج ورق کامپوزیتی حافظه‌دار و بدون سیم حافظه‌دار به صورت جدول **6** به دست آمده است.

نمودار نیروی کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی در حالتی که جرم متصله حافظه‌دار در مرکز ورق آن قرار گرفته است در شکل **3** نشان داده شده است. با توجه به نمودار مشاهده می‌شود که مقدار بار بحرانی کمانشی با کاهش نسبت A/a (افزایش ابعاد جرم متصله) به دلیل افزایش سفتی خمشی ورق کامپوزیتی افزایش می‌یابد و مقدار تغییرات از نسبت A/a =10 تا نسبت A/a =5 با شیب خیلی کمی زیاد می‌شود، ولی از نسبت A/a =2.5 به بعد شیب نمودار خیلی زیاد و بار بحرانی کمانش با شیب تندتری افزایش می‌یابد. توجه شود که A مساحت ورق و a مساحت سطح جرم متصله می‌باشد.

همچنین در شکل **3** مشاهده می‌شود که با اعمال سیم‌های حافظه‌دار در ورق کامپوزیتی نیروی کمانشی بی‌بعد نسبت به حالت بدون آلیاژی در A/a =10 حدود 3 درصد و در A/a =1 حدود 1 درصد افزایش می‌یابد

جدول 6- نتایج حل ورق کامپوزیتی حافظه‌دار و بدون سیم حافظه‌دار

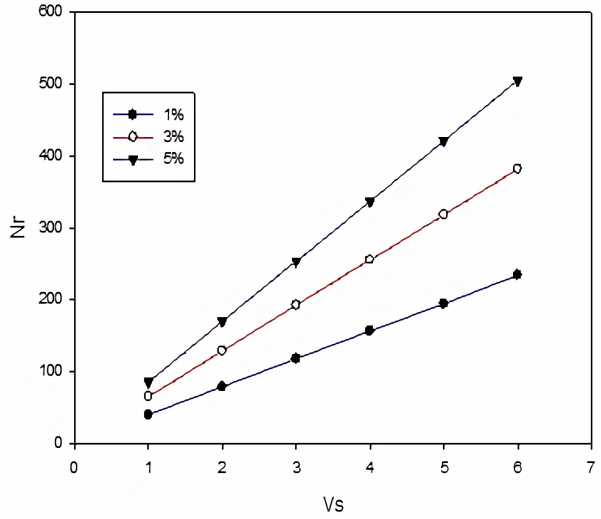
E_1/E_2=3	a/h=10	a/b=1
A/a	Without SMA $\overline{N}$	WithSMA $\overline{N}$
10	4/8424	4/9876
5	5/0413	5/1925
3/3	5/3273	5/4871
2/5	5/6450	5/8143
2	5/9375	6/1156
1/6	6/1637	6/3486
1/4	6/3503	6/5408
1/2	6/3364	6/5264
1/1	6/2901	6/6675
1	6/2300	6/6030



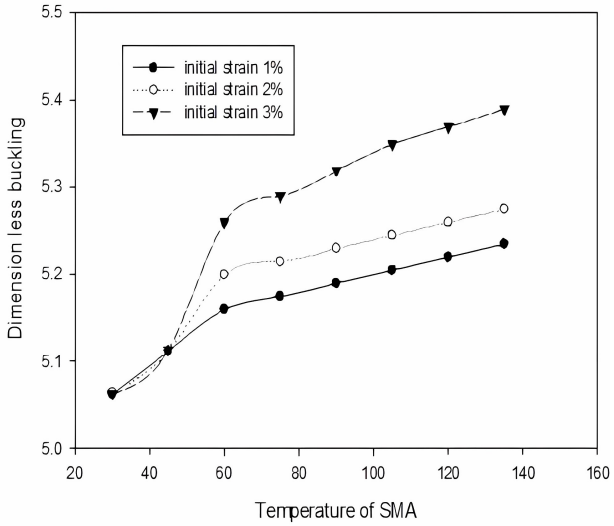
شکل 3- نمودار بار کمانش بی‌بعد مقایسه‌ای نتایج حل ورق کامپوزیتی حافظه‌دار و بدون سیم حافظه‌دار

شکل **4** نمودار نیروی حاصل از سیم‌های حافظه‌دار برحسب کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار در کرنش‌های اولیه 1 درصد، 3 درصد و 5 درصد را نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد با افزایش کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار نیروی کمانشی به‌صورت خطی افزایش پیدا می‌کند. دلیل این رفتار آن است که با افزایش کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار، میزان نیروی حاصل از تنش‌های بازیافتی استحاله افزایش می‌یابد و این پیش کشش باعث افزایش سفتی ورق می‌گردد؛ بنابراین بار کمانش افزایش می‌یابد.

نمودار نیروی کمانشی بر حسب دمای سیم‌های حافظه‌دار در شکل **5** نشان داده شده است. با افزایش دما میزان تنش‌های بازیابی افزایش می‌یابد و این پیش کشش باعث افزایش سفتی ورق می‌گردد؛ بنابراین بار کمانش افزایش می‌یابد. نتایج در شکل **5** نشان می‌دهد که با افزایش دما در درصدهای کرنش 1 تا 3 درصد نیروی کمانش بی‌بعد ورق افزایش می‌یابد. همچنین هرچه مقدار کرنش اولیه بیشتر شود، نیروی کمانش بی‌بعد زیادتر افزایش می‌یابد.



شکل 4- نمودار تنش بازیافتی سیم‌های حافظه‌دار بر حسب نیروی حاصل از سیم‌های حافظه‌دار با کسر حجمی (Nr بر حسب N/m است)



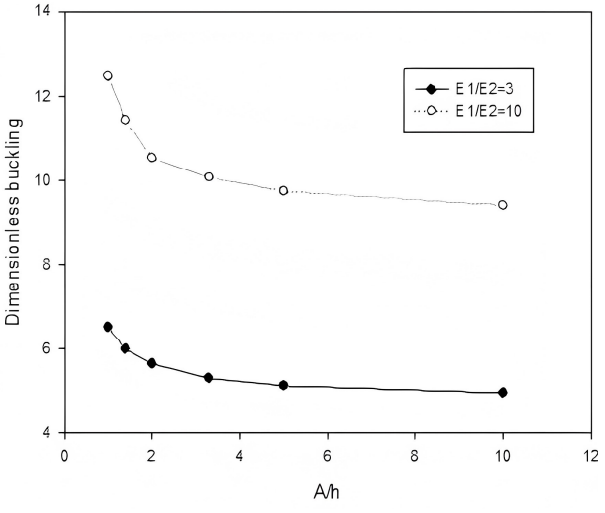
شکل 5- نمودار نیروی کمانشی بی‌بعد بر حسب دمای سیم‌های حافظه‌دار

اثر افزایش ضخامت جرم متصله بر بار بحرانی کمانش زمانی که جرم متصله در مرکز ورق کامپوزیتی

نیروی کمانشی یک ورق مستطیلی در حالتی که جرم متصله در مرکز آن قرار گرفته است و ضخامت جرم متصله تغییرمی کند برای دو حالت E_1/E_2=10 و E_1/E_2=3 در جدول **7** آورده شده است. مطابق شکل **6** مشاهده می‌شود که مقدار بار بحرانی کمانش با کاهش نسبت A/h(افزایش ضخامت جرم متصله) به دلیل افزایش سفتی خمشی ورق کامپوزیتی افزایش می‌یابد. مقدار تغییرات از نسبت A/h =10 تا نسبت A/h =5 با شیب خیلی کمی زیاد می‌شود ولی از نسبت A/h =2.5 به بعد شیب نمودار خیلی زیاد و بار بحرانی کمانش با شیب تندتری افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که در حالت E_1/E_2=10 (با افزایش نسبت مدول الاستیسیته) مقدار بار بحرانی کمانش افزایش پیدا می‌کند.

جدول 7- نتایج اثر افزایش ضخامت جرم متصله بر بار کمانش بی‌بعد که در مرکز ورق کامپوزیتی است

a/h_a	$\overline{N}$ E_1/E_2=3	$\overline{N}$ E_1/E_2=10
10	4/9478	9/3974
5	5/1210	9/7340
3/3	5/2962	10/0701
2	5/6450	10/0218
1/4	5/9933	11/4282
1	6/5182	12/4685



شکل 6- نمودار اثر افزایش ضخامت جرم متصله بر بار کمانش بی‌بعد که در مرکز ورق کامپوزیتی است

نتیجه‌گیری

در این پژوهش کمانش ورق کامپوزیتی با وجود جرم متصله و سیم حافظه‌دار برای شرایط مرزی دور تا دور مفصلی با استفاده از تئوری کانت با درجه آزادی 9 پرداخته شده است. معادلات حرکت ورق کامپوزیتی با وجود جرم متصله بر اساس تئوری مرتبه بالای برشی استخراج شده است. برای حل معادلات دیفرانسیلی حرکت و به دست آوردن مقدار بار بحرانی کمانش از روش گالرکین استفاده شده است. نتایج حل ورق کامپوزیتی حافظه‌دار با جرم متصله در مرکز با تئوری مرتبه بالای برشی نشان داد که:

- مقدار بار بحرانی کمانشی با کاهش نسبت A/a (افزایش ابعاد جرم متصله) افزایش می‌یابد.
- با افزایش کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار نیروی کمانشی به‌صورت خطی افزایش پیدا می‌کند.
- با افزایش دما در درصدهای کرنش 1 تا 3 درصد، نیروی کمانش بی‌بعد ورق افزایش می‌یابد.
- با افزایش کرنش اولیه، نیروی کمانش بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد.

همچنین نتایج اثر افزایش ضخامت جرم متصله بر بار بحرانی کمانش زمانی که جرم متصله در مرکز ورق کامپوزیتی قرار دارد نشان داد که:

- مقدار بار بحرانی کمانش با کاهش نسبت A/h (افزایش ضخامت جرم متصله) افزایش می‌یابد.
- با افزایش نسبت مدول الاستیسیته مقدار بار بحرانی کمانش افزایش پیدا می‌کند.

منابع و مراجع

[1] k. Malekzadeh and S.M.R. Khallili, "High-order dynmic response ofcomposite sandwich panel with flexible core under simuttaneous Low-Velocity impact of multiple small masses," *journal of solids and structure*, vol. 43, pp. 6667-6687, 2006.

[2] O. Y. Frostig, "On the free vibration of sandwich panels with a transversely flexible and temperature-dependent core material-part i:mathematical formulation," *Composites*

Science and Technology, vol. 69, pp. 856-862, 2009.

[3] J. Wang, "Crystal structure and a unique Martensitic transition of TiNi," *Journal of Applied Physics*, vol. 36, pp. 3232-3239, 2005.

[4] K. Miyazaki, "Fatigue life of Ti-50," *Science and Engineering*, vol. 273, pp. 658-–663, 1999.

[5] G. S. Rajput, J. Vora, P. Prajapati, and R. Chaudhari, "Areas of recent developments for shape memory alloy: A review," *Materials Today: Proceedings*, vol. 62, pp. 7194-7198, 2022.

[6] W. Ostachowicz, M. Krawczuk, and A. Żak, "Dynamic and buckling of a multilayer composite plate with embedded SMA wires," *Composite structures*, vol. 48, pp. 163-167, 2000.

[7] Q. Liu, "Shape Memory Alloy Actuators For Design Applications," For the purpose of obtaining the degree of doctor, *Delft University of Technology*, 2024.

[8] K. T. Lau, L. M. Zhou and X. M. Tao, "Control of natural frequencies of a clamped-clamped composite beam with embedded shape memory alloy wires," *Composite Structures*, vol. 58, pp. 39-47, 2002.

[9] R. Srivastava, S. H. Alsamhi, N. Murray, and D. Devine, "Shape memory alloy-based wearables: a review, and conceptual frameworks on HCI and HRI in industry 4.0," *Sensors*, vol. 22, pp. 6802, 2022.

[10] M. Ahmadi, "Vibrations of a composite sheet with shape memory," M.S. thesis, Khajeh Nasir al-Din Toosi University, Tehran, Faculty of Aerospace Engineering, 2008 (inpersian).

[11] R. X. Zhang, Q. Q. Ni, A. Masuda, T. Yamamura and M. Iwamoto, "Vibration characteristics of laminated composite plates with embedded shape memory alloys," *Composite Structures*, vol. 74, pp. 389–398, 2006.

[12] V. S. Nair, and R.Nachimuthu, "The role of NiTi shape memory alloys in quality of life improvement through medical advancements: A comprehensive review," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, vol. 236, pp. 923-950, 2022.

[13] Z. Liu, X. Lan, W. Bian, L. Liu, Q. Li, Y. Liu, and J. Leng, "Design, material properties and performances of a smart hinge based on shape memory polymer composites," *Composites Part B: Engineering*, vol. 193, pp. 108056, 2020.

[14] J. S. Park, J. H. Kim, and S. H. Moon, "Vibration of thermally post-buckled composite plates embedded with shape memory alloy fibers," *Composite structures*, vol. *63*, pp. 179-188, 2004.

[15] R. Srivastava, M. Singh, G. D. Gomes, N. Murray, and D. Devine, "Sm-exo: Shape memory alloy-based hand exoskeleton for cobotic application," *In 2022 31st IEEE International Conference on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN)*, pp. 1277-1284, IEEE, 2022.

[16] Q. Q. Ni, R. X. Zhang, T. Natsuki, M. Iwamoto, "Stiffness and vibration characteristics of SMA/ER3 composites with shap memory alloy short fibers," *Composite Structures*, vol. 79, pp. 501-–507, 2007.

[17] S. Viscuso, S. Gualandris, G. de Ceglia, and V. Visentin, "Shape memory alloys for space applications," In *Shape Memory Alloy Engineering*, pp. 609-623, Butterworth-Heinemann, 2021.

[18] Y. Y. Zhang, "A study of composite beam with shape memory alloy arbitrarily embedded under thermal and mechanical loadings," *Materials and Design*, vol. 28, pp. 1096-1115, 2007.

[19] J. Zhang, M. Cong, D. Liu, Y. Du, and H. Ma, "A lightweight variable stiffness knee exoskeleton driven by shape memory alloy," *Industrial Robot: the international journal of robotics research and application*, vol. 49, pp. 994-1007, 2022.

[20] M. Hariri, "Control of structures using SMA wires and piezoelectric patches," *Diss. RMIT University*, 2009.
[21] K. Zuo, Y. Zhang, K. Liu, J. Li, and Y. Wang, "Design and experimental study of a flexible finger rehabilitation robot driven by shape memory alloy," *Measurement Science and Technology,* vol. 34, pp. 084004, 2023.
[22] S. F. K. A. Shokuhfar, "Analysis and optimization of smart hybrid composite plates subjected to low-velocity impact using the response," *Thin-Walled Structures,* vol. 46, pp. 1204 - 1212, 2008.
[23] S. Rajoriya, and S. S. Mishra, "Application of SMA wire in vibration mitigation of bridge stay cable: a state-of-the-art review," *Innovative Infrastructure Solutions,* vol. 7, pp. 192, 2022.
[24] H. H. Ibrahim, H. H. Yoo, and K. S. Lee, "Aero-Termo-Mechanical char acteristics of imperfact shap memory alloy hybrid composite panels," *Journal o Sound and Vibration,* vol. 325, pp.583-596, 2009.
[25] S. Y. Kuo, L. C. Shiau, and K. H. Chen, "Buckling analysis of shape memory alloy reinforced composite laminates," *Composite Structures*, vol. 90, pp. 188-195, 2009.
[26] Y. J. Xue, W. W. Wang, Z. H. Wu, S. Hu, and J. Tian, "Experimental study on flexural behavior of RC beams strengthened with FRP/SMA composites," *Engineering Structures*, vol. *289*, pp.116288, 2023.
[27] K. Malekzadeh Fard, N. Zolghadr and A. R. Pourmoayed," Effect Of Dimensions Smart Attached Mass And Local Stiffness On Dynamic Response Of Thick Plates," vol. 4, pp. 443-452, 2018(inpersian).
[28] J. S, Park, J. H. Kim, and S. H. Moon, "Vibration of thermally post-buckled composite plates embedded with shape memory alloy fibers," *Composite Structures*, vol. 63, pp. 179-188, 2004.
[29] M. Salehi and S. Ziaei-Rad, "Modal Analysis," Danesh Pajoohan Berin Publications, Tehran, Summer 2005 (inpersian) .
[30] S. M. R. Khalili, A. Shokuhfar, K. Malekzadeh, and F. A. Ghasemi, "Low-velocity impact response of active thin-walled hybrid composite structures embedded with SMA wires," *Thin Walled Structures,* vol. 45, no. pp. 799–808, 2007.