

افزایش مقاومت سازه‌های ساندویچی تقویت شده با سلول‌های لانه‌زنبوری و فوم

میرابولفضل مختاری^{۱*}، میثم جلالوند^۲

۱- دانشیار مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی و پرواز، دانشگاه امام علی (ع)، تهران
۲- کارشناس ارشد مهندسی هوافضا، معاونت تحقیقات و جهاد خودکفایی هوانیروز، تهران
(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۱۹)

چکیده

سازه مورد بررسی در این مقاله یک سازه ساندویچی می‌باشد، که دارای هفت لایه است. چهار لایه از این سازه ساندویچی با جنس آلومینیوم می‌باشد و هدف از قرار دادن این چهار لایه افزایش استحکام و انتقال بار به تمامی نقاط سازه می‌باشد. دو لایه دیگر آن با جنس فوم فلزی است، که سه نوع فوم در این مقاله بررسی شده است. لایه دیگر آن که به عنوان هسته عمل می‌کند به صورت سلولی لانه‌زنبوری با خاصیت آکستیک می‌باشد. سازه مورد بررسی به دلیل کاهش وزن و خاصیت مقاومت به انفجاری که دارد، بسیار در صنایع هوایی مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله هدف افزایش عمر سازه می‌باشد، فلذا هدف به دست آوردن بهترین استحکام برای سازه ساندویچی می‌باشد. در همین راستا سازه مورد نظر تحت بار محوری قرار گرفته و به همین دلیل سازه تحت کمانش قرار می‌گیرد. فلذا در این مقاله به بررسی رفتار کمانش و پس‌کمانش غیرخطی سازه مورد نظر پرداخته می‌شود، از طرفی در ابتدا روابط خواص مکانیکی برای فوم و لانه‌زنبوری نوشته شده و سپس معادلات موجود بر تیر اویلر برنولی استخراج می‌شود و در نهایت برای حل معادلات به دست آمده از روش ریتز استفاده شده است. نوآوری پژوهش حاضر در این است که سازه مورد بررسی تا به حال در پژوهش‌های گذشته مورد بررسی قرار نگرفته است. در انتهای پژوهش به این نتیجه رسیدیم که با افزایش زاویه سلول لانه‌زنبوری و با کاهش ضریب تخلخل مقاومت سازه مورد نظر افزایش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: سازه ساندویچی، فوم، لانه‌زنبوری، بار محوری و استحکام

Enhancement of the Strength of Sandwich Structures Reinforced with Honeycomb Cells and Foam

Mirabolfazl Mokhtari, Meysam Jalalvand

Abstract

The structure examined in this article is a sandwich structure comprising seven layers. Four of these layers are made of aluminum, designed to enhance strength and distribute the load across the structure. Two other layers are made of metallic foam, with three types of foam being analyzed in this study. The remaining layer, acting as the core, features a honeycomb cell structure with auxetic properties. Due to its lightweight and blast-resistant characteristics, this structure is extensively used in the aerospace industry. The aim of this research is to prolong the lifespan of the sandwich structure by achieving optimal strength. The structure is subjected to axial loading, leading to buckling. Therefore, this paper investigates the nonlinear buckling and post-buckling behavior of the structure. Initially, the mechanical properties of the foam and honeycomb are formulated, followed by the extraction of equations based on the Euler-Bernoulli beam theory. The Ritz method is employed to solve these equations. The innovation of this research lies in the fact that such a structure has never been subjected to buckling in previous studies. The findings reveal that increasing the honeycomb cell angle and reducing the porosity coefficient enhance the structure's strength.

Key words: Sandwich structure, foam, honeycomb, Axial load, Strength

مقدمه

سازه‌های ساندویچی به دلیل ترکیب چند خاصیت با هم دارای اهمیت و کاربرد فراوانی هستند. استفاده از سازه‌های ساندویچی در صنعت هوانوردی به لطف پیشرفت در فناوری تولید، در حال افزایش می‌باشد. با روش‌های جدید فناوری، وزن قطعات طراحی شده را می‌توان به میزان قابل توجهی کاهش داد در عین حالی که استحکام مورد نظر را برآورده می‌کند. علاوه بر این، سازه‌های ساندویچی که خود نوعی مواد کامپوزیتی به شمار می‌آیند، به دلیل عایق‌سازی حرارت و صدا و همچنین ویژگی‌های خوب مقاومت در برابر فرسایش و خوردگی بسیار قابل توجه قرار گرفته‌اند. در مواردی که نیاز به مقاومت بالا و در عین حال نیاز به سبک بودن سازه است، می‌توان از سازه‌های ساندویچی استفاده کرد. سازه‌های ساندویچی با ترکیب پوسته‌های نازک اما سفت و با هسته‌هایی که باعث نگه‌داشتن پوسته‌ها کنار هم می‌شود به وجود می‌آیند [۱]. سازه ساندویچی مورد استفاده در این مقاله از چندین لایه تشکیل شده است که دو لایه آن به صورت فوم فلزی می‌باشد. ساخت فوم‌های فلزی از دهه ۱۹۲۰ مورد بررسی قرار گرفته است. این دسته از مواد کاربردهای صنعتی خاصی دارند [۲]. تجاری‌سازی فوم‌های فلزی در اواسط دهه ۱۹۵۰ با تولید فوم‌های آلی آغاز شد. پس از آن، تولید فوم فلزی در اواخر دهه ۱۹۹۰ شتاب گرفت [۳]. جذاب‌ترین جنبه فوم‌های فلزی این است که می‌توانند خواص مواد فلزی (مانند استحکام، دمای ذوب بالا) را با خواص مواد متخلخل (مانند سبک وزنی، جذب انرژی صدا/گرما) ترکیب کنند. این باعث می‌شود که آنها در کاربردهای هوانوردی و هوافضا که در آن مواد سبک وزن چند منظوره مورد نیاز است، مطلوب باشند [۴]. هسته سازه مورد نظر در این مقاله لانه‌زنبوری می‌باشد. از سازه‌های لانه‌زنبوری در صنایع هوایی به دلیل افزایش استحکام و کاهش وزن به وفور استفاده می‌شود [۵]. بعضی مواد هستند که ساختاری متفاوت با مواد موجود در طبیعت دارند، بدین معنی که وقتی تحت بار کششی قرار می‌گیرند منبسط می‌شوند، این مواد نسبت پواسون منفی دارند که توسط ایوانز^۱ [۶] آکستیک تعریف شدند. این مواد خواص بهتری نسبت به مواد با نسبت پواسون مثبت دارند، به عنوان مثال مقاومت در برابر شکست [۷]، جذب انرژی [۸]، مقاومت برشی [۹] و ... بهتری نسبت به

مواد با نسبت پواسون مثبت دارند. تمامی مواد سلولی مانند فوم‌ها و لانه‌زنبوری‌ها می‌توانند خاصیت آکستیک بودن را داشته باشند [۱۰]. مراقنی^۲ و همکاران [۱۱] در پژوهشی به تجزیه و تحلیل خواص مکانیکی سازه‌های ساندویچی پرداختند، این پژوهش به صورت نظری و تجربی برای هسته‌های متفاوت همچون فوم، لانه‌زنبوری و ساختارهای لوله‌ای مورد بررسی قرار گرفت. جیاکریشنن^۳ و همکاران [۱۲] کمانش یک سازه ساندویچی با هسته لانه‌زنبوری شش ضلعی با شرط مرزی ساده را مورد بررسی قرار دادند، در این پژوهش یک فرمول نظری جدید برای کمانش سازه لانه‌زنبوری به دست آمد. تحلیل کمانش انجام شده به صورت تئوری و تجربی برای مقادیر مختلف پارامترهای سازه به دست آمد. اسمیف^۴ و همکاران [۱۳] به تجزیه و تحلیل کمانشی سازه ساندویچی با هسته فوم فلزی پرداختند، هدف از این پژوهش به دست آوردن بهترین استحکام برای سازه ساندویچی با هسته فوم فلزی بود. آدیپیکاری^۵ [۱۴] در پژوهشی به بررسی ارتعاشات آزاد سازه‌های ساندویچی با هسته لانه‌زنبوری پرداخت، در این پژوهش به این نتیجه رسیده شده هرچه ضخامت دیوارهای سلول‌های لانه‌زنبوری افزایش یابد فرکانس طبیعی سازه افزایش می‌یابد. نگوآیین^۶ و همکاران [۱۵] کمانش و ارتعاشات یک سازه ساندویچی را مورد بررسی قرار داد، در این پژوهش با افزودن پلکانی روکش به سطح سازه میزان افزایش استحکام سازه را مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که با قرار دادن روکش‌های پلاکانی علاوه بر اینکه وزن آن تغییر ناچیزی میکند باعث افزایش بار بحرانی در جسم می‌شود. جلوبیکا^۷ و همکاران [۱۶] رفتار ارتعاش و کمانش یک سازه ساندویچی استوانه‌ای با هسته فوم فلزی را مورد بررسی قرار دادند، در این پژوهش به این نتیجه رسیده شد که توزیع تخلخل مرتبه بالاتر بار کمانش و فرکانس طبیعی اساسی را به ترتیب ۱۰ و ۵ درصد در مقایسه با توزیع تخلخل معمولی افزایش می‌دهد. لی^۸ و همکاران [۱۷] به تحلیل ارتعاش و کمانش آزاد صفحات ساندویچی با هسته فوم فلزی پرداختند. در این پژوهش به این نتیجه رسیده شد که فرکانس طبیعی و بار کمانش با افزایش

² Meraghni³ Jeyakrishnan⁴ Smith⁵ Adhikari⁶ Nguyen⁷ Jelovica⁸ Li¹ Evans

صورت Sym-2، منافذ به طور متقارن توزیع شده‌اند، اما بزرگ-ترین منافذ در بالا و پایین لایه وجود دارد (شکل ۱(ج)). از طرفی روابط خواص مکانیکی فوم با سه نوع پراکندگی تخلخل گفته شده بر اساس پژوهش وانگ^۲ و همکاران [۱۹] مطابق رابطه (۱) نوشته شده است.

$$E^f = E_f \times (1 - e_1 \cos(\pi z/h_f)) \quad \text{Sym-1} \quad (1)$$

$$E^f = E_f \times (1 - e_2 [1 - \cos(\pi z/h_f)]) \quad \text{Sym-2}$$

$$E^f = E_f \times e_3 \quad \text{UD}$$

در رابطه (۱)، E_f ، e و h_f به ترتیب مدول یانگ فوم فلزی مورد نظر بدون تخلخل، ضرایب تخلخل و ضخامت فوم می‌باشد، از طرفی در ادامه به جای h_f از h_2 و h_6 استفاده می‌شود. از این پس استفاده از بالانویس f به منظور لایه فوم فلزی می‌باشد. در رابطه (۱) ضرایب تخلخل به صورت رابطه (۲) با هم ارتباط دارند.

$$1 - e_1 \cos(\pi z/h_f) = 1 - e_2 [1 - \cos(\pi z/h_f)] = e_3 \quad (2)$$

خواص مکانیکی لانه‌زنبوری

سازه مورد بررسی دارای یک هسته با سلول لانه‌زنبوری آکستیک می‌باشد، روابط خواص مکانیکی برای این لایه از پژوهش ژانگ^۳ و همکاران [۲۰] استفاده شده است، فلذا روابط خواص مکانیکی لانه‌زنبوری مطابق رابطه (۳) نوشته می‌شود. که در رابطه (۳) بالا نویس C به منظور هسته لانه‌زنبوری می‌باشد.

$$E_1^C = \frac{E(t/s)^3 ((J/s) - \sin \theta)}{\cos^3 \theta [1 + (\tan^2 \theta + (J/s) \sec^2 \theta) (t/s)^3]}$$

$$E_2^C = \frac{(t/s)^3}{\cos \theta ((J/s) - \sin \theta) (\tan^2 \theta + (t/s)^2)}$$

$$v_{12}^C = \frac{-\sin \theta (1 - (t/s)^2) ((J/s) - \sin \theta)}{\cos^2 \theta [1 + (\tan^2 \theta + (J/s) \sec^2 \theta) (t/s)^3]} \quad (3)$$

$$v_{21}^C = \frac{-\sin \theta (1 - (t/s)^2)}{(\tan^2 \theta + (t/s)^2) ((J/s) - \sin \theta)}$$

در رابطه (۳) مطابق شکل ۱(ج)، S طول دیواره مورب، J طول دیواره افقی سلول، t ضخامت دیواره‌های سلول و θ زاویه سلول واحد در نظر گرفته شده است.

ضخامت هسته‌های فوم فلزی کاهش می‌یابد. آرانکامر^۱ و همکاران [۱۸] به رفتار خمش و ارتعاش آزاد پنل ساندویچی با هسته سلول لانه‌زنبوری پر شده با فوم پرداختند. در این پژوهش به این نتیجه رسیده شد که با پر کردن سازه‌های لانه‌زنبوری به وسیله فوم مقاومت سازه افزایش می‌یابد.

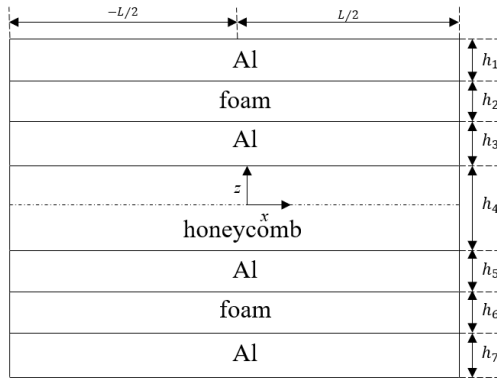
نوآوری این مقاله در این است که سازه مورد بررسی تا به حال در هیچ پژوهشی مورد بررسی قرار نگرفته است. در این مقاله یک تیر ساندویچی که دارای هفت لایه می‌باشد را تحت بار محوری قرار داده و کمناش و پس کمناش غیرخطی سازه را به دست آورده شده است. چهار لایه از این سازه به عنوان پوسته و با جنس آلومینیوم می‌باشد که هدف از قرار دادن این چهار لایه افزایش سفتی و انتقال بار به تمام نقاط سازه می‌باشد. از طرفی دیگر دو لایه دیگر آن با جنس فوم فلزی می‌باشد که با سه نوع تخلخل در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است، که هدف از قرار دادن این دو لایه کاهش وزن سازه و استفاده از کاربردهای دیگر فوم فلزی می‌باشد. در نهایت لایه دیگر آن که نقش هسته را ایفا می‌کند به صورت لانه‌زنبوری با خاصیت آکستیک می‌باشد که هدف از قرار دادن این لایه، در ابتدا قرار دادن پوسته‌های بالا و پایین در کنار هم و مورد بعدی آن افزایش استحکام و کاهش وزن سازه می‌باشد. برای حل مسئله حاضر در ابتدا معادلات خواص مکانیکی فوم و لانه‌زنبوری نوشته می‌شود و سپس معادلات استایکی سازه به وسیله اصل همیلتون استخراج می‌شود و در نهایت با استفاده از روش ریتز مسئله مورد نظر حل می‌شود. جهت حل معادلات غیرخطی از روش خطی سازی معادلات استفاده شده است.

خواص مکانیکی فوم

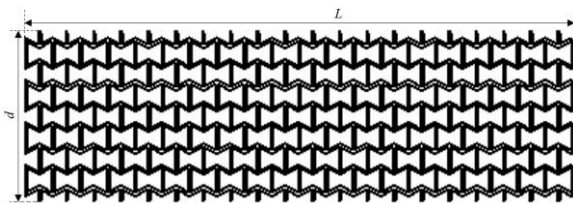
سازه ساندویچی پژوهش حاضر دارای دو پوسته با جنس فوم فلزی می‌باشد، که دارای سه نوع پراکندگی تخلخل است که به صورت یکنواخت (UD)، Sym-1 و Sym-2 می‌باشد. توزیع تخلخل به صورت یکنواخت همان‌طور که از اسمش مشخص می‌باشد، تخلخل‌ها به صورت یکنواخت در کل لایه پخش شده‌اند (شکل ۱(الف))، توزیع تخلخل به صورت Sym-1، منافذ به طور متقارن با توجه به صفحه میانی لایه پراکنده می‌شوند و از طرفی اندازه منافذ از بالا و پایین لایه به سمت سطح میانی افزایش می‌یابد (شکل ۱(ب))، توزیع تخلخل به

² Wang
³ Zhang

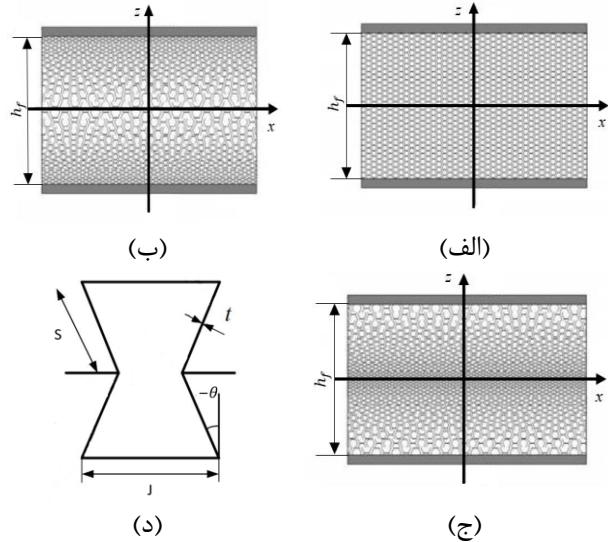
¹ Arunkumar



شکل ۲: سازه ساندویچی مورد بررسی



شکل ۳: هسته لانه زنبوری سازه مورد بررسی



شکل ۴: (الف) توزیع تخلخل فوم به صورت یکنواخت [۱۹]، (ب) توزیع تخلخل فوم به صورت Sym-1 [۱۹]، (ج) توزیع تخلخل فوم به صورت Sym-2 و [۱۹] (د) سلول واحد هسته لانه زنبوری

سازه ساندویچی

همان طور که قبلاً اشاره شد، مطابق شکل ۲ سازه دارای هفت لایه است، چهار لایه از این سازه پوسته‌ای با جنس آلومینیوم است که نقش انتقال بار را بر عهده دارد، دو لایه دیگر آن با جنس فوم فلزی است که توزیع تخلخل در آن می‌تواند به شکل‌های متفاوت باشد و در نهایت یک هسته لانه زنبوری با خاصیت آکستیک دارد.

در همین راستا سازه مورد نظر که یک تیر ساندویچی می‌باشد دارای طول L ، ضخامت h و دستگاه مختصات (x, z) می‌باشد. علاوه بر این‌ها جسم مورد نظر تحت بار محوری نیز قرار گرفته است. مطابق شکل ۲ ضخامت نهایی از مجموع ضخامت لایه‌ها به دست می‌آید، لذا ضخامت کل سازه برابر رابطه (۴) می‌باشد.

$$h = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 \quad (4)$$

از طرفی نمای بالای هسته لانه زنبوری، که به صورت داخل صفحه^۱ می‌باشد، مطابق شکل ۳ است، که در این شکل d عمق سازه می‌باشد.

معادلات کلی

سازه مورد بررسی در این مقاله بر مبنای تیر اویلر-برنولی حل می‌شود، فلذا از کرنش برشی در روابط صرف نظر می‌شود. روابط تنش-کرنش مطابق رابطه (۵) نوشته می‌شود.

$$\sigma_{xx}^{(n)} = Q_{11}^{(n)} \varepsilon_{xx} \quad (5)$$

در رابطه (۵) به دلیل وجود هفت لایه n از یک تا هفت می‌باشد و در نتیجه تنش برای هر لایه به دست می‌آید. از طرفی در رابطه (۵)، ε_{xx} و Q_{11} به ترتیب کرنش محوری و ضریب الاستیک می‌باشد. ضریب الاستیک مورد استفاده در رابطه (۵) برای هر کدام از لایه‌ها مطابق رابطه (۶) نوشته می‌شود.

$$Q_{11}^f = \frac{E_f}{1 - \nu_f^2}$$

$$Q_{11}^c = \frac{E_1^c}{1 - \nu_{12}^c \nu_{21}^c} \quad (6)$$

$$Q_{11}^p = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

در رابطه (۶)، بالانویس P به منظور لایه با جنس آلومینیوم می‌باشد. از طرفی در رابطه (۶)، E ، ν و ν_f به ترتیب مدول الاستیسیته، نسبت پواسون پوسته‌های آلومینیومی و نسبت پواسون فوم فلزی مورد نظر بدون تخلخل می‌باشد. از طرفی دیگر مؤلفه‌های عرضی u_z و محوری u_x

¹ in-of-plane

$$\begin{aligned} A_{11} &= \sum_{n=1}^7 \int_{h_{n-1}}^{h_n} Q_{11}^{(n)} dz \\ B_{11} &= \sum_{n=1}^7 \int_{h_{n-1}}^{h_n} z Q_{11}^{(n)} dz \\ D_{11} &= \sum_{n=1}^7 \int_{h_{n-1}}^{h_n} z^2 Q_{11}^{(n)} dz \end{aligned} \quad (13)$$

با رابطه (۱۳) معادله انرژی کرنشی تکمیل می‌شود، در ادامه هدف به دست آوردن انرژی کارمجازی می‌باشد، فلذا کارمجازی این مقاله که ناشی از بار محوری وارد شده بر سازه می‌باشد، مطابق رابطه (۱۴) نوشته می‌شود.

$$\delta W = \int_{-l/2}^{l/2} P \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} dx \quad (14)$$

در رابطه بالا منظور از P همان بار وارده به سازه است. در نهایت با برابر قرار دادن انرژی کرنشی مجازی و کارمجازی، اصل همیلتون مطابق رابطه (۱۵) نوشته می‌شود.

$$\int_{-l/2}^{l/2} \left(N_x \times \left(\frac{d\delta u}{dx} + \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} \right) - (M_x) \times \left(\frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right) + P \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} \right) dx = 0 \quad (15)$$

برای حل معادله بالا باید از انتگرال‌گیری جزبه‌جز استفاده کنیم و در نهایت به معادله تعادل و شرایط مرزی طبیعی مسئله دست پیدا می‌کنیم. معادله تعادل سازه مطابق رابطه (۱۶) نوشته می‌شود.

$$\delta u: \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

$$\delta w: \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} + P \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0$$

علاوه بر این شرایط مرزی طبیعی مسئله در ابتدا و انتهای تیر به دو قسمت تبدیل می‌شود یا حالت (الف) اتفاق می‌افتد یا حالت (ب) مطابق رابطه (۱۷) به دست می‌آید.

$$\delta u = 0, \delta w = 0, \delta \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{الف}) \quad (17)$$

$$N_x = 0, N_x \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - P \frac{\partial w}{\partial x} = 0, M_x = 0 \quad (\text{ب})$$

روش ریتز

برای حل معادلات بدست آمده از روش ریتز استفاده شده است، فلذا اولین گام به دست آوردن فرم ضعیف معادله می‌باشد، که به دلیل توضیح در مرجع [۲۱] و طولانی بودن مبحث از توضیح روش به دست آوردن فرم ضعیف خودداری می‌شود. فرم ضعیف مطابق رابطه (۱۸) نوشته می‌شود.

افزایش مقاومت سازه‌های ساندویچی تقویت شده با سلول‌های لانه‌زنبوری و فوم

میدان جابه‌جایی بر مبنای تئوری برشی مرتبه اول مطابق رابطه (۷) نوشته می‌شود.

$$u_x(x, z) = u(x) - z \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (7)$$

$$u_z(x, z) = w(x)$$

در رابطه (۷)، u و w به ترتیب جابه‌جایی صفحه میانی تیر در راستای محوری و عرضی می‌باشد. فلذا کرنش محوری مورد استفاده در رابطه (۵) با استفاده از فرضیه غیرخطی فون کارمن و رابطه میدان جابه‌جایی مطابق رابطه (۸) نوشته می‌شود.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (8)$$

در ادامه جهت استخراج معادلات تعادل سازه ساندویچی مورد بررسی در این مقاله از اصل همیلتون استفاده می‌شود. در اصل همیلتون δT انرژی جنبشی مجازی، δU انرژی کرنشی مجازی و δW کار مجازی ناشی از نیروهای خارجی را برابر هم قرار می‌دهد، مطابق رابطه (۹) نوشته می‌شود.

$$\delta T - \delta U - \delta W = 0 \quad (9)$$

انرژی جنبشی مجازی در این مقاله برابر صفر می‌باشد و از طرفی دیگر انرژی کرنشی مجازی سازه ساندویچی با هفت لایه مطابق رابطه (۱۰) نوشته می‌شود.

$$\delta U = \sum_{n=1}^7 \int_{-l/2}^{l/2} \int_{h_{n-1}}^{h_n} \sigma_{xx}^{(n)} \delta \varepsilon_{xx} dz dx \quad (10)$$

که در رابطه (۱۰) می‌توان به جای انتگرال بر روی تنش از نتیجه‌های تنش استفاده کنیم، فلذا نتیجه‌های تنش مطابق رابطه (۱۱) نوشته می‌شود.

$$(N_x, M_x) = \sum_{n=1}^7 \int_{h_{n-1}}^{h_n} (\sigma_{xx}^{(n)}, z \sigma_{xx}^{(n)}) dz \quad (11)$$

از طرفی در رابطه (۱۱)، N_x و M_x به ترتیب نتیجه‌های نیرو و ممان هستند. در ادامه با استفاده از معادلات کرنش جابه‌جایی و تنش-کرنش رابطه نتیجه‌های تنش مطابق رابطه (۱۲) نوشته می‌شود.

$$N_x = A_{11} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) - B_{11} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (12)$$

$$M_x = B_{11} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) - D_{11} \frac{d^2 w}{dx^2}$$

در رابطه (۱۲)، A_{11} ، B_{11} و D_{11} ضرایب سفتی می‌باشند و مطابق رابطه (۱۳) تعریف می‌شوند.

جدول ۴-۱: توابع شکل برای شرط مرزی ساده-ساده

شرایط مرزی	$N_m^u(x)$	$N_m^w(x)$
ساده- ساده	$\left(x + \frac{L}{2}\right)\left(x - \frac{L}{2}\right)^m$	$\left(x + \frac{L}{2}\right)\left(x - \frac{L}{2}\right)^m$

از طرف دیگر برای حل معادلات غیرخطی باید معادله (۲۰) حل شود، برای اینکار ابتدا باید این معادله به خطی شود، که برای این کار از روش توضیح داده شده در مرجع [۲۲]، استفاده می‌شود.

نتایج

سازه مورد بررسی در این مقاله، سازه ساندویچی است که دارای هفت لایه می‌باشد که چهار لایه از آن دارای جنس آلومینیومی و دو لایه دیگر آن از جنس فوم فلزی و هسته آن لانه‌زنبوری آکستیک با جنس آلومینیوم می‌باشد. فلذا برای جنس آلومینیوم مدول الاستیسیته ۶۹GPa، مدول برشی ۲۶GPa و نسبت پواسون برابر ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است [۲۳]. از طرفی برای فوم فلزی مدول الاستیسیته ۲۰۰GPa و نسبت پواسون برای آن ۰/۳ در نظر گرفته می‌شود [۱۹]. از طرفی تا جایی که خلاف آن بیان نشود، ضخامت لایه لانه-زنبوری برابر ۴۰mm، ضخامت هرکدام از لایه‌ها با جنس آلومینیوم و فوم فلزی برابر ۵mm، زاویه سلول واحد برابر ۴۵ درجه، طول مورب سلول واحد ۵۷۱۴m، ضخامت دیواره سلول واحد برابر ۰/۰۰۵m، طول افقی سلول واحد ۲۸۵۷m، اولین ضریب تخلخل (e_1) برابر ۰/۲، طول سازه ۱۰۰mm و پراکندگی تخلخل به صورت Sym-1 می‌باشد. از طرفی با قرار دادن B برابر ۵ به همگرایی لازم دست پیدا می‌کنیم. قبل از ارائه نتایج پاسخ کمانش و پس‌کمانش غیرخطی برای پارامترهای مختلف، به صحت‌سنجی نتایج پرداخته می‌شود. مطابق شکل ۴ برای صحت‌سنجی از پژوهش وانگ و شن [۲۴] استفاده شده است. در شکل ۴ از مواد هدفند استفاده شده است و از طرفی نسبت طول به ضخامت برابر ۲۰، شرایط مرزی به صورت ساده-ساده، اندیس توانی برابر صفر، ویژگی ماده وابسته به دما و در معرض افزایش دمای یکنواخت قرار گرفته است. در این نمودار خط افقی، دمای بی‌بعد شده با رابطه $\Delta T \alpha_0 (L/h)^2$ و خط عمودی آن خیز بی‌بعد شده وسط تیر با رابطه W_{mid}/r می‌باشد، که در این رابطه W_{mid} خیز

$$\int_{-L/2}^{L/2} \left(\left(A_{11} \left(u_{,x} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) - B_{11} w_{,x^2} \right) \times (\delta u_{,x} + w_{,x} \delta w_{,x}) \right) + \left(\left(D_{11} w_{,x^2} - B_{11} \left(u_{,x} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) \right) \times (\delta w_{,x^2}) \right) + (P w_{,x} \delta w_{,x}) dx \quad (18)$$

$$+ [N_x \delta u + N_x w_{,x} \delta w - M_x \delta w_{,x} + M_{x,x} \delta w - P w_{,x}]_{-L/2}^{L/2} = 0$$

در معادلات مورد نظر مفهوم x ، مشتق نسبت به x می‌باشد. به وسیله رابطه (۱۹) هر یک از متغیرهای اولیه u و w که در رابطه (۱۸) موجود می‌باشد، حدس زده می‌شوند.

$$u(x) = \sum_{m=1}^B U_m N_m^u(x) \quad (19)$$

$$w(x) = \sum_{m=1}^B W_m N_m^w(x)$$

که در رابطه (۱۹)، $N_m(x)$ توابع شکل هستند. همچنین B نیز تعداد توابع تقریب جهت اطمینان از به دست آمدن همگرایی پاسخ‌های بدست آمده را نشان می‌دهد. با جایگذاری رابطه (۱۹) در فرم ضعیف مسئله (رابطه (۱۸))، رابطه (۲۰) به دست می‌آید.

$$\left(\begin{bmatrix} K^{uu} & K^{uw} \\ K^{wu} & K^{ww} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{K}^{uu} & \tilde{K}^{uw} \\ \tilde{K}^{wu} & \tilde{K}^{ww} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix} = 0 \quad (20)$$

که در رابطه (۲۰)، $[K]$ ماتریس سختی و $[\tilde{K}]$ ماتریس سختی هندسی می‌باشد. به همین ترتیب ماتریس سختی هندسی مطابق رابطه (۲۱) نوشته می‌شود.

$$\tilde{K}^{ww} = \int_{-L/2}^{L/2} P N_{n,x}^w N_{m,x}^w dx \quad (21)$$

از طرفی مابقی ماتریس‌های سختی هندسی صفر هستند. در ادامه ماتریس سختی مطابق رابطه (۲۲) نوشته می‌شود.

$$K^{uu} = \int_{-L/2}^{L/2} A_{11} N_{n,x}^u N_{m,x}^u dx, \quad K^{uw} = \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{A_{11}}{2} w_{,x} N_{n,x}^u N_{m,x}^w - B_{11} N_{n,x}^u N_{m,x^2}^w \right) dx \quad (22)$$

$$K^{wu} = \int_{-L/2}^{L/2} \left(A_{11} w_{,x} N_{n,x}^w N_{m,x}^u - B_{11} N_{n,x^2}^w N_{m,x}^u \right) dx,$$

$$K^{ww} = \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{A_{11}}{2} (w_{,x})^2 N_{n,x}^w N_{m,x}^w - B_{11} w_{,x} N_{n,x}^w N_{m,x^2}^w - B_{11} w_{,x} N_{n,x^2}^w N_{m,x}^w + D_{11} N_{n,x^2}^w N_{m,x^2}^w \right) dx$$

شرط مرزی اساسی سازه ساندویچی در این مقاله به صورت ساده-ساده در نظر گرفته شده است. در همین راستا شرط مرزی ساده به بیان ریاضی مطابق رابطه (۲۳) نوشته می‌شود.

$$u = w = M_x = 0 \quad (23)$$

در روش ریتز توابع شکل بر اساس شرایط مرزی اساسی نوشته می‌شود، در همین راستا چند جمله‌ای توابع شکل مطابق جدول ۱ نوشته می‌شود.

شکل ۶، تأثیر ضریب تخلخل بر رفتار کمانش و پس-کمانش غیرخطی را مورد بررسی قرار می‌دهد. از این شکل به این نتیجه رسیده می‌شود که هرچه ضریب تخلخل کاهش یابد استحکام سازه مورد نظر افزایش می‌یابد. این نتیجه قابل پیش-بینی بود به این دلیل که هرچه تخلخل در جسم بیشتر باشد استحکام سازه افزایش پیدا می‌کند، از طرفی می‌توان گفت با افزایش تخلخل‌های جسم، ترک‌ها که خود عامل شکست هستند و باعث ایجاد تمرکز تنش در سازه می‌شوند، در جسم بیشتر می‌شود. نتیجه به دست آمده در این قسمت مطابق با نتیجه به دست آمده در پژوهش جلیوگا و همکاران [۱۶] می-باشد. پارامترهای سلول واحد نیز تأثیر بسزایی در استحکام سازه مورد نظر دارد، فلذا در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهای سلول واحد بر روی پاسخ کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه مورد نظر پرداخته می‌شود.

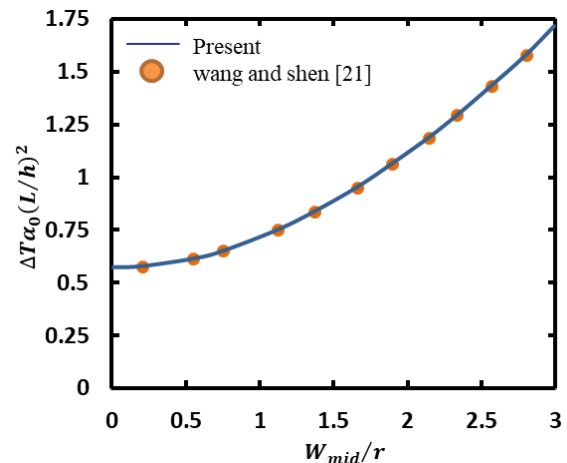
در شکل ۷ رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه ساندویچی برای زاویه‌های متفاوت سلول واحد مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که داخل شکل مشاهده می‌شود، زاویه سلول از ۲۰ تا ۶۰ درجه افزایش یافته و به این نتیجه رسیده شد که با افزایش زاویه سلول واحد، سازه مورد نظر بار بیشتری تا رسیدن به شکست را تحمل می‌کند و در نتیجه استحکام سازه افزایش پیدا می‌کند.

در ادامه به تأثیرات پارامترهای دیگر سلول واحد بر رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی اشاره می‌شود. به همین دلیل در ادامه در شکل ۸ تأثیر طول مورب سلول واحد بر رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته شده است. فلذا از شکل ۸ نتیجه گرفته می‌شود که با افزایش s سازه تحت بارهای کمتری به شکست می‌رسد. و در نتیجه با افزایش طول مورب استحکام سازه کاهش پیدا می‌کند. در ادامه به بررسی پارامتر دیگر سلول واحد پرداخته می‌شود. فلذا در شکل ۹ تأثیر طول افقی سلول واحد بر رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته شد.

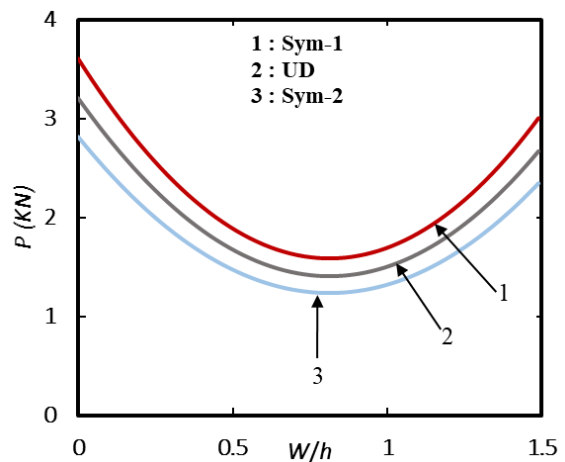
در شکل ۹ به این نتیجه می‌توان رسید که با افزایش z سازه مورد نظر بارگذاری بیشتری را تحمل می‌کند. در نتیجه با افزایش طول افقی سلول واحد استحکام سازه افزایش می‌یابد.

افزایش مقاومت سازه‌های ساندویچی تقویت شده با سلول‌های لانه‌زنبوری و فوم

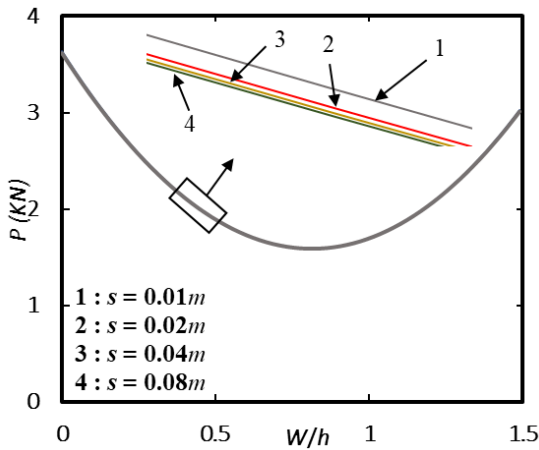
در وسط تیر و r شعاع چرخش سطح مقطع می‌باشد. همان‌طور که از شکل ۴ مشاهده می‌شود، نتایج تطابق خوبی داشته‌اند. در ادامه نتایج کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه مورد نظر برای پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرند. در ابتدا به تأثیر پارامترهای مختلف فوم و هسته لانه‌زنبوری بر نتایج پرداخته می‌شود سپس به پارامترهای دیگر سازه پرداخته شده است. فلذا در این قسمت به تأثیر توزیع مختلف تخلخل در فوم بر پاسخ کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه پرداخته می‌شود. از شکل ۵ به این نتیجه می‌توان رسید که وقتی توزیع تخلخل به صورت Sym-1 باشد استحکام سازه نسبت به بقیه حالت‌ها بیشتر است، به همین ترتیب وقتی توزیع تخلخل به صورت Sym-2 باشد استحکام بیشتری نسبت به حالت Sym-1 است.



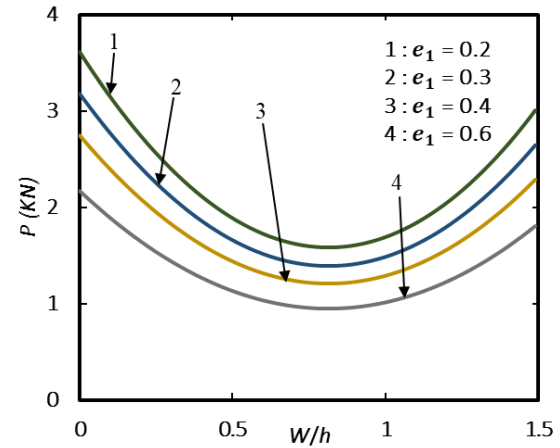
شکل ۴: پاسخ کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه ساندویچی پژوهش حاضر و پژوهش وانگ و شن [۲۴] برای صحت‌سنجی نتایج



شکل ۵: رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه ساندویچی برای توزیع‌های متفاوت تخلخل



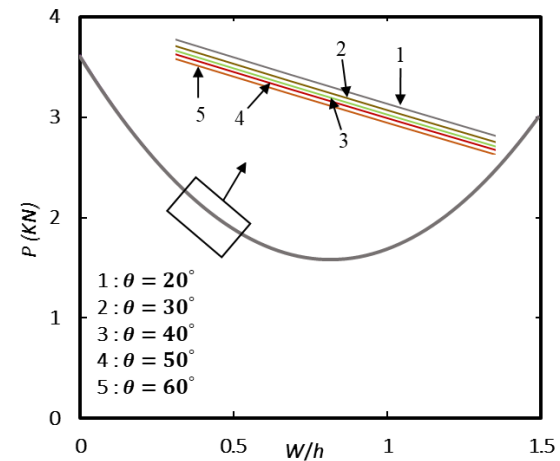
شکل ۹: رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی برای طول‌های افقی متفاوت سلول واحد



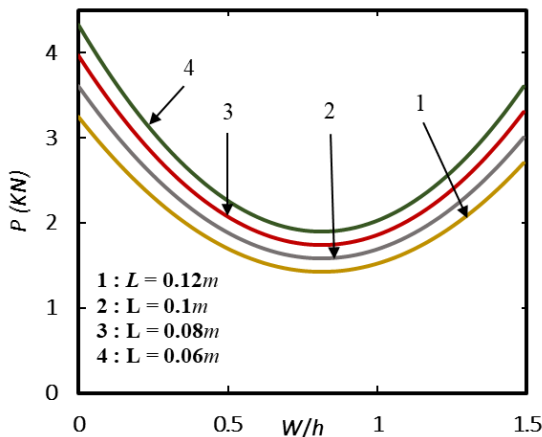
شکل ۶: رفتار کمانش و پس کمانش سازه ساندویچی برای ضریب تخلخل‌های متفاوت

در ادامه پارامترهای کلی سازه مورد بررسی قرار می‌گیرد. یکی از این پارامترها طول سازه می‌باشد، فلذا در شکل ۱۰ به بررسی تأثیر طول تیر بر رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی پرداخته شده است. از شکل ۱۰ به این نتیجه می‌توان رسید که با کاهش طول تیر بار بحرانی افزایش می‌یابد و سازه تحت بار بیشتری کمانش می‌کند.

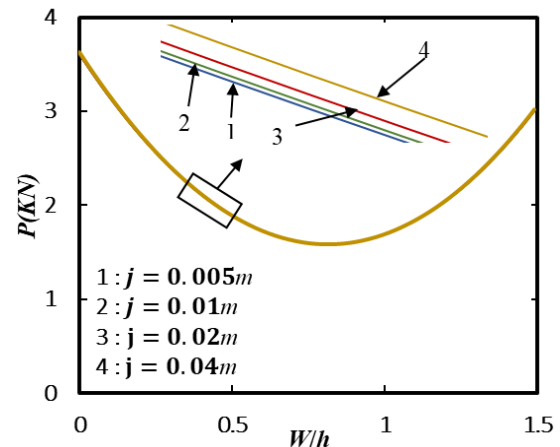
به همین ترتیب با افزایش طول تیر استحکام سازه مورد نظر کاهش می‌یابد. این نتیجه‌گیری تا حدی قابل پیش‌بینی نیز بود به این دلیل که هرچه طول تیر افزایش یابد باعث ایجاد انحنای داخلی می‌شود، که این انحنا باعث کاهش بار کمانش می‌شود. در ادامه به تأثیر ضخامت‌های متفاوت لایه‌ها بر استحکام سازه پرداخته می‌شود.



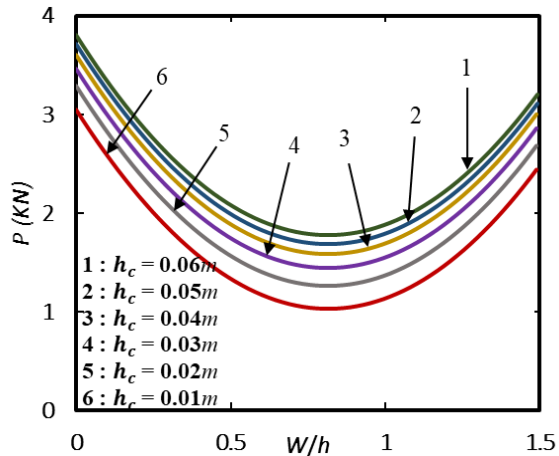
شکل ۷: رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی برای زاویه‌های متفاوت سلول واحد



شکل ۱۰: رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی برای طول‌های متفاوت سازه ساندویچی



شکل ۸: رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی برای طول‌های مورب متفاوت سلول واحد



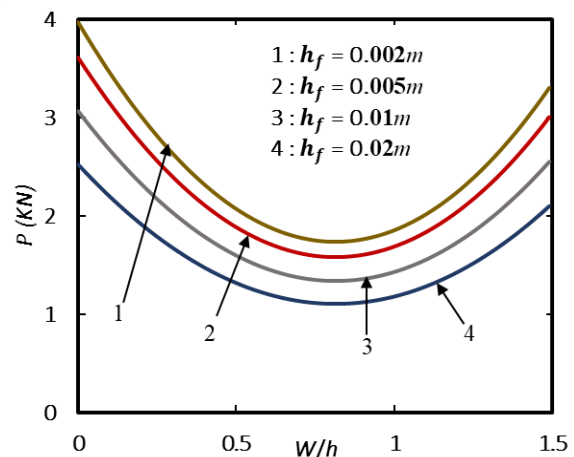
شکل ۱۲: رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی برای ضخامت‌های متفاوت هسته لانه‌زنبوری

نتیجه‌گیری

سازه مورد نظر بسیار در صنایع هوافضا و هوانوردی کاربرد دارد و از طرفی هدف از این مقاله افزایش عمر سازه می‌باشد. از نتایج حاصل شده، می‌توان متوجه شد که هنگام استفاده از فوم‌ها استحکام سازه افزایش پیدا نمی‌کند بلکه فواید دیگری دارد مانند به شدت سبک شدن سازه، استفاده از جذب انرژی و ... می‌باشد. فلذا تنها به دلیل کاهش وزن سازه می‌توان از مقدار کمی که از استحکام سازه کم می‌شود، چشم‌پوشی کرد. از طرفی دیگر لایه لانه‌زنبوی باعث افزایش استحکام سازه و همچنین کاهش وزن سازه می‌شود. نتایج نشان داد که هرچه طول سازه افزایش پیدا کند، مقاومت کمانشی سازه کاهش پیدا می‌کند. از طرف دیگر توزیع‌های مختلف تخلخل در فوم فلزی و شرایط مختلف پارامترهای سلول واحد مورد بررسی قرار گرفته شد، که می‌توان متوجه شد پارامترهای گفته شده بر استحکام سازه تأثیر بسزایی دارند. به منظور ادامه این مقاله چندین پیشنهاد ارائه شده است، به عنوان مثال بررسی ساختارهای مختلف لانه‌زنبوی مانند کایرال، ستاره‌ای، سرنیزه‌ای و ...، بررسی ارتعاشات سازه مورد بررسی و به دست آوردن کمانش و پس کمانش سازه مورد نظر به صورت تجربی و با نرم‌افزارهای دیگر مانند آباکوس و انسیس می‌باشد.

افزایش مقاومت سازه‌های ساندویچی تقویت شده با سلول‌های لانه‌زنبوری و فوم

در شکل ۱۱ رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی سازه ساندویچی برای ضخامت‌های متفاوت لایه با جنس فوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. از این نمودار می‌توان به این نتیجه رسید که با افزایش ضخامت لایه با جنس فوم بار بحرانی سازه کاهش می‌یابد، بدین معنا که با افزایش ضخامت فوم استحکام سازه کاهش پیدا می‌کند. نتیجه به دست آمده کاملاً معقول می‌باشد، به این دلیل که از فوم‌ها برای سبک‌تر کردن جسم استفاده می‌شود و همان طور که مشاهده می‌شود هنگامی که فوم وجود دارد با اینکه استحکام کاهش پیدا می‌کند، اما این کاهش استحکام در مقابل مزایایی که دارد قابل چشم‌پوشی می‌باشد، از طرفی کاهش استحکام به این دلیل است که افزایش ضخامت فوم باعث افزایش تخلخل در سازه می‌شود که با افزایش تخلخل تمرکز تنش به دلیل افزایش حفره زیاد می‌شود. نتیجه به دست آمده در شکل ۱۱ مطابق نتیجه به دست آمده در پژوهش لی و همکاران [۱۷] می‌باشد. از طرفی دیگر در ادامه شکل ۱۲ رفتار کمانش و پس کمانش غیرخطی برای ضخامت‌های متفاوت هسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. که همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت هسته، سازه بار بیشتری تا رسیدن به شکست را تحمل می‌کند. در نتیجه با افزایش ضخامت هسته لانه‌زنبوری استحکام سازه مورد بررسی افزایش می‌یابد. که نتیجه به دست آمده مطابق با نتیجه پژوهش آرانکامر و همکاران [۱۸] می‌باشد.



شکل ۱۱: رفتار کمانش و پس کمانش سازه ساندویچی برای ضخامت‌های متفاوت لایه با جنس فوم

منابع و مراجع

- [12] P. Jeyakrishnan, K. K. Chockalingam, and R. Narayanasamy, "Studies on buckling behavior of honeycomb sandwich panel," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 65, pp. 803-815, 2013.
- [13] S. Szyniszewski, B. Smith, J. Hajjar *et al.*, "Local buckling strength of steel foam sandwich panels," *Thin-Walled Structures*, vol. 59, pp. 11-19, 2012.
- [14] T. Mukhopadhyay, and S. Adhikari, "Free-vibration analysis of sandwich panels with randomly irregular honeycomb core," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 142, no. 11, pp. 06016008, 2016.
- [15] C. H. Nguyen, R. R. Butukuri, K. Chandrashekhara *et al.*, "Dynamics and buckling of sandwich panels with stepped facings," *International journal of structural stability and dynamics*, vol. 11, no. 04, pp. 697-716, 2011.
- [16] M. Keleshteri, and J. Jelovica, "Analytical solution for vibration and buckling of cylindrical sandwich panels with improved FG metal foam core," *Engineering Structures*, vol. 266, pp. 114580, 2022.
- [17] A. Garg, H. Chalak, L. Li *et al.*, "Vibration and buckling analyses of sandwich plates containing functionally graded metal foam core," *Acta Mechanica Solida Sinica*, pp. 1-16, 2022.
- [18] M. Arunkumar, J. Pitchaimani, and K. Gangadharan, "Bending and free vibration analysis of foam-filled truss core sandwich panel," *Journal of Sandwich Structures & Materials*, vol. 20, no. 5, pp. 617-638, 2018.
- [19] Y. Q. Wang, C. Ye, and J. Zhu, "Chebyshev collocation technique for vibration analysis of sandwich cylindrical shells with metal foam core," *ZAMM- Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 100, no. 5, pp. e201900199, 2020.
- [20] X. Zhu, J. Zhang, W. Zhang *et al.*, "Vibration frequencies and energies of an auxetic honeycomb sandwich plate," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 26, no. 23, pp. 1951-1957, 2019.
- [21] J. Reddy, and N. Phan, "Stability and vibration of isotropic, orthotropic and laminated plates according to a higher-order shear deformation theory," *Journal of sound and vibration*, vol. 98, no. 2, pp. 157-170, 1985.
- [22] J. N. Reddy, *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis Second Edition: with*
- [1] Y. Karsandik, B. Sabuncuoglu, B. Yildirim *et al.*, "Impact behavior of sandwich composites for aviation applications: A review," *Composite Structures*, pp. 116941, 2023.
- [2] J. Banhart, "Metal foams-from fundamental research to applications," *Frontiers in the Design of Materials*, vol. 279, 2007.
- [3] L. P. Lefebvre, J. Banhart, and D. C. Dunand, "Porous metals and metallic foams: current status and recent developments," *Advanced engineering materials*, vol. 10, no. 9, pp. 775-787, 2008.
- [4] C. Ensarioglu, A. Bakirci, H. Koluk *et al.*, "Metal foams and their applications in aerospace components," *Materials, Structures and Manufacturing for Aircraft*, pp. 27-63: Springer, 2022.
- [5] N. Chantarapanich, A. Laohaprapanon, S. Wisutmethangoon *et al.*, "Fabrication of three-dimensional honeycomb structure for aeronautical applications using selective laser melting: a preliminary investigation," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 20, no. 6, pp. 551-558, 2014.
- [6] K. E. Evans, and A. Alderson, "Auxetic materials: functional materials and structures from lateral thinking!," *Advanced materials*, vol. 12, no. 9, pp. 617-628, 2000.
- [7] F. Scarpa, P. Panayiotou, and G. Tomlinson, "Numerical and experimental uniaxial loading on in-plane auxetic honeycombs," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 35, no. 5, pp. 383-388, 2000.
- [8] H. Wan, H. Ohtaki, S. Kotosaka *et al.*, "A study of negative Poisson's ratios in auxetic honeycombs based on a large deflection model," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 23, no. 1, pp. 95-106, 2004.
- [9] R. J. Nedoushan, Y. An, W.-R. Yu *et al.*, "Novel triangular auxetic honeycombs with enhanced stiffness," *Composite Structures*, vol. 277, pp. 114605, 2021.
- [10] H. Zhou, K. Jia, X. Wang *et al.*, "Experimental and numerical investigation of low velocity impact response of foam concrete filled auxetic honeycombs," *Thin-Walled Structures*, vol. 154, pp. 106898, 2020.
- [11] F. Meraghni, F. Desrumaux, and M. Benzeggagh, "Mechanical behaviour of cellular core for structural sandwich panels," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 30, no. 6, pp. 767-779, 1999.

applications to heat transfer, fluid mechanics, and solid mechanics: OUP Oxford, 2014.

[23] D. Gerlich, and E. Fisher, "The high temperature elastic moduli of aluminum," *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 30, no. 5, pp. 1197-1205, 1969.

[24] H.-S. Shen, and Z.-X. Wang, "Nonlinear analysis of shear deformable FGM beams resting on elastic foundations in thermal environments," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 81, pp. 195-206, 2014.