

پایداری بال زدن پرواز نزدیک به شناور برای ریزپرنده الهام گرفته از مرغ مگس خوار

حسین رضایی حقیقی میاینده^۱، مهدی پیرخندان لسکوکلايه^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، گروه هوافضا، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران
۲- کارشناس ارشد مهندسی هوافضا، گروه مکانیک، موسسه آموزش عالی احرار رشت، گیلان، ایران
(دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۲/۰۸)

چکیده

در این پژوهش، پایداری دینامیکی یک ریزپرنده بال‌زن دو باله در شرایط پرواز شناور به صورت جامع مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل پایداری در راستاهای رول و پیچ انجام گرفته و برای این منظور از یک مدل دینامیکی خطی شده بر مبنای اصول مکانیک صلب و نیروهای آئرو دینامیکی شبه پایا استفاده شده است. مشتقات پایداری شامل اثرات سرعت جانبی، نرخ‌های چرخش و زاویه وضعیت، با روش عددی مشتق‌گیری مرکزی حول نقطه تعادل استخراج گردیده‌اند. نوآوری اصلی مقاله در بررسی کمی و تحلیلی تأثیر موقعیت عمودی بال‌ها نسبت به مرکز جرم (z_w) بر رفتار دینامیکی سیستم، مشتقات پایداری و محل قطب‌های سیستم حلقه‌بسته می‌باشد. این تأثیر پیش‌تر به صورت مستقل و جامع مورد مطالعه قرار نگرفته و یافته‌های این پژوهش می‌تواند به عنوان معیاری مهم در طراحی پیکربندی مکانیکی ریزپرنده‌های فاقد دم مطرح شود. در ادامه، یک الگوریتم کنترلی خطی بر پایه بازخورد نرخ زاویه‌ای برای محورهای رول و پیچ طراحی شده و نشان داده شده است که سیستم با این کنترل‌کننده در محدوده‌ای از موقعیت‌های بال قابل پایداری است. نتایج شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد که موقعیت بهینه بال می‌تواند منجر به افزایش پایداری، کاهش حساسیت سیستم و ساده‌سازی الگوریتم‌های کنترلی گردد. دستاوردهای این تحقیق می‌توانند در طراحی نسل جدیدی از ریزپرنده‌های الهام‌گرفته از طبیعت که در محیط‌های بسته و بدون تجهیزات تثبیت‌کننده عمل می‌کنند، مورد استفاده قرار گیرند.

واژه‌های کلیدی: پایداری، پرواز شناور، کنترل فعال، ریزپرنده، مرغ مگس‌خوار

Stability of Near-Hovering Flapping Flight for a Hummingbird-Inspired Micro Aerial Vehicle

Hossein Rezaei Haghighi Miande, Mahdi Pirkhandan Laskookelayeh

Abstract

In this study, the dynamic stability of a two-wing flapping-wing micro air vehicle (FWMAV) in hovering flight is comprehensively analyzed. The analysis focuses on the roll and pitch dynamics using a linearized dynamic model based on rigid-body mechanics and quasi-steady aerodynamic force estimation. Stability derivatives, including the effects of lateral velocity, angular rates, and orientation, are computed numerically using a central difference scheme around the equilibrium state.

The key innovation of this research lies in the quantitative and analytical investigation of how the vertical position of the wings relative to the center of gravity (z_w) affects the system's stability characteristics, including the behavior of stability derivatives and the location of closed-loop poles. This parameter has not been thoroughly or independently explored in previous studies, and the findings presented here can serve as a practical guideline in the mechanical design of tailless FWMAVs.

Furthermore, a linear control algorithm based on angular rate feedback is proposed for stabilizing the roll and pitch dynamics. Simulation results demonstrate that within a certain range of wing positions, the system can be effectively stabilized with relatively simple control laws. The study concludes that optimal wing placement can enhance overall system stability, reduce sensitivity, and simplify the control strategy, offering valuable insights for the design of next-generation bio-inspired micro air vehicles intended for operation in constrained environments.

Key words: Hovering flight, Stability, Active control, MAV, Hummingbird

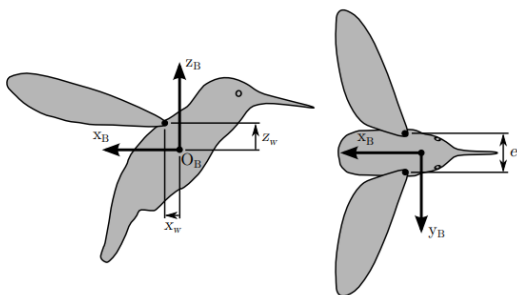
مقدمه

در این پژوهش، پایداری دینامیکی یک ریزپرنده دو باله‌ی بال‌زن، الهام‌گرفته از مرغ مگس‌خوار، مورد بررسی قرار گرفته است. هدف، تحلیل اثر متغیرهایی چون موقعیت عمودی بال‌ها نسبت به مرکز جرم، فرکانس بال‌زدن، زاویه حمله و مشتقات آئرو دینامیکی در شرایط پرواز شناور می‌باشد. برای این منظور، یک مدل CAD از ریزپرنده توسعه داده شد که ویژگی‌های هندسی و جرم آن در جدول ۱ آمده است. همچنین، جهت‌گیری بدنه در حالت هاورینگ به صورت عمودی در نظر گرفته شده که موجب صفر شدن مؤلفه کوپل اینرسی I_{xz} شده است. در رابطه (۱) یکی از مهم‌ترین عوامل طراحی که در این پژوهش بررسی می‌شود [۳]، موقعیت بال‌ها نسبت به مرکز جرم پرنده است. مطالعات نشان داده‌اند که نصب بال در ارتفاعی بالاتر از مرکز جرم می‌تواند موجب پایداری دینامیکی بیشتر شود [۶ و ۸]. برای تحلیل دقیق این اثر، محل نصب بال به صورت یک پارامتر متغیر در نظر گرفته شده است که در شکل ۱ شماتیکی از نحوه قرارگیری آن نسبت به مرکز جرم ارائه شده است.

$$F_{Nr} = \rho \pi \left(\frac{3}{4} - x_0 \right) \dot{\alpha} U_{CP} \frac{R_C^2}{r^2} \int_0^1 \hat{c}^2(r) \hat{r} dr. \quad (1)$$

جدول ۱: پارامترهای ربات مرغ مگس‌خوار
مشخصه شکل بال در معادله (۱)

m	Ixx	Iyy	Izz	e
g	kg.m ²	kg.m ²	kg.m ²	mm
20	1e-5	1e-5	1e-3	31/6
R mm	AR	\hat{r}^2	$\hat{x}0$	$\int_0^1 \hat{c}^2 \hat{r} d\hat{r}^*$
90	9/33	0/531	0/25	0/418



شکل ۱: موقعیت شانه‌های بال نسبت به مرکز ثقل

پرواز شناور با بال‌های متحرک یکی از پیچیده‌ترین و درعین حال شگفت‌انگیزترین پدیده‌های طبیعی است که در گونه‌هایی نظیر مرغ مگس‌خوار مشاهده می‌شود. این توانایی طبیعی که شامل تولید نیروی برآ در هر دو حرکت رو به بالا و پایین بال است، الهام‌بخش طراحی نسل جدیدی از ریزپرنده‌های بال‌زن شده است. این ریزپرنده‌ها به واسطه ابعاد کوچک، مانورپذیری بالا و امکان پرواز در محیط‌های محدود، در زمینه‌هایی همچون پایش محیطی، عملیات جستجو و نجات، شناسایی نظامی و تصویربرداری هوایی کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند [۱ و ۲].

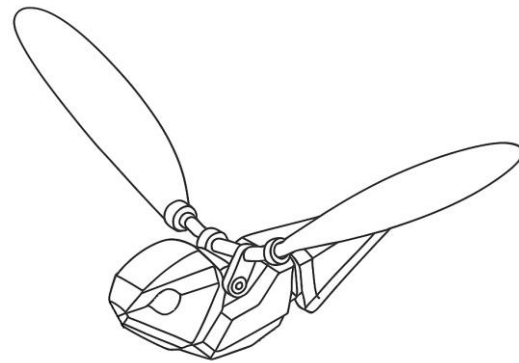
در دهه‌های اخیر، تحقیقات متعددی به مدل‌سازی نیروهای آئرو دینامیکی و پایداری دینامیکی این پرنده‌های الهام‌گرفته از زیست‌شناسی اختصاص یافته است. نخستین مدل‌های شبه‌پایای تولید نیرو در حرکت نوسانی بال‌ها توسط الینگتون و همکاران ارائه شد که تأثیر زاویه حمله، سرعت جریان و نرخ چرخش بال را در تولید نیروی برآ توصیف کرد [۳]. در ادامه، سان و دیکسون با ترکیب آزمایشات تجربی و مدل‌سازی، نقش دوران بال در ایجاد گشتاورهای پیچشی و اثر متقابل آن با نرخ چرخش بدن را برجسته کردند [۴]. این یافته‌ها نشان داد که مدل‌های صرفاً انتقالی، برای تحلیل دقیق پایداری کافی نیستند.

پژوهش‌های بیشتری نیز با تمرکز بر محاسبه مشتقات پایداری و دینامیک پرواز بال‌زن‌ها ارائه شده‌اند. به‌طور خاص، سان [۵] و ژانگ و همکاران [۶] با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی دقیق (CFD)، اثر موقعیت بال‌ها و پارامترهای هندسی را بر پایداری بررسی کرده‌اند. این پژوهش‌ها نشان داده‌اند که بالاتر بودن بال نسبت به مرکز جرم، نقشی کلیدی در تولید گشتاور پایدارکننده دارد.

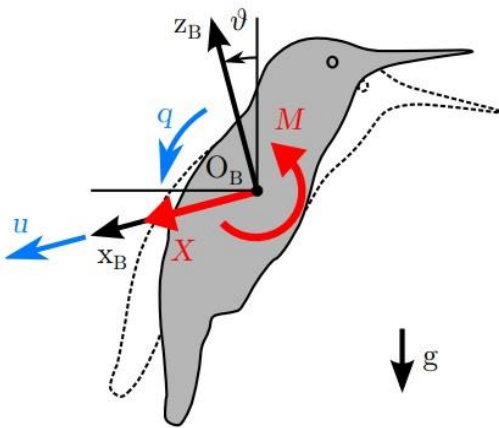
در حوزه مدل‌سازی و کنترل، بیرد و همکاران [۷] ساختار مرجع دینامیکی برای ریزپرنده‌های بدون دم ارائه دادند که امکان تحلیل سیستم‌های ناپایدار بدون نیاز به سطوح کنترل مرسوم را فراهم ساخت. به‌موازات آن، پژوهش‌های نوین‌تری همچون ژانگ و همکاران [۸] و چیان همکاران [۹] الگوریتم‌های کنترل بهینه و طراحی مکانیزم‌های مستقل برای پایداری رول و پیچ را معرفی کردند که نشان‌دهنده‌ی گذار حوزه از تحلیل صرف، به سمت پیاده‌سازی عملی است.

آن‌ها) و موقعیت بال عمودی z_w ارائه می‌شود. سپس یافته‌ها با مشتقات به‌دست‌آمده به‌صورت عددی مقایسه می‌شوند.

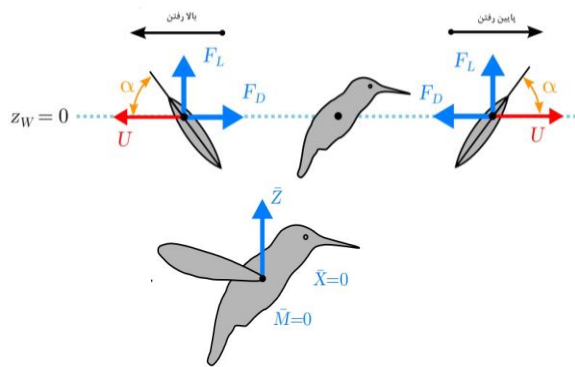
$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_q & g \\ M_u & M_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ext} \\ M_{ext} \end{bmatrix} \quad (2)$$



شکل ۲: شماتیک اولیه از ریز پرنده شبیه به مرغ مگس خوار



شکل ۳: مختصات دینامیک پیچ



شکل ۴: نیروهای برآ و پسا ناشی از بال‌ها در حالت شناور (سمت چپ) و تلاش‌های میانگین دوره‌ای ناشی از آن‌ها (سمت راست)

بیاید یک بال را در نظر بگیریم که در حالت شناور با سرعت ثابت CP و زاویه حمله ثابت α نوسان می‌کند. شکل ۴ فرض بر این است که نیروی برآ و نیروی پسا بال در صورتی که یا سرعت بال U یا زاویه حمله α افزایش یا کاهش یابند. هنگامی که بدنه با سرعت Δu به عقب حرکت می‌کند، سرعت بال در حرکت به سمت پایین به $U - \Delta u$ کاهش می‌یابد، اما در حرکت رو به بالا تا $U + \Delta u$ افزایش می‌یابد که باعث ایجاد

شرایط عملکرد بال با دامنه بال زدن $\phi_m = 80^\circ$ و فرکانس 26 هرتز برآورد شد. مقدار زاویه حمله در میانه صفحه بال که تعادلی بین وزن و میانگین نیروی برآ، $a_m = 3.3^\circ$ با تکرار محاسبات پیدا شد؛ اما آخرین پارامتر مهم طراحی، موقعیت بال‌ها نسبت به مرکز ثقل است. شکل ۱ شواهد به ما می‌گوید که بال‌ها باید بالاتر از مرکز ثقل باشند که در طبیعت نیز قابل مشاهده است. برای مشاهده تأثیر آن، موقعیت بال عمودی z_w به‌عنوان یک پارامتر آزاد نگه‌داشته شد. موقعیت طولی بال‌ها روی $x_w = 0$ تنظیم شد [۱۰].

در ادامه این مقاله، ابتدا مدل دینامیکی خطی شده برای حرکت جانبی و عرضی ریزپرنده معرفی می‌شود. این مدل‌سازی شامل استخراج مشتقات پایداری در راستای رول و پیچ با استفاده از مدل شبه پایای آنرودینامیکی و محاسبه آن‌ها به روش مشتق‌گیری عددی است. در گام بعد، تأثیر موقعیت عمودی بال‌ها (z_w) بر روی مشتقات پایداری و رفتار کلی سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس، یک الگوریتم کنترلی بازخوردی مبتنی بر نرخ‌های زاویه‌ای طراحی و پایداری سیستم حلقه بسته تحلیل می‌شود. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی عددی برای ارزیابی عملکرد دینامیکی سیستم ارائه و بحث می‌گردد.

دینامیک پیچ

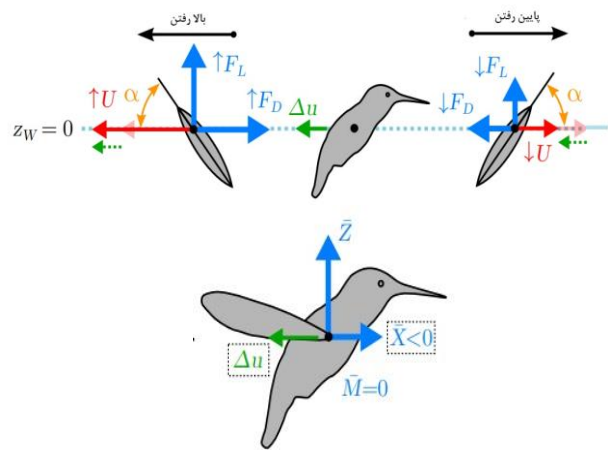
دینامیک پیچ به حالت رابطه (۲) نشان داده می‌شود [۴، ۷] و [۱۱]. جهت مثبت مختصات در شکل ۳ نشان داده شده است. پایداری دینامیک پیچ با مشتقات پایداری $\dot{X}_u, \dot{X}_q, \dot{M}_u$ و \dot{M}_q تعیین می‌شود. در اینجا، ابتدا یک رویکرد ساده‌گرایانه باهدف یافتن یک رابطه (تقریبی) بین مشتقات پایداری (به‌ویژه علائم

نیروی متوسط دوره‌ای در نقطه‌ی متوسط z_w عمل می‌کند و لحظه پیچ (\bar{M}) را ایجاد می‌کند، که علامت آن معکوس علامت z_w است. چرخش بدن حول محور پیچ با نرخ زاویه‌ای Δq تأثیراتی بر سرعت بال و زاویه حمله دارد. با در نظر گرفتن اینکه ریشه‌های بال در مرکز ثقل ($z_w=0$) قرار دارند، تأثیر اصلی بر زاویه حمله α است.

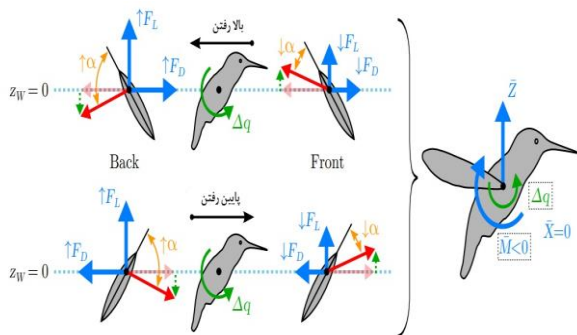
شکل ۷ این زاویه برای موقعیت‌های بال پشت بدنه افزایش می‌یابد، درحالی‌که در جلو بدنه به دلیل وجود مؤلفه سرعت عمودی ناشی از چرخش بدنه کاهش می‌یابد؛ اما عدم تعادل برآ باعث ایجاد یک گشتاور M می‌شود که برعکس چرخش Δq می‌باشد؛ بنابراین، مشتق \dot{M}_q باید منفی باشد. همچنین در شکل ۷ اثر اختلال در زاویه‌ی افقی q زمانی که بال‌ها در مرکز ثقل قرار دارند ($z_w=0$) را نشان می‌دهد که به این صورت است که زاویه‌ی حمله در پشت بدنه افزایش می‌یابد، اما در جلوی بدنه کاهش می‌یابد. این موضوع منجر به توزیع نابرابر نیروی برآ می‌شود و در نتیجه منجر به ایجاد یک گشتاور متوسط حول محور افقی \bar{M} می‌گردد که دچار اختلال در سیستم می‌شود.

در شکل ۸ تأثیرات یک اختلال در زاویه پیچ (Δq) را نشان می‌دهد که برای موقعیت کلی ریشه بال ($z_w \neq 0$) وجود دارد. علاوه بر تغییرات در زاویه حمله، سرعت در حرکت صعودی افزایش می‌یابد و در حرکت نزولی کاهش می‌یابد. (زمانی که ریشه‌های بال بالاتر از مرکز ثقل قرار داشته باشند و بالعکس) این امر نیروی میانگین غیر صفر \bar{X} را به وجود می‌آورد که علامت آن معکوس علامت z_w است و باعث کاهش بیشتر گشتاور پایداری منفی \bar{M} برای هر دو حالت مثبت و منفی z_w می‌شود.

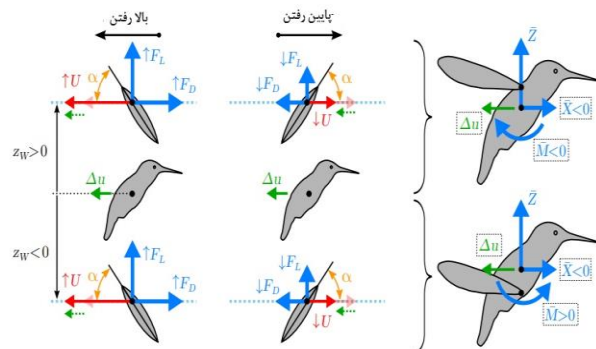
عدم تعادل در برآ و پسا می‌شود، شکل ۵. درحالی‌که میانگین نیروی برآ \bar{Z} تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد، میانگین نیروی طولی \bar{X} با حرکت u مخالفت می‌کند. بنابراین، مشتق پایداری \dot{X}_u باید منفی باشد، که بیانگر یک جمله میرایی است. در شکل ۵ اثرات یک اختلال در جهت طولی Δu زمانی که ریشه‌های بال در مرکز ثقل قرار می‌گیرند ($z_w=0$) را نشان می‌دهد. تفاوت سرعت بال بین حرکت رو به بالا و پایین باعث ایجاد یک نیروی میرایی متوسط چرخه \bar{X} می‌شود که با اختلال مخالفت می‌کند. برای یک موقعیت عمومی ریشه بال ($z_w \neq 0$)، یک گشتاور پیچ، $\bar{M} = \bar{X} z_w$ به دلیل بازوی اهرمی از ریشه بال تا مرکز ثقل شکل ۶ به وجود می‌آید؛ بنابراین، \dot{M}_u باید در زیر مرکز ثقل مثبت و در بالای مرکز ثقل منفی باشد. در شکل ۶ اثرات یک اختلال در جهت طولی Δu برای یک موقعیت عمومی ریشه بال ($z_w \neq 0$) را نشان می‌دهد.



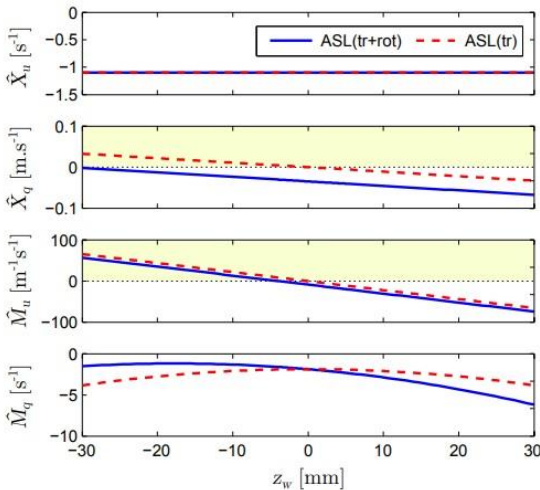
شکل ۵: اثرات یک اختلال در جهت طولی Δu زمانی که شانه‌های بال در مرکز ثقل قرار می‌گیرند ($z_w=0$)



شکل ۷: اثر اختلال در زاویه‌ی افقی q زمانی که بال‌ها در مرکز ثقل قرار دارند ($z_w=0$)



شکل ۶: اثرات یک اختلال در جهت طولی Δu برای یک موقعیت عمومی شانه بال ($z_w \neq 0$)



شکل ۹: مشتقات پایداری دینامیک پیچ برای متغیر موقعیت بال z_w .

در این روش، با فرض اینکه نیروها و گشتاورها تابعی از متغیرهای حالت دینامیکی باشند، تغییرات کوچکی به صورت عددی در هر متغیر وارد شده و مشتقات پایداری به صورت رابطه (۳) محاسبه می گردند:

و به همین ترتیب برای سایر مشتقات.

در اینجا:

- M گشتاور حول محور پیچ

- q نرخ پیچش پیچ (rate)

- X نیروی جلوبرنده در راستای بدن

- u سرعت طولی در راستای بدنه

- Δq و Δu انحرافات بسیار کوچک حول نقطه تعادل

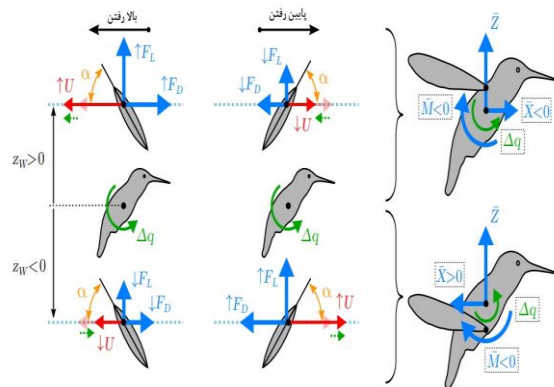
در این فرآیند، ابتدا وضعیت تعادل (هاورینگ) با شرایط اولیه مشخص شده و مقادیر نیرو و گشتاور محاسبه می شود. سپس با ایجاد انحراف در یکی از متغیرهای حالت، مقدار جدید گشتاور/نیرو محاسبه و مشتق متناظر به صورت عددی استخراج می گردد. این روش بر اساس تحقیقات کلاسیک در مدل سازی

$$\frac{X(u + \Delta u) - X(u)}{\Delta u} \approx \frac{X \partial}{u \partial} \quad (3)$$

$$\frac{M(q + \Delta q) - M(q)}{\Delta q} \approx \frac{M \partial}{q \partial}$$

آرودینامیک پرندگان و حشرات پایه گذاری شده است و در ادبیات مرجع نیز کاربرد گسترده ای دارد [۳ و ۴].

همچنین یک گشتاور پیچ، M را ایجاد می کند که با چرخش Δq مخالف است؛ بنابراین، مشتق \dot{M}_q باید منفی باشد. اگر ریشه های بال بالاتر یا پایین تر از مرکز ثقل قرار گیرند، سرعت بال نیز در موقعیت مرکزی بال تغییر می کند (شکل ۷). سرعت در حرکت بالا افزایش و در حرکت پایین کاهش می یابد (برای $z_w > 0$ ؛ و برعکس برای $z_w < 0$). این مسئله عدم تقارن نیرو پسا بین بالای سطح بال و پایین سطح بال ایجاد می کند که به نیروی طولی متوسط \bar{X} تبدیل می شود. بنابراین، مشتق \dot{X}_q باید برای $z_w < 0$ مثبت و برای $z_w > 0$ منفی باشد. علاوه بر این، لحظه ی پیچ به صورت $\bar{M} = \bar{M}_0 + \bar{X} z_w$ تغییر می کند که در آن اولین عبارت نمایانگر لحظه ی میرایی پیچ برای ریشه های بال در مرکز ثقل ($z_w = 0$) است. عبارت دوم همیشه کمتر یا برابر با صفر است به دلیل علامت های مخالف \bar{X} و z_w بنابراین، مشتق \dot{M}_q باید برای هر موقعیت ریشه بال منفی باقی می ماند. مشتقات پایداری ارائه شده برای پارامترهای ربات، در شکل ۹ نشان داده شده است. دو مدل شبه پایدار مورد استفاده قرار گرفت، یک مدل ساده تر شامل فقط نیروی ناشی از انتقال $ASL(tr)$ و یک مدل پیچیده تر که شامل نیروی ناشی از چرخش $ASL(tr+rot)$ نیز می شود که مدل دوم مشتقات پایداری قابل مقایسه ای را به یک مدل CFD ارائه می دهد. برای تحلیل پایداری و طراحی کنترل گر، مشتقات پایداری شامل مشتق نیرو و گشتاور نسبت به متغیرهای حالت (نظیر سرعت ها و نرخ های زاویه ای) محاسبه شدند. این مشتقات با استفاده از مدل آرودینامیکی شبه پایا و روش مشتق گیری عددی به دست آمده اند. محاسبه مشتقات آرودینامیکی پایداری با روش مشتق گیری عددی از مدل شبه پایای نیروهای بال زن انجام شده است [۵ و ۶].



شکل ۸: تأثیرات یک اختلال در زاویه پیچ (Δq) برای موقعیت کلی شانه بال ($z_w \neq 0$)

ASL(tr+rot) با خطوط پیوسته، می‌توانیم سه پیکربندی مختلف قطب را مشاهده کنیم. برای مقادیر مثبت ZW (بال‌هایی که در بالای مرکز ثقل قرار دارند)، یک جفت قطب پیچیده ناپایدار و یک قطب واقعی پایدار داریم. برای مقادیر منفی ZW، یک قطب واقعی پایدار و یک جفت قطب پیچیده ناپایدار وجود دارد. در نهایت، یک ناحیه گذرا باریک در اطراف مرکز ثقل ($ZW \approx 0$) برای ASL(tr) و زیر مرکز ثقل ($ZW \approx -4mm$) برای ASL(tr+rot) وجود دارد که در آن سه قطب واقعی وجود دارند. می‌توان نشان داد که پیکربندی قطب‌ها توسط مشتق $\hat{M}u$ تعیین می‌شود. با نادیده گرفتن مشتق $\hat{X}q$ که اثر آن بر دینامیک‌ها بسیار کوچک نشان داده شده است، معادله مشخصه به صورت رابطه (۶) تبدیل می‌شود. نقش موقعیت بال نسبت به مرکز جرم در پایداری سیستم نیز در مقالات پیشین مورد توجه قرار گرفته است [۶ و ۹]. که می‌توان آن را با رابطه (۶) بازنویسی کرد.

$$\lambda(\lambda - Xu)(\lambda - Mq) - M u g = 0$$

$$1 + M u \frac{-g}{\lambda(\lambda - Xu)(\lambda - Mq)} = 0 \quad (6)$$

معادله به همان شکلی است که معادله مشخصه سیستم H(s) $(\lambda - \hat{M}q)(\lambda - \hat{X}u) - g = 0$ در حلقه بسته با یک بهره بازخورد $\hat{M}u$ دارد. بنابراین، می‌توان از روش محل ریشه‌ها برای بررسی تأثیر مشتق $\hat{M}u$ بر قطب‌های دینامیک پیچ استفاده کرد. سیستم H(s) دارای سه قطب است؛ یکی در مبدأ و دو تا در محور حقیقی که به ترتیب با مشتقات $\hat{X}u$ و $\hat{M}q$ مشخص شده‌اند. از آنجایی که H(s) صفر و هیچ عدد منفی ندارد، محل ریشه‌ها از مجانبی در ± 60 درجه و 180 درجه برای $\hat{M}u \rightarrow -\infty$ و مجانبی صفر درجه ± 120 درجه برای $\hat{M}u \rightarrow \infty$ میل خواهد کرد. نقطه شروع مجانب در نقطه $(\hat{X}u + \hat{M}q)/3$ قرار دارد. محل ریشه نمای ایجاد شده در شکل ۱۱ نشان داده شده و بسیار شبیه به مکان نمای تغییر موقعیت بال ZW شکل ۱۰ به نظر می‌رسد، $\hat{M}u$ منفی منجر به یک جفت قطب پیچیده ناپایدار و یک قطب واقعی پایدار می‌شود.

در حالی که $\hat{M}u$ مثبت منجر به یک قطب واقعی ناپایدار و یک جفت قطب پیچیده پایدار می‌گردد. به شرطی که هر دو مقدار $\hat{X}u$ و $\hat{M}q$ منفی باشند، یک ناحیه کوچک از پایداری برای مقادیر کوچک منفی $\hat{M}u$ وجود دارد.

$$\lambda(\lambda - Xu)(\lambda - Mq) - M u g = 0$$

$$1 + M u \frac{-g}{\lambda(\lambda - Xu)(\lambda - Mq)} = 0 \quad (4)$$

مدل ساده‌تر $ASL(tr)$ که با خطوط خط‌چین در شکل ۹ به تصویر کشیده شده، با یافته‌های مربوط به علائم مشتق مبتنی بر شکل‌های ۵ تا ۸ که قبلاً بررسی شد، کاملاً مطابقت دارد. مشتق $\hat{X}u$ که نمایانگر دامنه حرکت روبه‌جلو است، همیشه منفی بوده و به موقعیت بال هیچ وابستگی ندارد. مشتق $\hat{M}q$ ، که دامنه چرخش در پیچ را نشان می‌دهد، همیشه منفی باقی‌مانده و با مربع موقعیت بال Z_w^2 متغیر است و حداکثر آن در $Z_w = 0$ قرار دارد. مشتقات متقابل $\hat{M}u$ و $\hat{X}q$ در $Z_w = 0$ هستند و با شیب منفی به صورت خطی با موقعیت بال Z_w تغییر می‌کنند. اضافه نیروی ناشی از چرخش در $ASL(tr+rot)$ تأثیری بر مشتق $\hat{X}u$ (خطوط پیوسته در شکل ۹) ندارد. می‌توانیم برخی تفاوت‌ها را در بین سایر سه مشتق مشاهده کنیم، اما رفتار کلی مشابه باقی می‌ماند. دامنه چرخش $\hat{M}q$ تقریباً یک تابع مربعی از Z_w^2 باقی می‌ماند. حداکثر مقدار آن، که اکنون در حدود $-18mm$ قرار دارد، کمی افزایش می‌یابد اما همچنان منفی باقی می‌ماند. مشتقات $\hat{X}u$ و $\hat{M}u$ کمی از مدل ساده‌تر فاصله دارند، اما همان شیب را حفظ می‌کنند. $\hat{X}q$ در محدوده بررسی شده همیشه منفی باقی می‌ماند، در حالی که $\hat{M}u$ حدود $4mm$ از صفر عبور می‌کند.

قطب‌های سیستم

با فرض اینکه سیستم قابل دسترسی و قابل مشاهده باشد و ماتریس سیستم A وجود داشته باشد، قطب‌های سیستم به‌عنوان ریشه‌های معادله مشخصه $|\lambda I - A| = 0$ تعریف می‌شوند. برای دینامیک حرکت عمودی (پیچ)، ما یک معادله مکعبی با سه ریشه به دست می‌آوریم (رابطه (۵)).

$$\lambda^3 - (Xu + Mq)\lambda^2 + (XuMq - MuXq)\lambda - M u g = 0 \quad (5)$$

در شکل ۱۰ موقعیت قطب‌ها (جایگاه ریشه‌ها) را برای موقعیت بال ZW که از $-30mm$ تا $30mm$ متغیر است، نشان می‌دهد که از مشتقات پایداری که در شکل ۹ نشان داده شده، محاسبه شد. در هر دو مدل، ASL(tr) با خطوط نقطه‌چین و

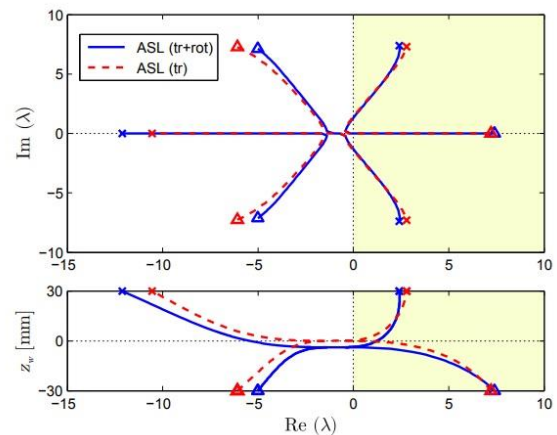
زاویه‌ای استفاده می‌کنند، چشم‌های مرکب و هالترها. در مقایسه با چشم‌های مرکب که نسبت به سرعت‌های حدود ۱۰۰ درجه بر ثانیه حساسیت بیشتری دارند، هالترها قادرند سرعت‌هایی تا ۱۰۰۰ درجه بر ثانیه را شناسایی کنند و زمان پاسخ آن‌ها تقریباً چهار برابر کوتاه‌تر است [۱۲ و ۱۳]. شرم‌ن و دیکینسون [۱۴] نشان دادند که پاسخ بال به سینگال‌های حسی به صورت یک مجموعه وزنی است؛ بنابراین، بررسی شرایطی که در آن می‌توان دینامیک گشتاور پیچ را با استفاده از یک بازخورد سرعت زاویه‌ای با ضریب kq پایدار کرد. این کنترل یک لحظه پایداری $\hat{M} = kq$ را معرفی خواهد کرد. با جایگذاری این لحظه در مدل فضای حالت، ما طبق رابطه (۷) به دست می‌آوریم. که رابطه (۸) را تولید می‌کند.

$$\lambda^3 - (k_q + X_u + M_q)\lambda^2 + [X_u(M_q - k_q) - M_u X_q]\lambda - M_u g = 0 \quad (8)$$

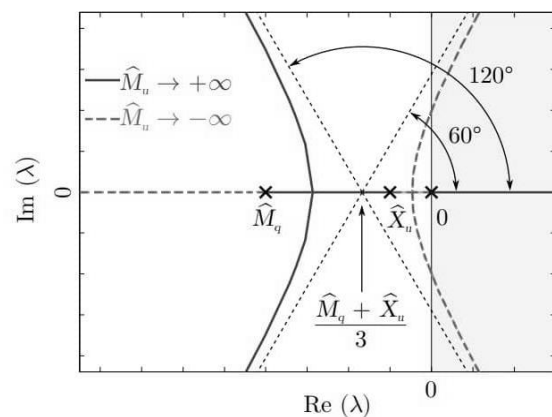
برای پایداری سیستم، از الگوریتم بازخورد نرخ زاویه‌ای در راستای پیچ و رول استفاده شده است که در طراحی ریزپرنده‌های بدون سطوح پایدارکننده، رایج می‌باشد [۷ و ۸]. شرط لازم (اما نه کافی) برای پایداری مستلزم مثبت بودن همه ضرایب معادله مشخصه است. این موضوع نشان می‌دهد که بازخورد نرخ گشتاور پیچ تنها در صورتی می‌تواند سیستم را پایدار کند که مشتق \hat{M}_u منفی باشد. با نادیده گرفتن دوباره مشتق \hat{X}_q و بازنویسی معادله مشخصه به شکل محور ریشه با پارامتر \hat{M}_u طبق رابطه (۹) به دست می‌آوریم [۷ و ۸].

$$1 + M_u \frac{-g}{\lambda(\lambda - X_u)(\lambda + k_g - M_u)} = 0 \quad (9)$$

ما می‌توانیم مشاهده کنیم که بهره بازخورد قطبی را که بر میرایی نرخ گشتاور پیچ تأثیر می‌گذارد (شکل ۱۲). این حرکت باعث می‌شود مبدأ مجانب‌های مکان ریشه به سمت چپ جابجا شود این جابجایی منجر به باز شدن مکان ریشه برای مقادیر منفی \hat{M}_u می‌شود. نتیجه این تغییرات این است که سیستم برای یک بازه بزرگ‌تر از مقادیر \hat{M}_u پایدار می‌شود.



شکل ۱۰: تأثیر موقعیت بال بر دینامیک‌های پیچ: موقعیت میله‌ها در صفحه پیچیده (بالا) و بخش واقعی میله‌ها در مقابل موقعیت بال (پایین)



شکل ۱۱: نمودار ریشه نشان‌دهنده تأثیر مشتق \hat{M}_u بر دینامیک سیستم است.

این ناحیه که شامل یک قطب واقعی سریع و یک جفت قطب پیچیده با میرایی کم و کند است، تنها با افزایش میرایی حرکت به جلو یا چرخش در زاویه قابل‌گسترش است. این کار می‌تواند به صورت غیرفعال با اضافه کردن برخی سطوح میرایی (مانند دم، بادبان‌ها) یا به صورت فعال از طریق کنترل بازخورد انجام شود. نقش موقعیت بال نسبت به مرکز جرم در پایداری سیستم نیز در مقالات پیشین مورد توجه قرار گرفته است [۶ و ۹].

پایداری فعال

پرنده‌گان و سایر حیوانات پرنده دارای سیستم‌های حسی هستند که بازخوردی برای پایداری فعال پروازشان فراهم می‌کند. مگس‌ها از دو نوع حسگر برای تشخیص سرعت‌های

این صورت، رابطه (۱۳) به یک شرط کافی برای پایداری تبدیل می‌شود.

$$k_{q,\min} \gg \left(-M_q + \frac{M_u X_q}{X_u} \right) \quad (12)$$

$$k_q > \sqrt{\frac{M_u}{X_u}} g \quad (13)$$

جدول ۳ قطب‌های محاسبه‌شده برای چندین حیوان را با استفاده از مشتقات پایداری جدول ۲ نشان می‌دهد. همچنین مقادیر حداقل بازخورد k محاسبه‌شده را با فرمول دقیق (رابطه ۱۱) و مقادیر برآورد شده توسط رابطه (۱۳) مقایسه می‌کند. می‌بینیم که در بیشتر موارد فرمول تقریبی بسیار نزدیک به جواب دقیق است.

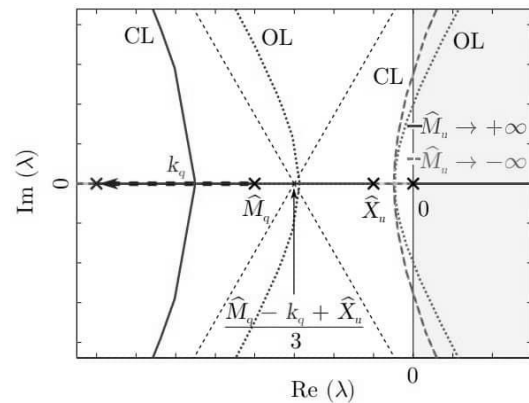
دینامیک رول

دینامیک رول با مدل فضای حالت رابطه (۱۴) نشان داده می‌شود. برای تحلیل پایداری جانبی ریزپرنده در وضعیت هاورینگ، معادلات حرکت حول محور طولی (رول) به صورت خطی شده در قالب فضای حالت فرموله شده‌اند. مدل حاصله شامل سه متغیر حالت کلیدی است: سرعت جانبی v ، نرخ رول p و زاویه رول ϕ معادله دینامیکی به صورت رابطه (۱۴) استخراج می‌شود. مدل فضای حالت مربوط به دینامیک پیچ و رول در پرواز شناور، با فرض انتقالات صلب و بر پایه اصول نیوتن-اویلر تعریف شده‌اند [۷].

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -g \\ L_v & L_p & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{ext} \\ L_{ext} \end{bmatrix} \quad (14)$$

در این رابطه:

- Y^u, Y^p : مشتقات پایداری نیروی جانبی نسبت به سرعت جانبی و نرخ رول
- L^v, L^p : مشتقات پایداری گشتاور رول نسبت به سرعت جانبی و نرخ رول
- g : شتاب گرانش
- Y_{ext}^u, L_{ext}^u : ورودی‌های کنترلی متناظر با نیروی جانبی و گشتاور رول



شکل ۱۲: تأثیر مشتق \dot{M}_u بر دینامیک پیچ در حلقه باز (OL) و در حلقه بسته (CL) با بازخورد پیچ (k_q)

حداقل افزایش لازم برای پایداری برای یک \dot{M}_u مشخص می‌تواند با استفاده از معیار پایداری روت-هرویتز بیان شود. [۱۵]. این معیار سه شرط را طبق رابطه (۱۰) ارائه می‌دهد. شرط سوم تأیید می‌کند که \dot{M}_u باید منفی باشد. شرط دوم معمولاً برآورده می‌شود زیرا هر دو مشتق \dot{M}_q و \dot{X}_u معمولاً منفی هستند (جدول ۲). حداقل افزایش می‌تواند از شرط اول استخراج شود که افزایش باید مثبت باشد (رابطه ۱۱).

$$\begin{aligned} & (k_q - X_u - M_q) [X_u(M_q - k_q) - M_u X_q] + M_u g > 0 \\ & k_q - X_u - M_q > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$-M_u g > 0$$

$$k_{q,\min} = \frac{M_u X_q - 2X_u M_q - X_u^2 + \sqrt{(X_u^2 M_u X_q)^2 + 4X_u M_u g}}{-2X_u} \quad (11)$$

برای یک پرنده معمولی که در حالت شناور، حداقل بهره لازم بسیار بالاتر از سایر عبارات درون پرانتز در سمت چپ رابطه (۱۰) است، یعنی $(-\dot{X}_u - \dot{M}_q)$ و رابطه (۱۲) را با نادیده گرفتن این عبارات و در نظر گرفتن این نکته که $\dot{X}_u < 0$ ما به شرایط بسیار ساده‌تری می‌رسیم که در رابطه (۱۳) مشاهده می‌کنیم. این می‌تواند به عنوان یک تخمین اولیه خوب از حداقل افزایش لازم عمل کند. علاوه بر این، اگر تمام عبارات نادیده گرفته شده در سمت چپ رابطه (۱۰) مثبت باشند، در

جدول ۲: مشتقات پایداری با استفاده از CFD، مدل سازی شبه پایدار و برآورد مورفولوژی حیوانات محاسبه شدند. داده‌های گرفته شده از مطالعات زیر: CFD۱ - سان و ژانگ [۱۶] با تصحیح از سانگ و ژانگ [۱۷]، CFD۲ - سان. ژانگ [۱۸] شبه پایدار - چنگ و دنگ [۱۹]، مورفولوژی - ریستروف و همکاران [۱۳]

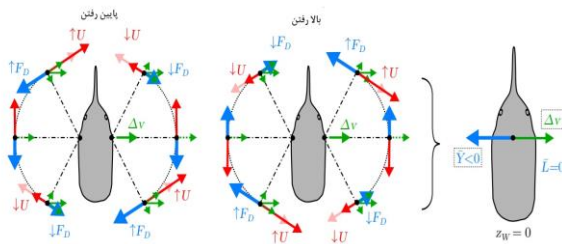
حیوان	مدل	\hat{X}_u s ⁻¹	\hat{X}_q ms ⁻¹	\hat{M}_u s ⁻¹	\hat{M}_q m ⁻¹ s ⁻¹	\hat{Z}_ω s ⁻¹
زنبورعسل ۱	CFD 1	-1/35	0/00456	-1360	-3/34	-
	شبه پایدار	-3/08	0	-988	-3/17	1/78
	مورفولوژی	-4/19	0/0163	-445	-1/9	-
زنبورعسل ۲	CFD 2	-3/61	0/0342	-908	-8/76	-
	شبه پایدار	-3/02	0	-185	-1/79	-
	مورفولوژی	-3/04	-0/0265	-151	-2/85	-
پروانه ۱	CFD 2	-0/624	-0/00437	-9/01	-0/432	-
	شبه پایدار	-0/717	-0/01	-8/43	-0/566	-
	مورفولوژی	-0/758	-0/00833	-5/61	-0/362	-
پروانه ۲	CFD 2	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
	شبه پایدار	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
	مورفولوژی	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
پروانه ۳	CFD 2	-0/624	-0/00437	-9/01	-0/432	-
	شبه پایدار	-0/717	-0/01	-8/43	-0/566	-
	مورفولوژی	-0/758	-0/00833	-5/61	-0/362	-
مرغ مگس خوار ۱	CFD 2	-0/624	-0/00437	-9/01	-0/432	-
	شبه پایدار	-0/717	-0/01	-8/43	-0/566	-
	مورفولوژی	-0/758	-0/00833	-5/61	-0/362	-
مرغ مگس خوار ۲	CFD 2	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
	شبه پایدار	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
	مورفولوژی	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
مرغ مگس خوار ۳	CFD 2	-0/624	-0/00437	-9/01	-0/432	-
	شبه پایدار	-0/717	-0/01	-8/43	-0/566	-
	مورفولوژی	-0/758	-0/00833	-5/61	-0/362	-
مرغ مگس خوار ۴	CFD 2	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
	شبه پایدار	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-
	مورفولوژی	-0/741	-0/00815	-13/6	-0/242	-

جدول ۳: قطب های سیستم به عنوان ریشه های رابطه (۴)، حداقل افزایش بازخورد برای ثبات $k_{q,min}$ از رابطه (۱۱) و برآورد آن $k_{q,min}^*$ مطابق با رابطه (۱۳) است. تمام مقادیر محاسبه شده برای داده های جدول (۲).

حیوان	مدل	λ_1	$\lambda_{2,3}$	$k_{q,min}$	$k_{q,min}^*$
زنبورعسل ۱	CFD 1	-25/2	10/2±20/6i	92/2	99/2
	شبه پایدار	-23/5	8/6±18/4i	51/4	56/1
	مورفولوژی	-18/6	6/3±14i	29/3	32/3
زنبورعسل ۲	CFD 2	-24/6	6/1±18/0i	34/8	49/7
	شبه پایدار	-13/9	4/5±10/5i	21/2	24/5
	مورفولوژی	-13/9	3/8±9/7i	18/5	22/1
پروانه ۱	CFD 2	-4/8	1/9±3/8i	11/2	11/9
	شبه پایدار	-4/8	1/8±3/8i	9/9	10/7
	مورفولوژی	-4/2	1/5±3/3i	7/8	8/5
پروانه ۲	CFD 2	-5/5	2/2±4/4i	12/9	13/4
	شبه پایدار	-5/5	2/2±4/4i	12/9	13/4
	مورفولوژی	-5/5	2/2±4/4i	12/9	13/4
پروانه ۳	CFD 2	-4/8	1/9±3/8i	11/2	11/9
	شبه پایدار	-4/8	1/8±3/8i	9/9	10/7
	مورفولوژی	-4/2	1/5±3/3i	7/8	8/5
پروانه ۴	CFD 2	-5/5	2/2±4/4i	12/9	13/4
	شبه پایدار	-5/5	2/2±4/4i	12/9	13/4
	مورفولوژی	-5/5	2/2±4/4i	12/9	13/4

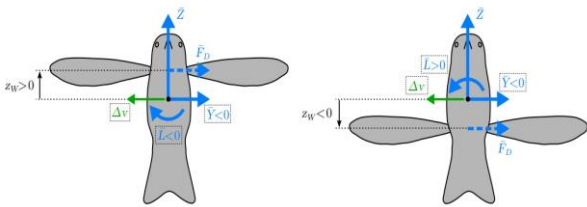
افزایش می‌یابد. این تغییرات سرعت CP بر توزیع نیروی کشش در طول سیکل حرکت بال تأثیر می‌گذارد؛ جهت غالب آن نیروی جانبی میانگین سیکل \bar{Y} را تعیین می‌کند که منفی است و با اختلال Δv مخالف است.

برای یک وضعیت کلی بال ($z_w \neq 0$)، نیروی پسا میانگین که در ریشه بال عمل می‌کند، همچنین گشتاور رول برابر است با $\bar{L} = \bar{Y} z_w$ شکل ۱۵ بنابراین، مشتق $\dot{Y} v$ باید منفی باشد و به z_w وابسته نباشد. همچنین، $\dot{L} v$ باید برای ریشه‌های بالی که پایین مرکز ثقل قرار دارند مثبت و برای ریشه‌های بالی که بالای مرکز ثقل قرار دارند منفی باشد.



شکل ۱۴: اثرات یک اختلال در جهت جانبی Δv هنگامی که

ریشه‌های بال در مرکز ثقل قرار می‌گیرند ($z_w = 0$). مؤلفه مماسی سرعت بال U هنگامی که بال در همان جهت بدنه حرکت می‌کند افزایش می‌یابد، اما زمانی که بال مخالف بدنه حرکت می‌کند کاهش می‌یابد. این باعث عدم تقارن در نیروهای پسا می‌شود و منجر به یک نیروی میرایی متوسط چرخه \bar{Y} می‌شود که با اختلال جانبی مخالف است.

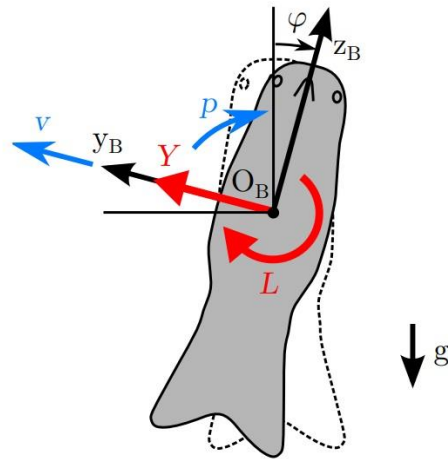


شکل ۱۵: اثرات یک اختلال در جهت جانبی Δv برای وضعیت

عمومی ریشه بال ($z_w \neq 0$). نیروی پسا متوسط چرخه در یک اهرم z_w عمل می‌کند و یک گشتاور رول (\bar{L}) را القا می‌کند که علامت آن مخالف علامت z_w است.

فرم فوق از طریق خطی سازی معادلات اوایلر و معادلات نیوتن-اوایلر برای سیستم پرنده بدون دم و فاقد پایداری ذاتی در شرایط هاورینگ به‌دست‌آمده و از روش‌های کلاسیک مدل سازی دینامیک جانبی پرواز پیروی می‌کند. این ساختار مدل در منابع معتبر پایداری و کنترل پرواز نیز به‌کاررفته است [۷ و ۲۰].

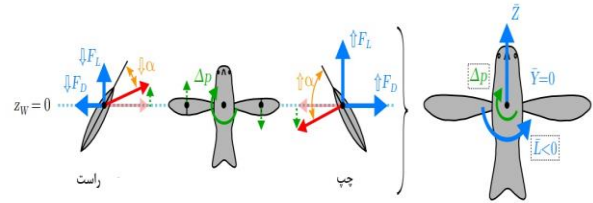
جهت‌های مثبت مختصات در شکل ۱۳ این سیستم دارای ساختار مشابه دینامیک گشتاور پیچ رابطه (۲) است. هر دو سیستم دارای سه درجه آزادی هستند و بین حرکت انتقالی و سرعت چرخش کوپلینگ وجود دارد. علامت متفاوت کنار شتاب گرانش g از جهت‌گیری سیستم مختصات ناشی می‌شود، اما تأثیر آن بر دینامیک همانند گشتاور پیچ است.



شکل ۱۳: مختصات دینامیک رول

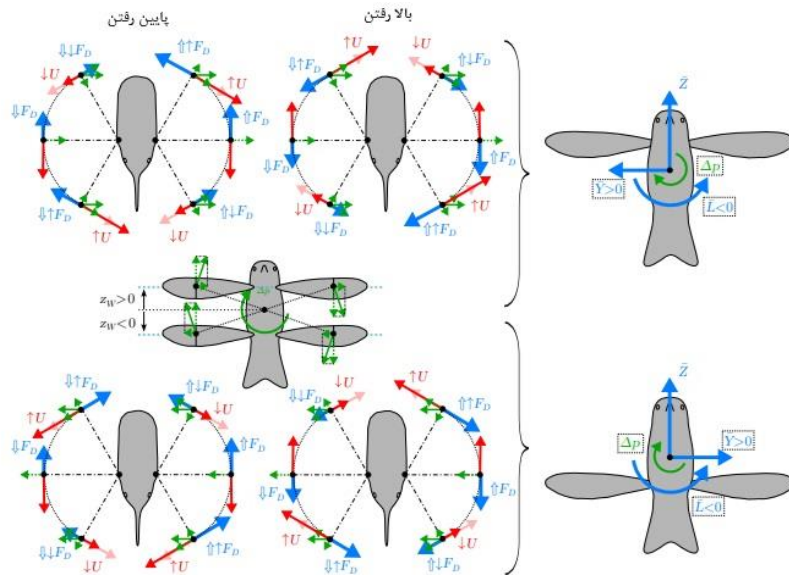
پایداری دینامیک رول توسط مشتقات پایداری $\dot{Y} p$ و $\dot{L} v$ تعیین می‌شود. یک رویکرد ساده برای تقریب رابطه بین علائم مشتقات پایداری و ارتفاع بال نسبت به بدنه پرنده z_w استفاده می‌شود. یافته‌ها دوباره با مشتقات به‌دست‌آمده به صورت عددی مقایسه می‌شوند. در مدل ساده، نیروهای بال به زاویه حمله α و سرعت CP U ، وابسته هستند، که مؤلفه سرعت مماس بر حرکت بال زدن است. فرض می‌شود که مؤلفه سرعت در جهت محور طولی بال تأثیری بر نیروهای تولیدشده ندارد. یک حرکت جانبی بدنه Δv عمدتاً در نزدیکی موقعیت‌های انتهایی بال شکل ۱۴ بر سرعت U تأثیر می‌گذارد. زمانی که بال در جهت اختلال جانبی حرکت می‌کند، کاهش می‌یابد، اما زمانی که در جهت مخالف حرکت می‌کند،

مدل ساده تر $ASL(tr)$ که با خطوط نقطه چین در شکل (۱۸) ترسیم شده است، با نتایج مبتنی بر شکل‌های (۱۴ تا ۱۷) هم خوانی دارد. مشتق \dot{Y}_v منفی است و بنابراین نمایانگر میرایی حرکت جانبی است. این مشتق به موقعیت بال z_w وابسته نیست. همچنین مشتق \dot{L}_p نیز منفی باقی می ماند و نمایانگر میرایی چرخش رول است. بیشینه آن در $z_w=0$ است و با مربع موقعیت بال z_w^2 کاهش می یابد. مشتق‌های \dot{L}_v و \dot{Y}_p نمایانگر اصطلاحات همبستگی متقاطع هستند. این مشتق‌ها در $z_w=0$ صفر هستند و به طور خطی، با شیب مثبت، با موقعیت بال z_w تغییر می کنند. مدل پیچیده تر $ASL(tr+rot)$ که نیروی ناشی از چرخش را نیز در برمی گیرد، با خطوط پیوسته در شکل ۱۸ ترسیم شده است. در مشتق \dot{Y}_v تغییرات خاصی مشاهده نمی شود. دینامیک رول، \dot{L}_p فرم مربعی خود را حفظ می کند، اما حداکثر مقدار آن به طور جزئی افزایش یافته و به $z_w \approx 22mm$ منتقل می شود، در حالی که همچنان منفی باقی می ماند. مشتقات متقاطع و وابستگی \dot{L}_v و \dot{Y}_p شیب یکسانی را حفظ می کنند، اما جابجا شده اند. اولی در حدود ۵ میلی متر از روی صفر عبور می کند و دومی در محدوده مطالعه شده منفی باقی می ماند. ما می توانیم مشاهده کنیم که در حالی که مکانیزم‌های آئرو دینامیکی پشت مشتقات پایداری دینامیک‌های پیچ و رول متفاوت هستند، اما در مورد موقعیت شانه بال z_w همان روندها را دنبال می کنند. مشتقات انتقالی \dot{X}_u و \dot{Y}_v هر دو منفی و ثابت هستند، مشتقات چرخشی \dot{M}_q و \dot{L}_p نیز منفی هستند و با مربع موقعیت بال z_w^2 متغیرند، و عبارت‌های متقاطع \dot{M}_u ، \dot{X}_q و \dot{Y}_p همه با موقعیت بال z_w متغیرند. بنابراین جهت‌های شیب متفاوت به دلیل تعاریف سیستم مختصات است، اثرات آن‌ها بر سیستم یکسان است. بنابراین، نتایج حاصل در مورد پایداری دینامیک گشتاور پیچ تقریباً برای سیستم رول نیز اعمال می شود.



شکل ۱۶: اثرات اختلال رول Δp زمانی که ریشه‌های بال در مرکز ثقل قرار دارند ($z_w=0$). زاویه حمله در بال راست کاهش و در بال چپ افزایش می یابد که این امر منجر به عدم تقارن در نیروی برآ می شود و باعث ایجاد یک لحظه رول (\bar{L}) می گردد که در مقابل چرخش رول عمل می کند.

یک تغییر ناگهانی در رول، Δp تأثیر غالبی بر زاویه حمله دارد که در بال چپ افزایش و در بال راست کاهش می یابد. این تغییرات منجر به تفاوت در نیروی برآ می شود که به نوبه خود باعث ایجاد یک گشتاور رول میانگین در سیکل \bar{L} می شود که در جهت مخالف اختلال عمل می کند. شکل ۱۶ بنابراین، مشتق \dot{L}_p باید منفی باشد. برای یک موقعیت کلی بال که $z_w \neq 0$ است، رول بدنه همچنین یک مؤلفه سرعت در جهت جانبی ایجاد می کند. شکل ۱۷ مشابه با اختلال جانبی، توزیع پسا تغییر می کند و منجر به ایجاد یک نیروی جانبی میانگین در سیکل \bar{Y} می شود. بنابراین، مشتق \dot{Y}_p برای بال‌های بالایی نسبت به مرکز ثقل باید مثبت باشد و برای بال‌های پایینی نسبت به مرکز ثقل باید منفی باشد. علاوه بر این، نیروی جانبی به طور بیشتری گشتاور رول را تغییر می دهد به طوری که $L=L_0+Y_{z_w}m/I_{xx}$ که در آن L_0 گشتاور رول در حالت $z_w=0$ است و جمله دوم همیشه کوچک تر یا برابر با صفر است به دلیل ریشه‌های مخالف Y و z_w . بنابراین، مشتق \dot{L}_p باید همیشه منفی باقی بماند. مشتقات پایداری ارائه شده در شکل (۱۸) نشان داده شده است. از دو مدل شبه پایدار استفاده شد، یک مدل ساده تر شامل نیروی ناشی از انتقال $ASL(tr)$ و یک مدل پیچیده تر که شامل نیروی ناشی از دوران نیز می شود، $ASL(tr+rot)$ همان طور که در دینامیک پیچ مشاهده می شود،



شکل ۱۷: تأثیر اختلال رول Δp در موقعیت عمومی ریشه بال ($zw \neq 0$). علاوه بر تغییرات زاویه حمله، سرعت بال به دلیل چرخش بدنه یک مؤلفه جانبی دارد که برای شانه‌های بالی که در بالای مرکز ثقل قرار دارند منفی و برای آن‌هایی که در زیر مرکز ثقل هستند مثبت است. این مؤلفه اختلالی در نیروی پسا ایجاد می‌کند که به صورت نامتقارن مشابه اختلال جانبی Δv است و منجر به یک نیروی جانبی با همان علامت zw می‌شود. علاوه بر این، گشتاور رول برای هر دو zw مثبت و منفی به‌طور بیشتری کاهش می‌یابد.

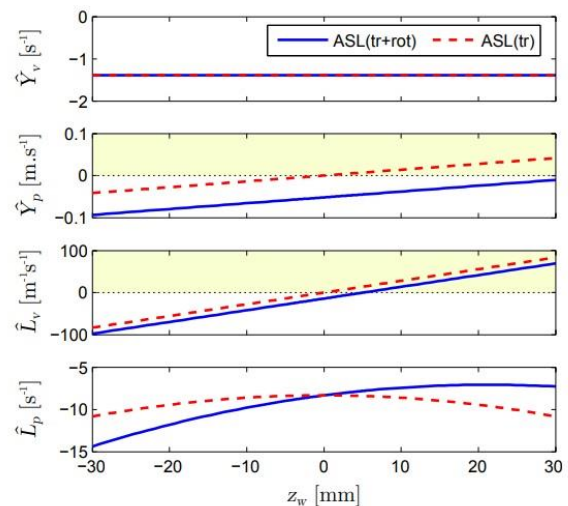
با استفاده از مدل آئرودینامیکی شبه‌پایا و روش تفاضل مرکزی به صورت عددی استخراج شدند. این مشتقات به صورت رابطه (۱۵) برآورد می‌شوند:

$$\frac{F(x+\Delta x) - F(x-\Delta x)}{2\Delta x} \approx_{x=0} \left| \frac{F \partial}{x \partial} \right| \quad (15)$$

که در آن:

- F : نیروی یا گشتاور موردنظر (مثلاً Y یا L)
- x : متغیر حالت (مثلاً v یا p)
- Δx : انحراف کوچک عددی حول نقطه تعادل

در این روش، ابتدا سیستم در وضعیت تعادل هاورینگ قرار داده می‌شود، سپس متغیر موردنظر اندکی افزایش یا کاهش داده شده و تفاوت در نیروی یا گشتاور متوسط حاصل، به‌عنوان تخمین مشتق استفاده می‌شود. مقایسه دو مدل آئرودینامیکی شامل فقط مؤلفه‌های انتقالی ($ASL(tr)$) و مدلی با مؤلفه‌های انتقالی و دورانی ($ASL(tr+rot)$) نشان می‌دهد که دوران بال تأثیر قابل توجهی در گشتاور رول دارد، به‌ویژه در مشتقات \hat{L}_p و \hat{L}_v همچنین مشخص شد که برخی مشتقات مانند \hat{L}_v و \hat{Y}_p با موقعیت عمودی شانه‌های بال (zw) به صورت خطی تغییر



شکل ۱۸: مشتقات پایداری دینامیک رول برای متغیر موقعیت بال z

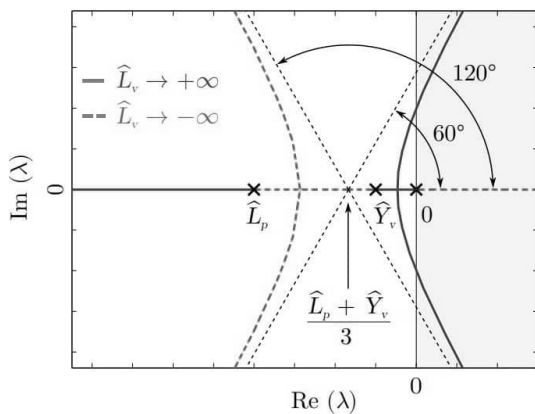
برای بررسی رفتار جانبی ریزپرنده در وضعیت هاورینگ، مشتقات پایداری کلیدی از جمله:

- \hat{Y}_v : مشتق نیروی جانبی نسبت به سرعت جانبی
- \hat{Y}_p : مشتق نیروی جانبی نسبت به نرخ رول
- \hat{L}_v : مشتق گشتاور رول نسبت به سرعت جانبی
- \hat{L}_p : مشتق گشتاور رول نسبت به نرخ رول

\hat{M}_{II} وابسته است که گشتاور پیچ ناشی از انتقال طولی را نشان می‌دهد. در رول، مشتق مهم \hat{L}_v است که لحظه‌ی رول ناشی از انتقال عرضی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در نظر گرفته‌شدن اینکه مشتق \hat{Y}_p قابل نادیده گرفتن است و با پیروی از همان مراحل در گشتاور پیچ، معادله‌ی مشخصه می‌تواند به فرم رابطه (۱۷) بازنویسی شود:

$$1 + L_V \frac{g}{\lambda(\lambda - Y_V)(\lambda - L_P)} \quad (17)$$

این یک فرم ریشه‌های مکانیکی با بهره‌ی بازخورد مجازی \hat{L}_v می‌پردازد. ریشه‌های مکانیکی در شکل ۲۰ نشان داده شده است.



شکل ۲۰: منبع ریشه که اثر مشتق \hat{L}_v را بر دینامیک رول نشان می‌دهد.

از آنجایی که صورت کسر سیستم بازخورد مجازی مثبت است، وضعیت برعکس دینامیک‌های پیچ است. ما یک جفت قطب پیچیده ناپایدار و یک قطب واقعی پایدار را برای \hat{L}_v مثبت مشاهده می‌کنیم، در حالی که \hat{L}_v منفی منجر به یک قطب واقعی پایدار و جفتی از قطب‌های پیچیده پایدار می‌شود. باین حال، از آنجایی که موقعیت‌های شانه بال مثبت $z_w > 0$ منجر به \hat{L}_v مثبت و اما \hat{M}_{II} منفی می‌شوند، تفاوت در جهت مثبت مکان ریشه‌های پیچ و رول جبران می‌شود؛ برای موقعیت دلخواه بال ZW دو سیستم به‌طور مشابه عمل می‌کنند. یک ناحیه کوچک از پایداری در رول برای مقادیر کوچک مثبت \hat{L}_v وجود دارد، به شرطی که مشتقات \hat{Y}_p و \hat{L}_p منفی باقی بمانند. ناحیه پایدار (که شامل یک قطب واقعی سریع و یک جفت قطب‌های مختلط آرام با دمایی کم است) می‌تواند با افزایش دمندگی انتقال جانبی یا چرخش رول گسترش یابد. رول می‌تواند به‌طور مشابه

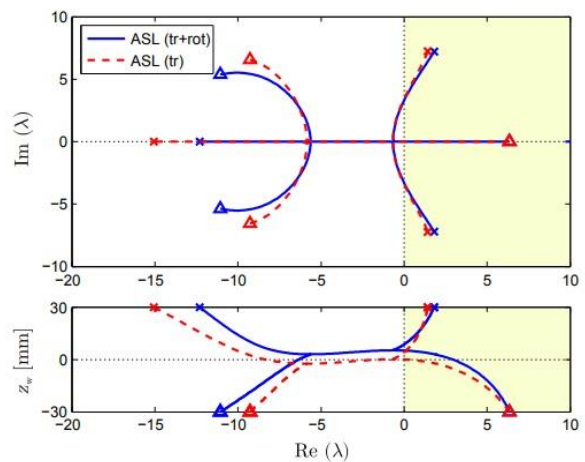
می‌کنند، در حالی که مشتق \hat{L}_p وابستگی درجه دومی نسبت به ZW دارد. [۴]

قطب‌های سیستم

قطب‌های سیستم دینامیک رول با رابطه (۱۶) مشخص می‌شود.

$$\lambda^3 - (Y_V + L_Q)\lambda^2 + (Y_V L_P - L_V Y_P)\lambda + L_V g = 0 \quad (16)$$

همان‌طور که انتظار می‌رفت، مکان ریشه مشاهده شده شکل ۱۹ بسیار مشابه دینامیک‌های پیچ هستند. دوباره، سه پیکربندی قطب مختلف در هر دو مدل وجود دارد. $ASL(tr)$ با خط‌های نقطه‌چین و $ASL(tr+rot)$ با خط‌های پیوسته برای موقعیت‌های بال در بالای مرکز ثقل یک جفت قطب مختلط پیچیده ناپایدار و یک قطب واقعی پایدار وجود دارد. موقعیت‌های بال در زیر مرکز ثقل، یک جفت قطب مختلط پیچیده پایدار و یک قطب واقعی ناپایدار تولید می‌کنند. یک ناحیه گذرا با سه قطب واقعی در اطراف مرکز ثقل ($z_w \approx 0$) برای $ASL(tr)$ و کمی بالاتر از مرکز ثقل (تقریباً برای $z_w \in (3.5)mm$ برای $ASL(tr+rot)$ وجود دارد.



شکل ۱۹: تأثیر موقعیت بال ZW بر دینامیک رول: موقعیت قطب در صفحه پیچیده (بالا) و قسمت واقعی قطب‌ها در برابر موقعیت بال (پایین).

نقش موقعیت بال نسبت به مرکز جرم در پایداری سیستم نیز در مقالات پیشین مورد توجه قرار گرفته است [۶ و ۹]. پیکربندی قطب‌ها در دینامیک گشتاور پیچ به کمیت مشتق

$$\left(k_q - Y_u - L_q \right) \left[Y_u (L_p - k_q) - L_p K_p \right] + L_u g > 0$$

$$k_q - Y_u - L_p > 0 \quad (20)$$

$$-L_u g > 0$$

$$k_{p, \min} = \frac{L_u Y_p - 2Y_u L_p - Y_u^2 + \sqrt{(Y_u^2 + L_u L_p)^2 - 4Y_u L_u g}}{-2Y_u} \quad (21)$$

برای ایجاد پایداری در دینامیک پیچ و رول ریزپرنده در پرواز هاورینگ، از کنترل کننده‌های بازخوردی خطی بر پایه فیدبک نرخ زاویه‌ای استفاده شده است. در این روش، ورودی‌های کنترلی گشتاور پیچ و رول به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شوند.

$$L_{ext} = -k_p \cdot p \quad (22)$$

$$M_{ext} = -k_q \cdot q$$

که در آن:

- k_p, k_q : بهره‌های کنترلی مناسب برای هر محور
- q, p : نرخ رول و نرخ پیچ

این کنترل کننده‌ها منجر به افزایش میرایی سیستم و پایداری محلی اطراف نقطه تعادل پرواز هاورینگ می‌شوند. محل مقدار ویژه‌های سیستم حلقه بسته بر اساس ضرایب مشتقات پایداری و مقادیر بهره تنظیم می‌گردد. این روش در طراحی کنترل پرواز ریزپرنده‌های بدون سطوح کنترلی (مانند دم) ساده، قابل پیاده‌سازی و مؤثر است. رویکرد مشابه در منابعی چون ببرد و همکاران [۷] برای ریزپهپادها نیز گزارش شده است.

پایداری دینامیک عمودی و یاو

دینامیک عمودی و یاو از سایر دینامیک‌ها جدا هستند (با طول $I_{xz}=0$) و می‌توان آن‌ها را به صورت مستقل بررسی کرد. این دو دینامیک با دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول

با پیچ میرا شود یا به صورت غیرفعال با سطوح میرایی (دم، بادبان‌ها) یا از طریق یک بازخورد فعال. به دلیل پیش‌بینی‌های متفاوت از مشتق \dot{L}_v توسط دو مدل $ASL(tr)$ و $ASL(tr+rot)$ ، یک بازه از موقعیت‌های بال مثبت وجود دارد که در آن $ASL(tr)$ قبلاً یک جفت قطب پیچیده ناپایدار و یک قطب واقعی پایدار پیش‌بینی کرده است، در حالی که $ASL(tr+rot)$ هنوز یک جفت قطب پیچیده پایدار و یک قطب واقعی ناپایدار پیش‌بینی می‌کند. این می‌تواند توضیح دهد که چرا نتایج پایداری پرواز پهپاد میان مدل‌های در نظر گرفته شده متفاوت است. اگرچه مدل‌های پیچیده‌تر پیکربندی قطب‌ها را با یک قطب واقعی ناپایدار پیش‌بینی می‌کنند.

پایداری فعال

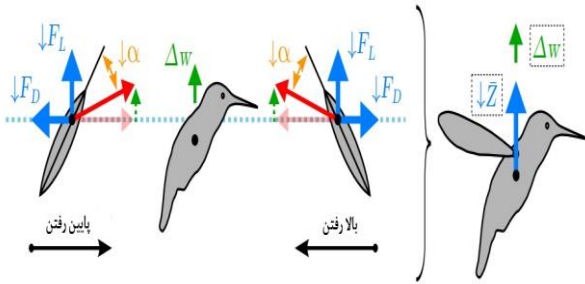
پایداری فعال رول از طریق بازخورد سرعت مشابه با گشتاور پیچ است. یک ضریب تقویتی متناسب k_p یک گشتاور پایدار کننده $\hat{L} = -k_p p$ را معرفی می‌کند. معادله مشخصه به صورت رابطه (۱۸) تبدیل می‌شود.

$$\lambda^3 + (k_p - Y_u - L_p) \lambda^2 + [Y_u (L_p - k_p) - L_u Y_p] \lambda + L_u g = 0 \quad (18)$$

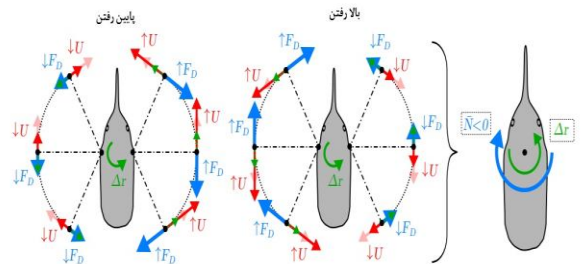
و می‌توان آن را با نادیده گرفتن \hat{Y}_p به صورت رابطه (۱۹) بازنویسی کرد:

$$1 + L_u \frac{g}{\lambda (\lambda - Y_u) (\lambda + k_p - L_p)} = 0 \quad (19)$$

بهره بازخورد قطب مربوط به میرایی نرخ رول را به سمت منفی بی‌نهایت حرکت می‌دهد که مکان ریشه را برای مقادیر مثبت \dot{L}_v باز می‌کند و بازه پایداری را گسترش می‌دهد. معیار پایداری روت-هرویتز [۱۵] سه شرط را ارائه می‌دهد (رابطه (۲۰)). شرط سوم مستلزم آن است که \hat{L}_v باید مثبت باشد. شرط دوم معمولاً برآورده می‌شود زیرا هر دو مشتق \hat{Y}_v و \hat{L}_p معمولاً منفی هستند. در نهایت، شرط اول را می‌توان برای بیان حداقل مقدار بهره برای پایداری استفاده شود. با فرض مثبت بودن بهره رابطه (۲۱) به دست می‌آوریم.



شکل ۲۲: اثرات یک اختلال در جهت عمودی Δw



شکل ۲۳: تأثیرات اختلال یاءو، Δr ، در مرحله پایین آمدن

بنابراین، مشتق \dot{N}_r نیز باید منفی باشد که به معنای میرایی غیرفعال اختلال یاءو است. از آنجاکه هر دو اختلال در نظر گرفته شده به محور عمودی بدن z_B مربوط می‌شوند، مشتقات \dot{N}_r و \dot{Z}_w باید مستقل از موقعیت بال z_w باقی بمانند. در واقع، مدل‌های $ASL(tr)$ و $ASL(tr+rot)$ مقادیر یکسان و ثابتی را برای هر موقعیت بال ربات با پارامترهای جدول ۱ ارائه می‌دهند:

$$\dot{N}_r = -54/9m^{-1}s^{-1} \text{ و } \dot{Z}_w = 1/37s^{-1}$$

بنابراین، هر دو حرکت عمودی و یاءو باید به صورت غیرفعال پایدار باشند.

انتخاب موقعیت بال

از چهار زیرسیستم (پیچ و رول، یاءو و دینامیک عمودی) تنها دینامیک عمودی و یاءو به طور ذاتی برای هر موقعیت بال z_w پایدار هستند. علاوه بر این، این مورد تنها برای پرنده‌گان با وضعیت عمودی در حالت شناور صحیح است، زیرا سیستم در غیر این صورت از طریق ممان اینرسی غیر صفر I_{xz} با دینامیک رول جفت می‌شود. درحالی‌که یک بازه پایداری نظری در هر دو دینامیک پیچ و رول وجود دارد، بازه‌های موقعیت بال بسیار کوچک هستند و به طور کلی باهم تلاقی نمی‌کنند؛ بنابراین، یافتن موقعیت بالی که ربات مرغ مگس خوار حتی به صورت

مدل‌سازی می‌شوند. قطب‌های سیستم را می‌توان مستقیماً از رابطه (۲۳) به دست آورد.

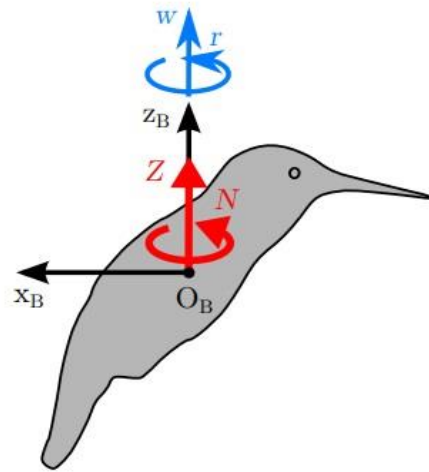
$$W = Z_w w + Z_{ext} \quad (23)$$

$$r = N_r r + N_{ext}$$

با مختصات مطابق شکل ۲۱ قطب‌های سیستم را می‌توان مستقیماً طبق رابطه (۲۴) بیان کرد.

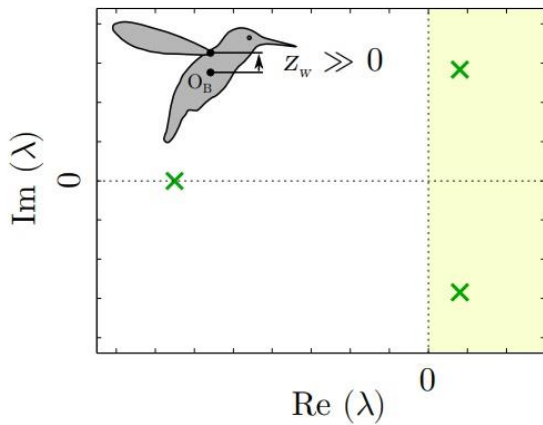
$$\lambda_w = Z_w \quad (24)$$

$$\lambda_r = N_r$$



شکل ۲۴: مختصات دینامیک عمودی و یاءو.

برای یک سیستم پایدار، مشتقات پایداری \dot{N}_r و \dot{Z}_w باید منفی باشند. شکل ۲۲ نشان می‌دهد که یک اختلال عمودی Δw زاویه حمله را در هر دو حرکت بالا و پایین کاهش می‌دهد که منجر به کاهش نیروی عمودی میانگین چرخه‌ای \bar{Z} می‌شود. بنابراین، مشتق \dot{Z}_w باید منفی باشد که نشان‌دهنده میرایی حرکت عمودی است. اثر اثر اختلال یاءو، Δr بر نیروهای آئرو دینامیکی بال در شکل ۲۳ نشان داده شده است. در حرکت پایین، بال راست در جهت اختلال حرکت می‌کند که سرعت بال را افزایش می‌دهد و منجر به افزایش نیرو پسا می‌شود. بال چپ در خلاف جهت اختلال حرکت می‌کند که سرعت بال را کاهش می‌دهد و در نتیجه نیرو پسا را کاهش می‌دهد. وضعیت مخالف در حرکت بالا مشاهده می‌شود. به طور کلی، پسا تولید شده در جهت مخالف اختلال، غالب است که به یک گشتاور یاءو خلاف جهت چرخه منفی \bar{N} تبدیل می‌شود.



شکل ۲۵: پیکربندی قطب در هر دو سیستم پیچ و رول که با بازخورد نرخ قابل کنترل است.

بهره بری و بازخورد نرخ

حداقل مقادیر برای تقویت کننده‌های کنترلی لازم برای بازخورد پایدار سرعت پیچ و رول را می‌توان به ترتیب از رابطه (۱۱) و رابطه (۲۱) محاسبه کرد. با در نظر گرفتن $z_w = 10\text{mm}$ ، به دست می‌آوریم $k_p, \min \approx 1/5$ و $k_q, \min \approx 13/8$ همان‌طور که انتظار می‌رفت، دینامیک پیچ به مقدار تقویت کننده کمی بالاتر نیاز دارد زیرا موقعیت بال انتخاب شده از بازه پایدار غیرفعال در پیچ بیشتر از رول فاصله دارد. مکان هندسی ریشه‌ها را می‌توان با باز نویسی رابطه (۷) و رابطه (۱۶) (درحالی که \hat{X}_q و \hat{Y}_p نادیده گرفته می‌شوند) به شکل رابطه (۲۵ و ۲۶) به دست آورد:

$$1 + k_q \frac{\lambda(\lambda - X_u)}{\lambda(\lambda - X_u)(\lambda - M_q) - M_u g} = 0 \quad (25)$$

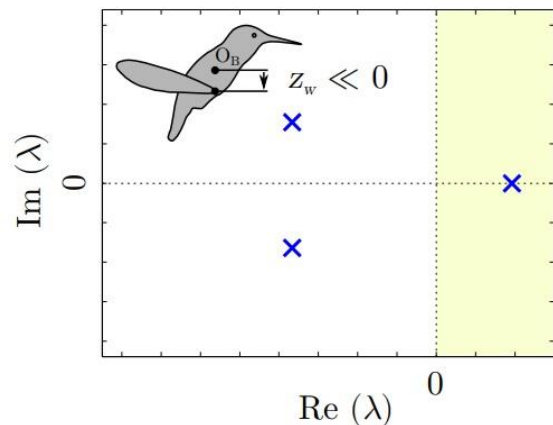
$$1 + k_p \frac{\lambda(\lambda - Y_u)}{\lambda(\lambda - Y_u)(\lambda - L_q) - L_u g} = 0 \quad (26)$$

که در آن شرایط ضرب شده توسط ضریب‌های k_p و k_q به ترتیب توابع انتقال حلقه باز $Q(s)/\hat{M}(s)$ و $P(s)/\hat{L}(s)$ هستند. مکان هندسی ریشه‌ها برای ضریب‌های k_p و k_q از صفر تا بی‌نهایت در شکل ۲۶ و ۲۷ رسم شده‌اند. می‌توان مشاهده کرد که مهم نیست ضریب چقدر بزرگ باشد، قسمت حقیقی جفت قطب‌های ناپایدار اولیه همیشه بین جفت صفرها، یکی در مبدأ و دیگری که توسط \hat{X}_u و \hat{Y}_v برای پیچ و رول داده شده است،

نظری پایدار باشد، غیرممکن است. موقعیت بال می‌تواند از یکی از دو بازه انتخاب شود که به این معنی است که تنها یکی از سیستم‌ها نیاز به تثبیت فعال دارد. با این حال، حتی اگر پیش‌بینی‌های مدل صحیح باشند، قطب‌ها همچنان بسیار نزدیک به محور موهومی قرار می‌گیرند، بنابراین برخی از تقویت‌های پایداری لازم خواهد بود. از آنجاکه پرواز در هر صورت نیاز به تثبیت دارد، باید موقعیت بال به گونه‌ای انتخاب شود که کنترلر بتواند تا حد امکان ساده و درعین حال مقاوم باشد. نشان داده شده است که اگر \hat{M}_u مثبت و \hat{L}_v منفی باشد، هر دو سیستم پیچ و رول دارای یک جفت قطب ناپایدار پیچیده و یک قطب پایدار واقعی هستند. چنین سیستمی می‌تواند به راحتی با یک بازخورد نرخ ساده تثبیت شود. از سوی دیگر، \hat{M}_u منفی و \hat{L}_v مثبت یک جفت قطب پیچیده پایدار و یک قطب ناپایدار واقعی را به وجود می‌آورد، که حتی با بازخورد نرخ نیز ناپایدار باقی خواهد ماند.

وضعیت برای $\hat{L}_u \ll 0$ یا $\hat{M}_u \gg 0$ (موقعیت بال‌ها به طور قابل توجهی زیر مرکز ثقل) نمی‌تواند با بازخورد نرخ تثبیت شود شکل ۲۴ وضعیت برای $\hat{L}_u \gg 0$ یا $\hat{M}_u \ll 0$ (موقعیت بال‌ها به طور قابل توجهی بالای مرکز ثقل) قابل کنترل با بازخورد نرخ است (شکل ۲۵).

مدل آنرودینامیکی مبتنی بر حالت نیمه پایدار پیش‌بینی می‌کند که \hat{M}_u مثبت و \hat{L}_v منفی تنها در صورتی به دست می‌آید که ریشه‌های بال در ارتفاع کافی بالاتر از مرکز ثقل قرار گیرند. برای MAV مورد نظر در این مقاله، بال‌ها باید بالاتر از $z_w > 5\text{mm}$ قرار گیرند. شکل ۹ و ۱۸ برای حفظ حاشیه ایمنی مشخص، $z_w = 10\text{mm}$ انتخاب شده است.



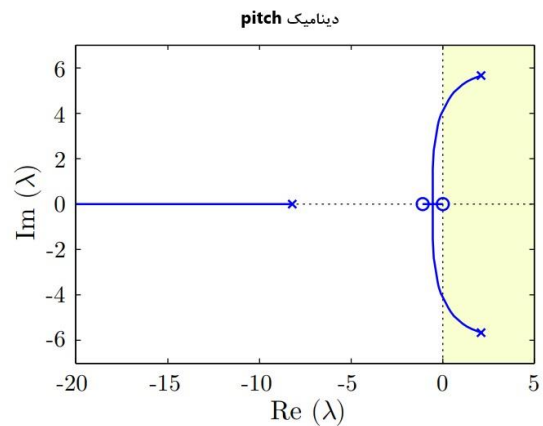
شکل ۲۴: پیکربندی قطب در هر دو سیستم پیچ و رول که با بازخورد نرخ قابل کنترل نیست

کنترل کننده‌های تطبیقی، پایداری سیستم می‌تواند به‌طور قابل توجهی بهبود یابد تا تغییرات پارامترها و اختلالات را جبران کند. علاوه بر این، تحلیل حسگرها نشان داد که سیستم به تغییرات فرکانس بال‌زدن حساس است و نیاز به طراحی کنترل کننده‌ای دارد که قادر به جبران این تغییرات باشد. یافته‌های این پژوهش نه تنها درک ما از پایداری پرواز شناور در وسایل هوایی کوچک با بال‌های متحرک را عمیق‌تر می‌کند، بلکه می‌تواند طراحی و کنترل نسل جدیدی از وسایل هوایی کوچک با قابلیت مانور بالا و کاربردهای متنوع در نظارت، جستجو و نجات و فیلم‌برداری هوایی را نیز اطلاع‌رسانی کند.

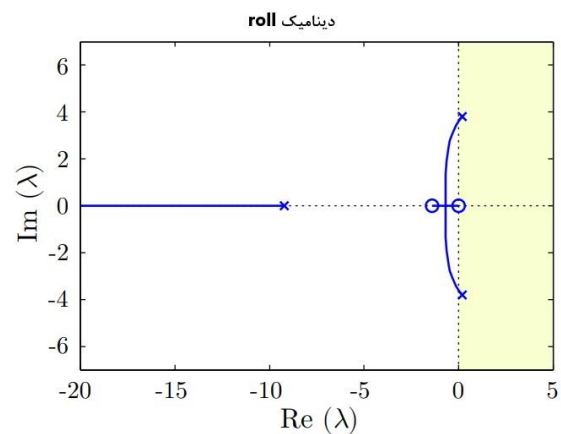
پی‌نوشت

- ۱ MAV (Micro Air Vehicle)
- ۲ FWMV (Flapping-Wing Micro Air Vehicle)
- ۳ CFD (Computational Fluid Dynamics)
- ۴ ASL (Translational / Rotational Aerodynamic model → ASL(tr), ASL(tr+rot))
- ۵ Navier-Stokes
- ۶ Euler
- ۷ Ellington
- ۸ Dickinson
- ۹ Sane
- ۱۰ Zhang
- ۱۱ Beard
- ۱۲ Sun
- ۱۳ Tang
- ۱۴ Taylor
- ۱۵ Nudds
- ۱۶ Thomas
- ۱۷ Krapp
- ۱۸ Ristroph
- ۱۹ Morozova
- ۲۰ Bergou
- ۲۱ Chang
- ۲۲ Guckenheimer
- ۲۳ Wang
- ۲۴ Cohen
- ۲۵ Sherman
- ۲۶ Franklin
- ۲۷ Powell
- ۲۸ Emami-Naeini
- ۲۹ Xiong
- ۳۰ Deng
- ۳۱ Etkin
- ۳۲ Reid
- ۳۳ Ebrahimi

محبوس خواهد ماند. بنابراین، اگر پاسخ سریع‌تری مورد نیاز باشد، باید از یک کنترلر پیچیده‌تر استفاده شود. به‌طور متناوب، مشتقات \dot{X}_H و \dot{Y}_V را می‌توان با افزودن سطوح میرایی غیرفعال کاهش داد. باین‌حال، این نیز بر مشتقات پایداری باقی‌مانده که قطب‌های حلقه باز را تعریف می‌کنند، تأثیر می‌گذارد، بنابراین اثر بر کل مکان هندسی ریشه‌ها مشخص نیست.



شکل ۲۶: منبع ریشه برای افزایش بازخورد نرخ در سیستم‌های پیچ



شکل ۲۷: منبع ریشه برای افزایش بازخورد نرخ در سیستم‌های رول

نتیجه‌گیری

پایداری دینامیکی پرواز شناور یک وسیله هوایی کوچک به‌طور جامع بررسی شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که دینامیک‌های رول و پیچ در پرواز شناور به‌طور ذاتی ناپایدار هستند و نیاز به طراحی و پیاده‌سازی کنترل کننده‌های بازخورد فعال برای دستیابی به پایداری مطلوب دارند. موقعیت بال نسبت به مرکز ثقل به‌عنوان یک پارامتر حیاتی در پایداری سیستم شناسایی شد. با انتخاب بهینه این پارامتر و طراحی

منابع و مراجع

flexible wing in the oscillating movement of the wing using image processing," *Sharif Mechanical Engineering Journal*, vol. 35, no. 3(1), pp. 115–122, 2018.

[11] G. K. Taylor, R. L. Nudds, and A. L. R. Thomas, "Flying and swimming animals cruise at a Strouhal number tuned for high power efficiency," *Nature*, 2003.

[12] G. K. Taylor and H. G. Krapp, "Sensory systems and flight stability: what do insects measure and why?" *Advances in Insect Physiology*, vol. 34, pp. 231–316, 2008.

[13] L. Ristroph, G. Ristroph, S. Morozova, A. J. Bergou, S. Chang, J. Guckenheimer, Z. J. Wang, and I. Cohen, "Active and passive stabilization of body pitch in insect flight," *Journal of The Royal Society Interface*, vol. 10, no. 85, pp. 1–13, 2013.

[14] A. Sherman and M. H. Dickinson, "Summation of visual and mechanosensory feedback in drosophila flight control," *Journal of Experimental Biology*, vol. 207, no. 1, pp. 133–142, 2004.

[15] G. F. Franklin, J. Powel, and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 4th ed. Prentice Hall, 2002.

[16] M. Sun and Y. Xiong, "Dynamic flight stability of a hovering bumblebee," *Journal of Experimental Biology*, vol. 208, pp. 447–459, 2005.

[17] Y. Xiong and M. Sun, "Dynamic flight stability of a bumblebee in forward flight," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 24, no. 1, pp. 25–36, Feb. 2008.

[18] Y. Zhang and M. Sun, "Dynamic flight stability of a hovering model insect: theory versus simulation using equations of motion coupled with Navier-Stokes equation," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 26, no. 4, pp. 509–520, 2010.

[1] "Flapping-Wing Micro Air Vehicle (FWMAV) - Design Projects," University of California Irvine, 2023.

[2] W. Shyy, et al., *An Introduction to Flapping Wing Aerodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

[3] C. P. Ellington, "The aerodynamics of hovering insect flight," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. B*, vol. 305, no. 1122, pp. 1–181, 1984.

[4] S. P. Sane and M. H. Dickinson, "The aerodynamic effects of wing rotation and a revised quasi-steady model of flapping flight," *Journal of Experimental Biology*, vol. 205, pp. 1087–1096, 2002.

[5] M. Sun and J. Tang, "Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion," *Journal of Experimental Biology*, vol. 205, pp. 55–70, 2002.

[6] Z. Zhang and M. Sun, "Hovering flight of the dragonfly: novel mechanisms and modeling," *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 5, no. 4, p. 045004, 2010.

[7] R. W. Beard and T. W. McLain, *Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice*. Princeton: Princeton University Press, 2012.

[8] Y. Zhang, et al., "Development of a Novel Tailless X-Type Flapping-Wing MAV with Independent Electric Drive," *Biomimetics*, vol. 9, no. 11, p. 671, 2024.

[9] C. Qian, et al., "Minimum Snap Trajectory Generation and Control for an Under-actuated Flapping Wing Aerial Vehicle," *arXiv preprint*, arXiv:2311.01003, 2023.

[10] A. Ebrahimi, "An experimental study of the performance and deformations of the

[19] B. Cheng and X. Deng, "Translational and rotational damping of flapping flight and its dynamics and stability at hovering," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 5, pp. 849–864, Oct. 2011.

[20] B. Etkin and L. D. Reid, *Dynamics of Flight: Stability and Control*. Wiley, 1996.

[21] J. Zhang, et al., "Geometric flight control of a hovering robotic hummingbird," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*, 2017.

[22] M. F. B. Abas, B. Singh, K. A. Ahmad, E. Y. K. Ng, T. Khan, and T. A. Sebaey, "Dwarf kingfisher-inspired bionic flapping wing and its aerodynamic performance at lowest flight speed," *Biomimetics*, vol. 7, no. 3, p. 123, 2022.

[23] M. N. Haque, B. Cheng, B. W. Tobalske, and H. Luo, "Active wing-pitching mechanism in hummingbird escape maneuvers," *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 18, no. 5, p. 056008, 2023.