

## فلاتر صفحه چندلایه کامپوزیت سفتی متغیر با الیاف

### منحنی شکل در معرض جریان مافوق صوت

علی نگهبان برون\*، جمشید فضیلتی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، دانشکده هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

۲- دانشیار، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۹/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۴)

چکیده

در پروازهای مافوق صوت معمولاً پوسته‌ی وسیله پرنده با مشکلات سازه‌ای و ناپایداری‌های دینامیکی، از جمله پنل فلاتر مواجه می‌شود. در کار حاضر رفتار فلاتر صفحات چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل در معرض جریان هوای مافوق صوت جانبی بررسی شده است. در هر لایه از صفحه، جهت الیاف به صورت خطی در طول صفحه تغییر می‌کند. به منظور شبیه‌سازی رفتار حاکم بر سازه از نظریه کلاسیک ورق استفاده می‌شود و اثر نیروهای آیرودینامیکی توسط نظریه پیستون مرتبه اول مدل‌سازی شد. در پژوهش حاضر روش ریلی ریتز برای حل معادلات آیروالاستیک حاکم بر صفحات چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل توسعه داده شده است و فشار آیرودینامیکی بحرانی آستانه وقوع فلاتر استخراج گردید. روش حاضر باتوجه به سایر پژوهش‌ها صحت‌سنجی شده و باتوجه به دقت نتایج کارایی روش اثبات گردید. در ادامه، بررسی رفتار فلاتر صفحات چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل انجام شده و اثرات تغییر در زوایای الیاف، زاویه جانبی جریان و نسبت منطری صفحه بر فشار آیرودینامیکی و فرکانس بحرانی آستانه وقوع فلاتر مطالعه گردید. نتایج نشان می‌دهد که فشار آیرودینامیکی و فرکانس بحرانی آستانه وقوع فلاتر به جهت جریان جانبی و جهت‌گیری الیاف وابسته هستند. بیشترین فشار آیرودینامیکی آستانه وقوع فلاتر زمانی مشاهده می‌شود که زاویه جریان جانبی با زاویه الیاف در میان صفحه هم‌راستا شود.

واژه‌های کلیدی: پنل فلاتر، کامپوزیت لایه‌ای سفتی متغیر، صفحه لایه‌ای، جریان مافوق صوت، زاویه جریان جانبی

## Panel Flutter of Variable Stiffness Composite Laminated Plates with Curvilinear Fibers subjected to Yawed Airflow

Ali Negahban Bرون, Jamshid Fazilati

### Abstract

At high-speed atmospheric flights, the vehicle skin panels experience structural problems and instabilities including the panel flutter. The flutter behavior of plates laminated with variable stiffness composite plies of curvilinear fibers subjected to in-plane yawed supersonic airflow is investigated. In each variable stiffness ply, the fiber orientation changes linearly with longitude. Classical plate theory is used and the effect of aerodynamic forces is modeled by first-order piston theory. Rayleigh-Ritz method followed by eigenvalue analysis is then utilized to extract governing equations and to obtain flutter characteristics. The present formulation is verified to provide converged and accurate enough results in both flutter analysis and VSCL calculations. Effects of change in curvilinear fiber angles on flutter frequency and critical aerodynamic pressure are studied and compared to others. The results show that the critical flutter frequencies as well as the critical non-dimensional aerodynamic pressure are basically dependent on the flow yaw direction and fiber-orientation. The obtained results show the effectiveness of the method. The maximum aerodynamic pressure of the flutter is observed when the yaw air flow angle is aligned with the mid-length fiber orientation angle.

**Key words:** panel flutter, variable stiffness laminated composite, laminated plate, supersonic airflow, yaw angle.

## مقدمه

از آنجایی که سازه‌های هوایی بسیار انعطاف‌پذیرند، در اثر بارها وارده در معرض تغییر شکل قرار می‌گیرند. نیروهای آیرودینامیک نیز وابسته به هندسه سازه و نحوه قرارگیری اجزای مختلف سازه نسبت به جریان هوا تغییر می‌کند. رفتار متقابل سازه و سیال در معرض جریان هوا، آیروالاستیک نامیده شده و می‌بایست در فرایند طراحی وسایل هوایی مورد مطالعه قرار گیرد. در پروازهای سرعت بالا، پوسته وسیله پرنده با ناپایداری‌های دینامیکی از جمله پنل فلاتر روبه‌رو می‌شود. فلاتر سبب جابه‌جایی غیرقابل کنترل سازه شده که نتیجه آن خرابی‌های عمده یا جزئی در بدنه است؛ لذا بررسی تقابل سازه و سیال در طراحی اجسام پرنده امری ضروری است.

اولین مطالعات در خصوص پنل فلاتر مواد ناهمسانگرد در پنل‌های ارتوتروپیک در شرایط پروازی با سرعت مافوق صوت می‌باشد [۱-۳]. ساویر [۴] فلاتر خطی صفحات چند لایه کامپوزیتی را با استفاده از روش گالرکین مورد مطالعه قرار داد و فشار آیرودینامیکی بی بعد شده آستانه وقوع فلاتر و بار بحرانی کمانش را برای چند نمونه از لایه چینی‌های متقارن و نامتقارن بررسی نمود. عباس و همکاران [۵] فلاتر غیرخطی پنل کامپوزیت ارتوتروپیک را تحت گرمایش آیرودینامیکی مورد مطالعه قرار دادند. عبدالموتاگلای و همکاران [۶] فلاتر غیرخطی صفحات کامپوزیتی تحت جریان مافوق صوت جانبی را بررسی کردند. سینگا و گاناپاتی [۷] رفتار فلاتر صفحات کامپوزیتی چندلایه مورب را با استفاده از روش اجزای محدود مورد مطالعه قرار دادند. آنها از تئوری صفحه کلاسیک برای مدل‌سازی سازه به همراه تئوری جریان پتانسیل خطی برای ارزیابی فشار آیرودینامیکی استفاده کردند. کوچک زاده و همکاران [۸] با استفاده از روش گالرکین و در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل‌های بزرگ، فلاتر صفحات کامپوزیتی چندلایه را در معرض جریان مافوق صوت بررسی کردند. تئوری صفحه کلاسیک برای رفتار سازه و تئوری پیستون مرتبه اول خطی برای ارزیابی نیروهای آیرودینامیکی استفاده شد. آنها رفتار غیر خطی بعد از فلاتر را برای زوایای مختلف الیاف کامپوزیتی استخراج کردند. شیا و نی [۹] فلاتر مافوق صوت صفحات چندلایه کامپوزیتی را با استفاده از روش اجزای محدود بررسی کردند. نیو و همکاران [۱۰] رفتار آیروترموالاستیک پنل‌های

چندلایه کامپوزیت را با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی در جریان مافوق صوت بررسی کردند. تئوری صفحه کلاسیک برای مدل‌سازی سازه و نظریه پیستون مرتبه سوم برای بارهای آیرودینامیکی مافوق صوت استفاده شد. شاهوردی و خلفی [۱۱] رفتار آیروترموالاستیک صفحات منحنی دوبعدی و همچنین صفحه محدود مسطح را تحت بارهای همزمان آیرودینامیکی جریان مافوق صوت و حرارتی تحلیل کردند. جمشیدی و همکاران [۱۲] رفتار آیروالاستیک و برداشت انرژی از نوسان سیکل محدود بال یک سرگیردار مستطیلی با نسبت منظری پایین در جریان مافوق صوت را مورد مطالعه قرار دادند. شیتوف و ودنیف [۱۳] با استفاده از روش بانبوف-گالرکین محدوده فلاتر صفحات مستطیلی با تکیه‌گاه ساده را در سرعت-های مافوق صوت پایین بررسی کردند. تئوری جریان پتانسیل برای محاسبه فشار آیرودینامیکی ناپایدار استفاده شد. گوماراس و همکاران [۱۴] پایداری آیروالاستیک مافوق صوت پنل‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف کربن را با استفاده از روش ریلی-ریتر برای شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از الگوریتم تکاملی تفاضلی به بهینه‌سازی و افزایش محدوده پایداری کمانش و فلاتر پرداختند. در پژوهش دیگر گوماراس و همکاران [۱۵] یک مطالعه تطبیقی بر روی پنل فلاتر صفحات کامپوزیتی با استفاده روش المان محدود و ریلی-ریتر انجام دادند. تسونماتسو و همکاران [۱۶] یک مدل المان محدود صریح برای پیش‌بینی رفتار آیروالاستیک غیرخطی صفحات کامپوزیت در محدوده مافوق صوت ارائه دادند.

به‌خاطر مزایای از جمله نسبت استحکام به وزن بالا، نسبت سفتی به وزن بالا و انبساط حرارتی کم، مواد کامپوزیتی چندلایه به طور فزاینده‌ای در طراحی و ساخت سازه‌های هوافضایی استفاده می‌شود. در طراحی کامپوزیت سنتی با استفاده از الیاف مستقیم و بافاصله یکنواخت، خواص لایه در کل لایه بدون تغییر در نظر گرفته می‌شود اما رویکرد طراحی سفتی متغیر می‌تواند عملکرد سازه را از طریق ارائه انعطاف‌پذیری و خواص ساختاری مختلف بهبود بخشد. خواص مکانیکی متغیر را می‌توان با تغییر در جهت‌گیری الیاف یا سایر تکنیک‌های قراردادن الیاف در داخل لایه به دست آورد. به چیدمان چندلایه‌ای با سفتی متغیر، کامپوزیت لایه‌ای سفتی متغیر<sup>۱</sup> (VSCL) گفته می‌شود.

مافوق صوت بررسی کردند. موریرا و همکاران [۳۲] پنل فلاتر و کنترل فعال آن را برای صفحات کامپوزیتی با سفتی متغیر در جریان مافوق صوت بررسی کردند. شارما و همکاران [۳۳] با روش عددی پنل فلاتر صفحات کامپوزیتی سفتی متغیر در جریان مافوق صوت را مطالعه نمودند و اثر پارامترهای تأثیرگذار (هندسه و مواد) با و بدون اثرات جهت فیبر بررسی گردید. موریرا و همکاران [۳۴] مدل‌های لایه‌ای و تک لایه معادل را در صفحات کامپوزیتی با سفتی متغیر ارزیابی کردند و مدلسازی بهینه شده‌ای را برای ارزیابی پایداری آیرودینامیک معرفی نمودند. موندال و همکاران [۳۵] کنترل فلاتر حلقه باز صفحات سختی متغیر هوشمند با جهت گیری بهینه را در محیط رطوبت گرم<sup>۴</sup> بررسی کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که با استفاده از یک لایه کامپوزیت فیبر فعال به عنوان یک محرک در بالای لمینت با جهت گیری بهینه، قابلیت‌های آن افزایش می‌یابد.

با بررسی پژوهش‌های انجام شده مشخص می‌شود اگرچه تحقیقات زیادی در مورد رفتار مکانیکی صفحات VSCL انجام شده است، اما بررسی فلاتر صفحات چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل به طور کامل انجام نشده است. تغییر در سفتی پنل در سراسر منطقه ممکن است فرکانس‌های طبیعی سازه را تغییر دهد و بنابراین رفتار فلاتر ممکن است تغییر کند.

در مطالعه حاضر، تحلیل رفتار فلاتر صفحه چندلایه کامپوزیتی با سفتی متغیر که در معرض جریان هوای مافوق صوت جانبی قرار گرفته است، بررسی می‌شود. نظریه صفحه کلاسیک همراه با نظریه پیستون مرتبه اول به ترتیب برای بارهای سازه‌ای و آیرودینامیکی استفاده می‌شود. روش ریلی-ریتز و به دنبال آن، یک تحلیل مقادیر ویژه برای حل معادلات آیرودینامیک حاکم برای استخراج آستانه وقوع فلاتر استفاده شده است. بعد از صحت‌سنجی، اثرات جهت‌گیری الیاف متغیر و جهت جریان بر رفتار فلاتر صفحات چندلایه کامپوزیتی مورد مطالعه قرار گرفت.

### روابط حاکم

صفحه چندلایه متقارن مستطیلی با طول  $a$  و عرض  $b$ ، طبق شکل ۱ جهت بررسی در نظر گرفته شده است.

اولین مطالعات گزارش شده در مورد صفحات VSCL با الیاف منحنی شکل را می‌توان در آثار هیر و لی [۱۷] گوردال و المدو [۱۸] یافت. هوندا و ناریتا [۱۹] فرکانس‌های طبیعی صفحات VSCL بر پایه تئوری صفحه کلاسیک را بررسی کردند. مشخص شد که الیاف منحنی می‌توانند به طور قابل توجهی بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مود مربوطه تأثیر بگذارند. کیو [۲۰ و ۲۱] رفتار آیرودینامیک صفحات چند لایه کامپوزیتی با فاصله الیاف متغیر را بر اساس فرضیات تغییرشکل‌های بزرگ فون-کارمن و نظریه آیرودینامیکی مافوق صوت شبه پایا بررسی کردند. تورنابن و همکاران [۲۲] تحلیل استاتیکی و دینامیکی پنل‌های چندلایه کامپوزیت با الیاف منحنی شکل را با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته<sup>۲</sup> بررسی کردند. فضیلتی [۲۳] پایداری استاتیکی و دینامیکی صفحات چند لایه کامپوزیتی نسبتاً ضخیم با سفتی متغیر حاوی ناحیه جدایش مربع شکل بین لایه‌ای را با استفاده از روش نوار محدود بی-اسپیلاین مورد مطالعه قرار داد. خلفی و فضیلتی [۲۴ و ۲۵] فلاتر صفحات چند لایه کامپوزیت سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل را با استفاده از روش ایزوژئومتریک بر پایه تئوری مرتبه اول برشی مورد مطالعه قرار دادند. رسول و سینگا [۲۶] با استفاده از روش اجزای محدود، تأثیر تنش‌های درون صفحه‌ای را بر پایداری صفحات چند لایه کامپوزیتی با سفتی ثابت<sup>۳</sup> و سفتی متغیر در معرض فشار آیرودینامیکی بررسی کردند. رحمانیان و همکاران [۲۷] رفتار فلاتر و بعد از فلاتر صفحات کامپوزیتی یک‌سر گیردار با سفتی متغیر مخروطی و زاویه‌دار را مورد مطالعه قرار دادند. اویانگ و لیو [۲۸] رفتار آیرودینامیک غیرخطی صفحات کامپوزیتی با سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل را در جریان مافوق صوت مورد بررسی قرار دادند. معادلات آیرودینامیک غیرخطی بر اساس تئوری مرتبه اول برشی، تغییر شکل‌های بزرگ فون-کارمن و تئوری پیستون خطی استخراج و با استفاده از روش اجزای محدود حل شد. چن و نی [۲۹] رفتار غیر خطی فلاتر حرارتی یک صفحه انحنادار کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل را در جریان هوای مافوق صوت بررسی کردند. شارما و همکاران [۳۰] اثر آسیب بر ارتعاش آزاد و پاسخ آیرودینامیک صفحات چند لایه کامپوزیتی با سفتی متغیر را بررسی کردند. مانیکام و همکاران [۳۱] رفتار فلاتر صفحات دو بعدی چند لایه کامپوزیتی با سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل را در جریان

عمود به آن داخل صفحه اشاره دارند. سپس معادلات ساختاری لایه در جهات مختصات هندسی ارائه می‌شود:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}(x) & \bar{Q}_{12}(x) & \bar{Q}_{16}(x) \\ \bar{Q}_{12}(x) & \bar{Q}_{22}(x) & \bar{Q}_{26}(x) \\ \bar{Q}_{16}(x) & \bar{Q}_{26}(x) & \bar{Q}_{66}(x) \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{cases} \quad (5)$$

جایی که  $\bar{Q}_{ij}(x)$  مولفه‌های ماتریس ثابت ماده است و به صورت روابط ۶ ارائه می‌گردد:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}(x) &= Q_{11} \cos^4 \theta(x) + \\ & 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + \\ & Q_{22} \sin^4 \theta(x), \\ \bar{Q}_{12}(x) &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + \\ & Q_{12} (\sin^4 \theta(x) + \cos^4 \theta(x)), \\ \bar{Q}_{22}(x) &= Q_{11} \sin^4 \theta(x) + \\ & 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + \\ & Q_{22} \cos^4 \theta(x), \\ \bar{Q}_{16}(x) &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta(x) \cos^3 \theta(x) - \\ & (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta(x) \cos \theta(x), \\ \bar{Q}_{26}(x) &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta(x) \cos \theta(x) - \\ & (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta(x) \cos^3 \theta(x), \\ \bar{Q}_{66}(x) &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + \\ & Q_{66} (\sin^4 \theta(x) + \cos^4 \theta(x)). \end{aligned} \quad (6)$$

در مورد جهت‌گیری الیاف منحنی‌شکل درون لایه، جهت‌گیری مسیر الیاف در لایه  $k$  تابعی از مؤلفه مختصات طولی  $x$  است و توسط سینگا و گاناپاتی [۷] طبق رابطه ۷ ارائه شده است (شکل ۱).

$$\theta^k(x) = (T_1^k - T_0^k) \frac{|x|}{a/2} + T_0^k \quad (7)$$

که در آن  $\theta$  نشان دهنده جهت الیاف در امتداد محور  $x$  صفحه است.  $T_0^k$  و  $T_1^k$  به ترتیب زاویه بین الیاف و محور  $x$  را در وسط صفحه ( $x=0$ ) و در انتهای صفحه ( $x=\pm a/2$ ) نشان می‌دهد. مسیر الیافی که با رابطه ۷ مطابقت دارد با  $\langle T_0^k, T_1^k \rangle$  نشان داده می‌شود.  $T_0^k = T_1^k$  نشان دهنده الیاف مستقیم با جهت ثابت در کامپوزیت‌های لایه‌ای رایج است. باید اضافه کرد که تغییرات جهت الیاف ممکن است در امتداد جهت  $y$  نیز فرموله شود که در آن  $y$  جایگزین  $x$  در معادله ۷ می‌شود.

بر اساس نظریه کلاسیک صفحه<sup>۵</sup>، میدان جابه‌جایی صفحه را می‌توان به صورت تقریبی تخمین زد:

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = -z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) = -z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \end{cases} \quad (1)$$

که در آن  $w_0$  جابه‌جایی خارج از صفحه نسبت به صفحه میانی است. جابه‌جایی‌های درون صفحه نسبت به سطح میانی باتوجه به تغییر شکل‌های خمشی، کوچک فرض می‌شود. باتوجه به روابط کرنش-جابه‌جایی، کرنش‌ها در هر نقطه دلخواه روی صفحه را می‌توان به صورت رابطه ۲ تعریف کرد:

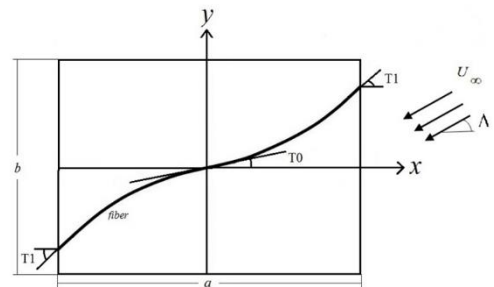
$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{cases} = z \{ \kappa \} = -z \begin{cases} w_{0,xx} \\ w_{0,yy} \\ 2w_{0,xy} \end{cases} \quad (2)$$

روابط تنش-کرنش برای یک لایه ارتوتروپیک در جهت‌های اصلی مواد تحت فرض تنش صفحه‌ای به شرح روابط ۲ و ۳ است.

$$\begin{cases} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \nu_{12}Q_{22} = \nu_{21}Q_{11} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (4)$$

زیرنویس‌های ۱ و ۲ به ترتیب به جهت الیاف و جهت



شکل ۱. شماتیک صفحه VSCL که در معرض جریان هوای جانبی

$$\Delta p = -\frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \cos \Lambda + \frac{\partial w}{\partial y} \sin \Lambda \right) + \frac{1}{U_\infty} \left( \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right) \frac{\partial w}{\partial t} \quad (14)$$

که در آن  $U_\infty, M_\infty, A, \rho_\infty$  به ترتیب نشان دهنده سرعت جریان هوا، عدد ماخ، زاویه جریان و چگالی هوا هستند. پارامتر بی بعد فشار آیرودینامیکی به صورت زیر حاصل می شود:

$$\lambda = \frac{\rho_\infty U_\infty^2 a^3}{\beta D_0} \quad (15)$$

که در آن:

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1} \quad (16)$$

$$D_0 = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

علاوه بر این، در مورد اعداد ماخ بالاتر از واحد، یک ساده‌سازی می‌تواند به صورت زیر در نظر گرفته شود [۳۷]:

$$\left( \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \right)^2 \left( \frac{\mu}{\sqrt{M^2 - 1}} \right) \approx \frac{\mu}{M} \quad (17)$$

در رابطه ۱۷،  $\mu$  نسبت جرم پنل به شرح زیر است:

$$\mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho h} \quad (18)$$

روش ریلی-ریتز برای حل معادلات آیرولاستیک صفحه مستطیلی چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی-شکل تحت بارهای آیرودینامیکی جانبی استفاده می‌شود. با فرض حرکت زمانی هارمونیک (سینوسی)، میدان جابه‌جایی خارج از صفحه نسبت به صفحه وسط و سازگار با شرایط مرزی لبه صفحه (تکیه‌گاه ساده) را می‌توان به صورت زیر تخمین زد:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (19)$$

که در آن  $\omega$  فرکانس زمانی جابه‌جایی‌ها و  $M, N$  نشان‌دهنده تعداد جملات بکار رفته در راستای  $x, y$  جهت تخمین جابجایی است. فرض بر این است که هر چهار لبه صفحه دارای تکیه‌گاه ساده هستند.

نیروی درون صفحه ( $N$ ) و گشتاور خارج از صفحه ( $M$ ) معادل روی کل لایه‌ها از طریق انتگرال‌گیری تنش‌های هر لایه طبق رابطه ۵ روی کل لایه‌ها به دست می‌آید.

$$\begin{cases} \{N\} \\ \{M\} \end{cases} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{cases} \{0\} \\ \{\kappa\} \end{cases} \quad (8)$$

$A, B$  و  $D$  ماتریس‌های کشش، کوپل خمشی-کششی و سفتی خمشی هستند و به صورت رابطه ۹ محاسبه می‌شوند:

$$(A_{ij}(x), B_{ij}(x), D_{ij}(x)) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}(x) (1, z, z^2) dz \quad (9)$$

در مورد لایه‌های متقارن، ماتریس کوپل خمشی-کششی ( $B$ ) برابر با صفر است.

حل مسئله پایداری دینامیکی از طریق اصل کار مجازی بررسی می‌شود. انرژی کل صفحه با مؤلفه‌های انرژی جنبشی ( $T$ ) کار خارجی ( $W$ ) و کرنش داخلی ( $U$ ) تعریف می‌شود:

$$\Pi = U + T - W \quad (10)$$

انرژی کرنشی داخلی کل برای تمامی لایه‌ها به صورت رابطه ۱۱ به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ D_{11}(x) \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12}(x) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + D_{22}(x) \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{16}(x) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + 4D_{26}(x) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + 4D_{66}(x) \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] h dy dx \quad (11)$$

انرژی جنبشی لایه‌ها طبق رابطه ۱۲ و کار نیروهای خارجی طبق رابطه ۱۳ به دست می‌آید:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \rho \dot{w}^2 h dy dx \quad (12)$$

$$W = \int_0^a \int_0^b \Delta p w h dy dx \quad (13)$$

در اینجا  $\Delta p$  فشار ناشی از جریان مافوق صوت در سطح بالای صفحه است. فشار آیرودینامیکی را می‌توان با توجه به تئوری پیستون مرتبه اول [۳۶] که برای سرعت بالاتر از  $1/4$  ماخ معتبر است، تقریب زد. فشار آیرودینامیکی ناشی از جریان هوای جانبی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

جدول ۱: خواص مواد ارتوتروپیک

	$E_1 / E_2$	$G_{12} / E_2$	$\nu_{12}$
Material I	۲۴/۰۲	۰/۵۳	۰/۲۹
Material II	10	۰/۳۳	۰/۳

(B/E) می‌باشد.

به‌منظور ارزیابی اعتبار و دقت محاسبات، ارتعاش آزاد صفحه VSCL سه‌لایه با تکیه‌گاه ساده بررسی شده است. خواص مواد بر اساس ماده I در جدول ۱ استفاده شده است. هشت فرکانس طبیعی اول استخراج شده برای صفحه چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل در جدول ۲ ارائه شده است. زاویه الیاف متغیر در لایه چینی به صورت  $[<30,0>, <45,90>, <30,0>]$  در نظر گرفته شده است. نتایج از همگرایی خوبی برخوردار بوده و با پژوهش انجام شده توسط اخوان و ریبریو [۳۸] مقایسه گردیده است. نتایج جدول نشان می‌دهد در حالتی که تعداد جملات چند جمله‌ای برابر ۱۲ باشد بیشترین اختلاف، کمتر از ۱٪ می‌باشد.

کامپوزیت چهارلایه مربعی تحت جریان هوای طولی در نظر گرفته شده و پارامتر فشار آیرودینامیکی بحرانی بررسی گردیده است. صفحه چندلایه با سفتی ثابت با چیدمان تک جهته و متعامد ساخته شده از ماده II در نظر گرفته شده است. فشار آیرودینامیکی بحرانی برای زوایای چیدمان مختلف استخراج شده و در شکل ۲ نشان داده شده است. این نشان می‌دهد که نتایج حاضر مطابقت بسیار خوبی با نتایج محاسبه شده توسط ساویر [۴] دارد.

فلاتر صفحه VSCL متقارن چهارلایه با تکیه‌گاه‌های ساده مورد بررسی قرار گرفته است. اثرات تغییر در زاویه میانی ( $T_0$ ) و همچنین زاویه انتهایی الیاف ( $T_1$ ) بررسی شده است.

با جایگزینی معادلات ۱۱-۱۴ در معادله انرژی کل و با استفاده از اصل کمینه‌سازی انرژی و پارامترهای بی‌بعد، معادله حاکم بر فلاتر استخراج می‌شود. با استفاده از تقریب رابطه ۱۹، معادله حاکم به‌صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\left( \omega^2 [M] + \omega \sqrt{\lambda} \frac{\mu}{M_\infty} [C_a] + [K + \lambda K_a] \right) \{A\} = \{0\} \quad (۲۰)$$

که در آن  $M$ ،  $K$ ،  $C_a$  و  $K_a$  به ترتیب نشان‌دهنده ماتریس سفتی مربوط به انرژی کرنش داخلی، ماتریس جرم مربوط به انرژی جنبشی، ماتریس نیروی آیرودینامیکی و ماتریس میرایی آیرودینامیکی هستند. معادله حاکم ۲۰ یک مسئله مقدار ویژه است. در صورتی که  $\lambda=0$ ، مقادیر ویژه مثبت واقعی و  $\omega$  فرکانس‌های طبیعی سازه را نشان می‌دهد. درحالی‌که برای  $\lambda > 0$ ، مقادیر ویژه مختلط استخراج می‌شوند. با افزایش یکنواخت  $\lambda$  از صفر، دو عدد از مقادیر ویژه به یکدیگر نزدیک شده و به مزدوج‌های مختلط تبدیل می‌شوند. در این مطالعه،  $\lambda_{cr}$  به‌عنوان مقدار  $\lambda$  در نظر گرفته می‌شود که در آن این پدیده فلاتر رخ می‌دهد.

## نتایج

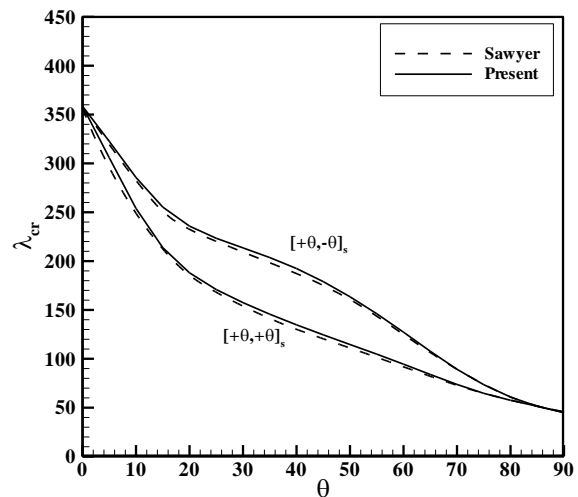
روش ریلی-ریتز برای بررسی رفتار آیروالاستیک صفحات مستطیلی چندلایه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی شکل استفاده شده است. تمام مدل‌های مورد مطالعه در این بخش، دارای هندسه‌های مسطح مستطیلی نازک با نسبت ضخامت  $0.01 (h/a)$  تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده هستند. پارامتر میرایی آیرودینامیکی جریان آزاد ( $\mu / M_\infty$ ) نیز ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. دو خواص ماده در جدول ۱ معرفی شده است که خواص مکانیکی بی‌بعد شده ماده اول مربوط به کامپوزیت گرافیت-اپوکسی (G/E) و ماده دوم برون-اپوکسی

جدول ۲: فرکانس‌های طبیعی (rad/s) صفحه مربعی VSCL با تکیه‌گاه ساده

	شماره مد							
	1	2	3	4	5	6	7	8
N=M=۲	320/391	567/239	1211/286	1464/712	-	-	-	-
N=M=۴	312/309	510/451	861/1019	1153/367	1350/452	1374/454	1780/026	2208/401
N=M=۶	310/774	507/555	851/9086	1144/623	1294/492	1328/831	1733/114	1782/238
N=M=۸	310/279	506/617	850/120	1142/645	1288/807	1323/856	1722/076	1771/475
N=M=۱۰	310/045	506/182	849/467	1141/810	1287/071	1321/686	1718/042	1767/547
N=M=۱۲	309/910	505/934	849/142	1141/366	1286/263	1320/495	1715/997	1765/509
Akhavan and Ribeiro [۳۸]	308/799	503/799	845/509	1131/31	1279/85	1307/40	1701/66	1758/95

الیاف در وسط طول ( $T_0$ ) از ۰ تا ۹۰ درجه تغییر می‌کند در حالی که زاویه جهت گیری الیاف انتهایی ( $T_1$ )، ۴۵ درجه ثابت است.

نتایج نشان می‌دهد که فرکانس‌های فلاتر بحرانی و همچنین فشارهای آیرودینامیکی بی‌بعد بحرانی با جهت جریان جانبی مرتبط هستند، به طوری که بیشترین فرکانس زمانی به دست می‌آید که جهت‌گیری الیاف در میانه یا ابتدا و انتهای صفحه به یک اندازه باشد ( $T_0=T_1$ ). به عبارت دیگر هرگاه زاویه جریان با زاویه الیاف هم‌راستا شود صفحه مقاومت بهتری در برابر فلاتر از خود نشان می‌دهد. در جدول ۳ هنگامی که زاویه جریان ۰ درجه است بیشترین سفتی در زاویه ۰ درجه برای زاویه الیاف در ابتدا و انتهای صفحه ( $T_1$ ) رخ می‌دهد. با افزایش زاویه جریان به ۳۰ درجه در ابتدا، صفحه با  $T_1=0^\circ$  مقاومت کمتری نشان داده و با افزایش زاویه الیاف در ابتدا و انتهای صفحه ( $T_1$ ) مقاومت صفحه در برابر فلاتر افزایش یافته و آستانه وقوع فلاتر و فرکانس بحرانی افزایش می‌یابد. با افزایش بیشتر جهت‌گیری الیاف انتهایی ( $T_1$ ) سفتی صفحه کمتر شده و مقادیر بحرانی فلاتر و فرکانس کاهش می‌یابد. شرایط شرح داده شده جهت وابستگی سفتی صفحه نسبت به جهت جریان و جهت‌گیری الیاف در خصوص زاویه الیاف در میان صفحه ( $T_0$ ) نیز صادق بوده و در جدول ۴ مشهود است. همچنین می‌توان با مقایسه اعداد جداول ۳ و ۴ متوجه شد که تغییر در زاویه الیاف در میان صفحه ( $T_0$ ) نسبت به همان تغییر در زاویه الیاف در ابتدا و انتهای صفحه ( $T_1$ ) اندکی در سفت شدن صفحه نسبت به فلاتر مؤثرتر است.

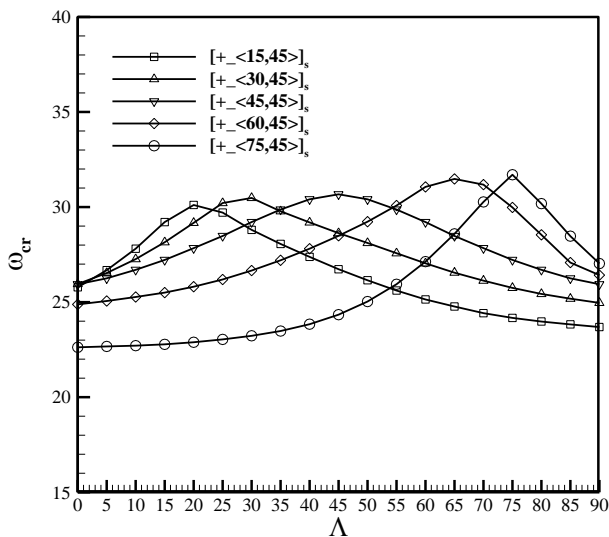


شکل ۲. پارامتر فشار آیرودینامیکی بحرانی برای کامپوزیت لایه‌ای متقارن با شرایط مرزی ساده در چهار گوشه (SSSS)

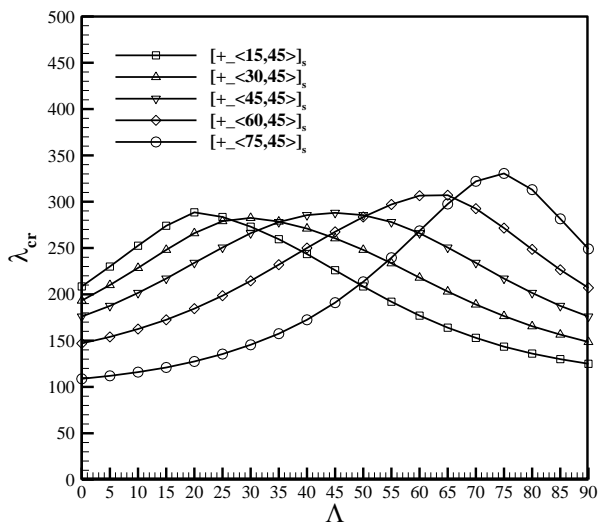
یک چیدمان متقارن جهت الیاف با زاویه متغیر که از ماده II ساخته شده است در نظر گرفته شد. زاویه جریان نیز نسبت به محور طولی صفحه از ۰ تا ۹۰ درجه تغییر می‌کند. جدول ۳ تغییرات فشار آیرودینامیکی بحرانی را با تغییرات در زاویه جهت‌گیری انتهایی الیاف ( $T_1$ ) و همچنین زاویه جانبی جریان نشان می‌دهد (زاویه جهت‌گیری الیاف در وسط صفحه ۴۵ درجه ( $T_0=45^\circ$ ) ثابت نگه داشته می‌شود و زاویه جهت‌گیری الیاف انتهایی ( $T_1$ ) از ۰ به ۹۰ درجه تغییر می‌کند). در جدول ۴ تغییرات فشار آیرودینامیکی بحرانی وقوع فلاتر نسبت به تغییرات زاویه جهت‌گیری الیاف در وسط ( $T_0$ ) برای جهت‌های جریان جانبی مختلف نشان داده شده است (زاویه جهت‌گیری

جدول ۴: ویژگی‌های فلاتر صفحه VSCL با تغییر جهت‌گیری الیاف در طول میانی در جهات مختلف جریان

$(T_1=45)$	$\Lambda = 0$		$\Lambda = 30$		$\Lambda = 60$		$\Lambda = 90$	
	$T_0$	$\lambda_{cr}$	$\omega_{cr}$	$\lambda_{cr}$	$\omega_{cr}$	$\lambda_{cr}$	$\omega_{cr}$	$\lambda_{cr}$
0	231/45	26/085	255/49	27/38	142/5	23/29	106/18	22/34
15	208/22	25/773	273/21	28/8	177/32	25/14	125/21	23/69
30	193/18	25/947	282/46	30/48	218/23	27/04	148/35	24/96
45	175/94	25/93	266/12	29/22	266/12	29/22	175/94	25/93
60	146/62	24/882	214/35	26/66	306/48	31/06	207/21	26/42
75	108/78	22/625	145/42	23/23	268/54	27/13	249/32	27/03
90	81/83	20/574	99/51	20/69	180/18	22/51	317/45	29/82



(الف)



(ب)

شکل ۳. اثرات زاویه انحراف جریان بر ویژگی های فلاتر صفحه VSCL با زوایای الیاف طول میانی متغیر (الف: فرکانس فلاتر بحرانی، ب: فشار آیرودینامیکی بحرانی)

۰ تا ۹۰ درجه ابتدا افزایشی و سپس کاهش می‌باشد. با افزایش ضریب منظری فشار آیرودینامیکی بحرانی در یک زاویه مشخص الیاف میانی افزایش می‌یابد. در ضرایب منظری بالاتر از یک بیشترین مقاومت صفحه کامپوزیتی سفتی متغیر در زاویه الیاف صفحه میانی بیشتر از ۳۰ درجه رخ داده و سپس کاهش می‌یابد. در شکل ۴ج مشاهده می‌شود همانند زوایای جریان قبلی، با افزایش نسبت منظری فشار آیرودینامیکی افزایش می‌یابد و تقریباً رفتار صفحه در نسبت منظری‌های کمتر و بیشتر از یک بر خلاف دو شکل قبل یکسان می‌باشد.

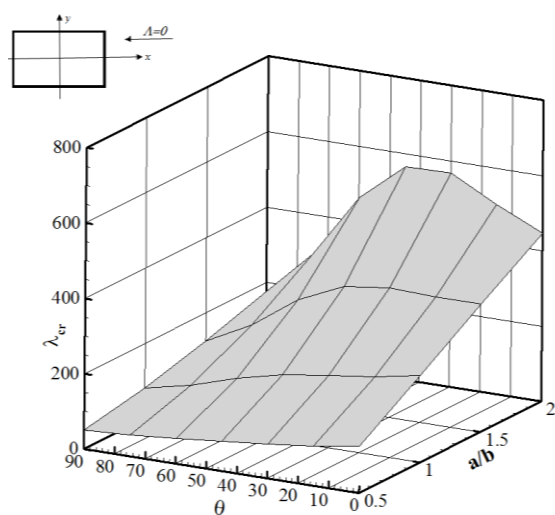
شکل ۳ تغییر رفتار فلاتر صفحه VSCL برای زوایای متغیر الیاف در میان صفحه  $(T_0)$  نسبت به زاویه‌های مختلف جریان جانبی نشان می‌دهد. نمودارها نشان می‌دهند که ماکزیمم فرکانس بحرانی فلاتر و همچنین فشار آیرودینامیکی بحرانی را می‌توان با افزایش زاویه الیاف در زوایای جریان جانبی بالاتر به دست آورد. همچنین برای یک صفحه مشخص بیشترین فرکانس بحرانی زمانی رخ می‌دهد که زاویه الیاف طول میانی با زاویه جریان تقریباً هم‌راستا گردد. در این وضعیت درصد بیشتری از طول الیاف با جهت جریان هم‌راستا شده و سبب افزایش سفتی نسبت به بار اعمالی خواهد گردید. به عنوان مثال در زاویه جریان ۷۵ درجه بیشترین فرکانس و فشار بحرانی فلاتر توسط صفحه با چیدمان  $[\pm\langle 75,45 \rangle]_s$  فراهم می‌گردد.

صفحه مستطیلی چهارلایه VSCL متقارن ساخته شده از ماده II که در معرض جریان درون صفحه قرار گرفته است و اثرات هم‌زمان زاویه جریان، چیدمان و نسبت‌های ابعاد صفحه بر ویژگی‌های فلاتر بررسی شد. چیدمان  $[\pm\langle \theta,45 \rangle]_s$  در نظر گرفته می‌شود که در آن زاویه الیاف طول میانی از ۰ به ۹۰ درجه تغییر می‌کند. زوایای انحراف جریان هوا از ۰، ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه با توجه به جهت طولی با تغییر نسبت صفحه  $(a/b)$  از ۰/۵ به ۲ انجام می‌شود. تصاویر در شکل ۴ سطوح پاسخ پنل VSCL را تحت شرایط جریان و هندسه متغیر نشان می‌دهد.

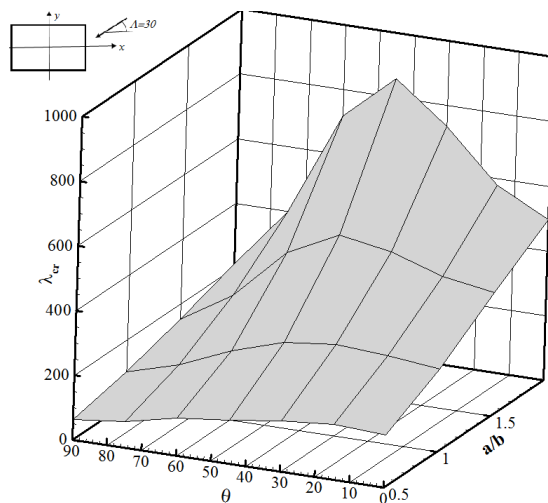
باتوجه به شکل ۴ الف و نحوه چیدمان الیاف و زاویه جریان، بیشترین سفتی صفحه در نسبت منظری کمتر از ۱ زمانی اتفاق می‌افتد که زاویه الیاف در طول میانی ۰ درجه باشد. با افزایش زاویه الیاف میانی مقاومت صفحه و بالطبع سفتی آن نسبت به جهت جریان اعمالی کاهش یافته و فشار آیرودینامیکی بحرانی کاهش می‌یابد. با افزایش ضریب منظری در یک زاویه مشخص الیاف طول میانی فشار آیرودینامیکی افزایش می‌یابد. با افزایش ضریب منظری صفحه، بیشترین فشار آیرودینامیکی بحرانی در جریان صفر درجه در لایه چینی با زاویه الیاف طول میانی صفر رخ نداده بلکه در زاویه الیاف میانی ۳۰ تا ۴۰ درجه رخ داده و با افزایش زاویه الیاف سفتی صفحه کاهش می‌یابد. با توجه به شکل ۴ ب در جریان جانبی با زاویه ۳۰ درجه، صفحات با نسبت منظری کمتر از یک زمانی بیشترین سفتی را دارند که زاویه الیاف در میان صفحه در حدود ۳۰ درجه باشد از این رو نمودار با افزایش زاویه الیاف از

در یک نسبت منظری ثابت، بیشترین مقاومت صفحه در زاویه ۶۰ درجه رخ می‌دهد لذا با افزایش زاویه الیاف میانی از ۰ تا ۹۰ درجه، نمودار ابتدا روند افزایشی و سپس کاهش‌ی دارد. در شکل ۴د نیز همانند شکل ۴ج، با افزایش ضریب منظری و زاویه الیاف میانی فشار آیرودینامیکی افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج استخراج شده از شکل ۴، هر چه نسبت منظری صفحه بیشتر باشد ( $a/b$  از ۰/۵ به سمت ۲ حرکت می‌کند)، فشار آیرودینامیکی آستانه وقوع فلاتر افزایش می‌یابد. می‌توان اشاره کرد که در این مطالعه موردی، چیدمان پنل  $[±(90,45)]_s$  بدترین عملکرد فلاتر را نشان می‌دهد. اما در زاویه جریان ۹۰ درجه مؤثرترین نقطه طراحی را فراهم می‌کند. اثرات ارتوتروپی مواد بر ویژگی‌های فلاتر صفحه VSCL مربعی با تکیه‌گاه ساده تحت زوایای مختلف جریان هوا

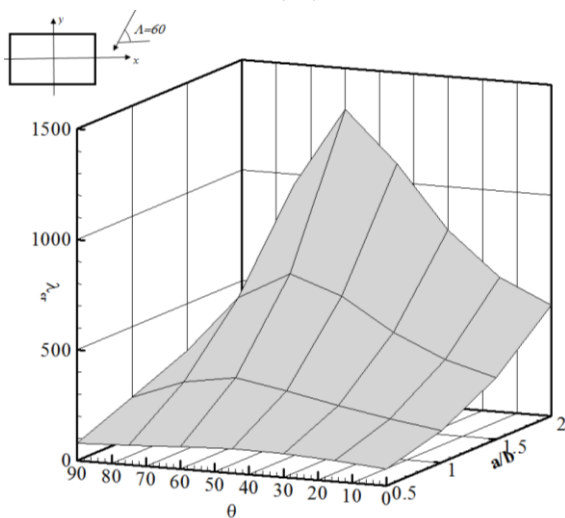
مافوق صوت مورد مطالعه قرار گرفت. یک جهت‌گیری لایه چینی الیاف متغیر  $[±(30,45)]_s$  با خواص ماده II، همراه با نسبت‌های ارتوتروپی مختلف ( $E_1/E_2$ ) شامل ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ و زاویه جریان جانبی نیز از ۰ تا ۹۰ درجه در نظر گرفته شده است. نتایج ضریب فشار آیرودینامیکی آستانه وقوع فلاتر در شکل ۵ با توجه به نسبت‌های ارتوتروپی مختلف برای تغییر زاویه جریان استخراج و نشان داده شده است. با توجه به نتایج استخراج شده، مواد با نسبت ارتوتروپیک پایین‌تر رفتار بهتری را از خود نشان می‌دهند. همچنین قابل توجه است که روند افزایشی-کاهش‌ی برای فشار آیرودینامیکی آستانه وقوع فلاتر با افزایش زاویه جریان جانبی مشاهده می‌شود که بالاترین فشار آیرودینامیکی بحرانی وقوع فلاتر در زاویه جریان جانبی با زاویه ۳۰ درجه به دست می‌آید.



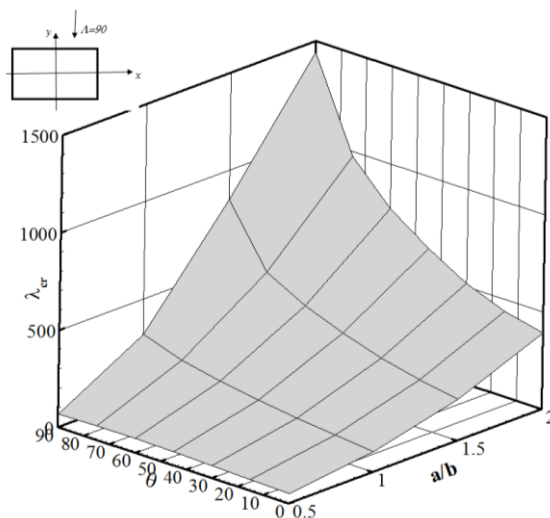
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۴. اثرات صفحه VSCL با تکیه‌گاه ساده و نسبت ابعاد بر ضریب فشار آیرودینامیکی بحرانی

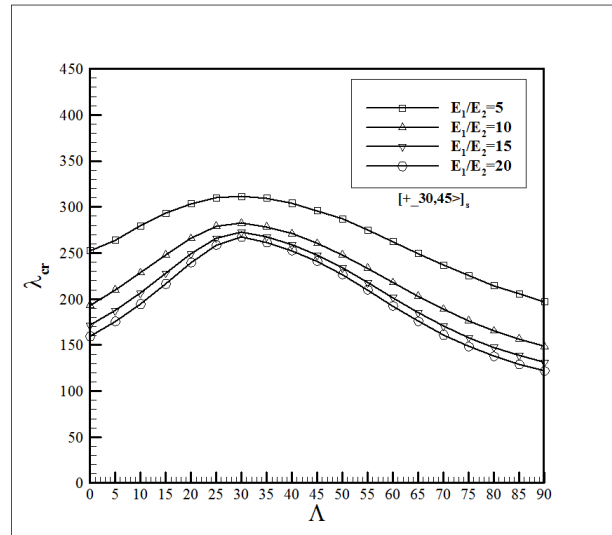
می‌کند. علاوه بر این، رفتار بهتر فلاتر از مواد با خواص ارتوتروپیک کمتر انتظار می‌رود.

### پی‌نوشت‌ها

- ۱ Variable stiffness composite laminate (VSCL)
- ۲ Generalized differential quadrature method
- ۳ Constant stiffness composite laminate (CSCL)
- ۴ Hydrothermal environment
- ۵ Classical plate theory (CPT)

### منابع

- [1] A. A. Perlmutter, "On the aeroelastic stability of orthotropic panels in supersonic flow," *J. Aerosp. Sci.*, vol. 29, no. 11, pp. 1332–1338, 1962.
- [2] H. L. Bohon, "Flutter of flat rectangular orthotropic panels with biaxial loading and arbitrary flow direction." *National Aeronautics and Space Administration*, 1963.
- [3] J. M. Calligeros and J. Dugundji, "Supersonic flutter of rectangular orthotropic panels with arbitrary orientation of orthotropicity," *Massachusetts Inst Of Tech Cambridge Aeroelastic And Structures Research Lab*, 1963.
- [4] J. W. Sawyer, "Flutter and buckling of general laminated plates," *J. Aircr.*, vol. 14, no. 4, pp. 387–393, 1977.
- [5] J. F. Abbas, R. A. Ibrahim, and R. F. Gibson, "Nonlinear flutter of orthotropic composite panel under aerodynamic heating," *AIAA J.*, vol. 31, no. 8, pp. 1478–1488, 1993.
- [6] K. Abdel-Motaglay, R. Chen, and C. Mei, "Nonlinear flutter of composite panels under yawed supersonic flow using finite elements," *AIAA J.*, vol. 37, no. 9, pp. 1025–1032, 1999.
- [7] M. K. Singha and M. Ganapathi, "A parametric study on supersonic flutter behavior of laminated composite skew flat panels," *Compos. Struct.*, vol. 69, no. 1, pp. 55–63, 2005.
- [8] M. A. Kouchakzadeh, M. Rasekh, and H. Haddadpour, "Panel flutter analysis of general laminated composite plates," *Compos. Struct.*, vol. 92, no. 12, pp. 2906–2915, 2010.
- [9] W. Xia and Q. Ni, "Parametric study on



شکل ۵. اثرات زاویه جریان بر ضریب فشار آیرودینامیکی بحرانی صفحه VSCL با تکیه گاه ساده برای نسبت‌های مختلف ارتوتروپیی مواد

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش رفتار فلاتر صفحه کامپوزیتی سفتی متغیر با الیاف منحنی‌شکل با استفاده از تقریب ریلی-ریتر و به دنبال آن حل مقادیر ویژه انجام شده است. صفحه کامپوزیتی با شرایط مرزی کاملاً ساده در نظر گرفته شده و بارگذاری آیرودینامیکی بر اساس نظریه پیستون مرتبه اول تقریب زده شد. ترکیب روابط حاکم بر صفحه حاضر برای ارائه نتایج همگرا و دقیق در هر دو تحلیل فلاتر و محاسبات VSCL تأیید گردید. مطالعات پارامتریک بر روی اثرات تغییر زاویه الیاف، جهت جریان جانبی، نسبت منظری صفحه و ارتوتروپیی مواد بر روی فرکانس و فشار آیرودینامیکی بحرانی بررسی شد. نتایج نشان می‌دهد که فرکانس‌های فلاتر بحرانی و همچنین فشار آیرودینامیکی بی بعد بحرانی آستانه وقوع فلاتر اساساً به جهت زاویه جریان وابسته هستند، به طوری که بیشترین فرکانس زمانی به دست می‌آید که زاویه الیاف در طول میانی یا ابتدایی با جهت جریان جانبی یکسان باشد. همچنین مشخص شد که با افزایش نسبت منظری صفحه از ۰/۵ به ۲ نقطه فلاتر نسبت به ضرایب فشار آیرودینامیکی بحرانی افزایش می‌یابد. بیشترین فشار آیرودینامیکی آستانه وقوع فلاتر زمانی مشاهده می‌شود که زاویه جریان جانبی با زاویه الیاف در میان صفحه  $(T_0)$  هم-راستا شود. بنابراین، با افزایش زاویه جریان جانبی، نقطه آستانه وقوع فلاتر به سمت زوایای الیاف میانی  $(T_0)$  بالاتر حرکت

- arbitrary curvilinear fiber shape paths,” *J. Sound Vib.*, vol. 331, no. 1, pp. 180–191, 2012.
- [20] S.-Y. Kuo, “Aerothermoelastic analysis of composite laminates with variable fiber spacing,” *Comput. Mater. Sci.*, vol. 91, pp. 83–90, 2014.
- [21] S.-Y. Kuo, “Flutter of thermally buckled angle-ply laminates with variable fiber spacing,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 95, pp. 240–251, 2016.
- [22] F. Tornabene, N. Fantuzzi, M. Bacciocchi, and E. Viola, “Higher-order theories for the free vibrations of doubly-curved laminated panels with curvilinear reinforcing fibers by means of a local version of the GDQ method,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 81, pp. 196–230, 2015.
- [23] J. Fazilati, “Stability analysis of variable stiffness composite laminated plates with delamination using spline-FSM,” *Lat. Am. J. Solids Struct.*, vol. 14, pp. 528–543, 2017.
- [24] V. Khalafi and J. Fazilati, “Supersonic panel flutter of variable stiffness composite laminated skew panels subjected to yawed flow by using NURBS-based isogeometric approach,” *J. Fluids Struct.*, vol. 82, pp. 198–214, 2018.
- [25] J. Fazilati and V. Khalafi, “Aeroelastic panel flutter optimization of tow-steered variable stiffness composite laminated plates using isogeometric analysis,” *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 38, no. 19–20, pp. 885–895, 2019.
- [26] M. Rasool and M. K. Singha, “Aeroelastic analysis of pre-stressed variable stiffness composite panels,” *J. Vib. Control*, vol. 26, no. 9–10, pp. 724–734, 2020.
- [27] M. Rahmanian, T. Farsadi, and H. Kurtaran, “Nonlinear flutter of tapered and skewed cantilevered plates with curvilinear fiber paths,” *J. Sound Vib.*, vol. 500, p. 116021, 2021.
- [28] X. Ouyang and Y. Liu, “Flutter of variable stiffness composite laminates in supersonic flow with temperature effects,” *J. Compos. Mater.*, vol. 55, no. 23, pp. 3253–3266, 2021.
- [29] X. Chen and G. Nie, “Nonlinear thermal flutter analysis of variable angle tow composite curved panels in supersonic airflow,” *Compos. Struct.*, vol. 277, p. supersonic flutter of angle-ply laminated plates using shear deformable finite element method,” *Acta Mech. Sin.*, vol. 27, no. 5, p. 749, 2011.
- [10] Y. Niu, Z. Wang, and W. Zhang, “Nonlinear thermal flutter analysis of supersonic composite laminated panels using differential quadrature method,” *Int. J. Struct. Stab. Dyn.*, vol. 14, no. 07, p. 1450030, 2014.
- [11] H. Shahverdi and V. Khalafi, “Bifurcation analysis of FG curved panels under simultaneous aerodynamic and thermal loads in hypersonic flow,” *Compos. Struct.*, vol. 146, pp. 84–94, 2016.
- [12] S. Jamshidi, M. Dardel, and M. H. Pashaei, “Investigating the effects of ionic polymer metal composite patches on aeroelastic characteristics of a cantilever wing in supersonic flow,” *Sci. Iran.*, vol. 23, no. 2, pp. 575–587, 2016.
- [13] S. Shitov and V. Vedenev, “Flutter of rectangular simply supported plates at low supersonic speeds,” *J. Fluids Struct.*, vol. 69, pp. 154–173, 2017.
- [14] T. A. M. Guimarães, S. G. P. Castro, C. E. S. Cesnik, and D. A. Rade, “Supersonic flutter and buckling optimization of tow-steered composite plates,” *AIAA J.*, vol. 57, no. 1, pp. 397–407, 2019.
- [15] T. A. M. Guimarães, F. D. Marques, and A. J. M. Ferreira, “On the modeling of nonlinear supersonic flutter of multibay composite panels,” *Compos. Struct.*, vol. 232, p. 111522, 2020.
- [16] D. Q. Tsunematsu, M. V. Donadon, and V. L. Reis, “Explicit finite element method for nonlinear flutter analysis of composite panels,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 165, p. 107964, 2021.
- [17] M. W. Hyer and H. H. Lee, “The use of curvilinear fiber format to improve buckling resistance of composite plates with central circular holes,” *Compos. Struct.*, vol. 18, no. 3, pp. 239–261, 1991.
- [18] Z. Gurdal and R. Olmedo, “In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations-variable stiffness concept,” *AIAA J.*, vol. 31, no. 4, pp. 751–758, 1993.
- [19] S. Honda and Y. Narita, “Natural frequencies and vibration modes of laminated composite plates reinforced with

- [34] J. A. Moreira, F. Moleiro, A. L. Araújo, and A. Pagani, "Equivalent single layer and layerwise models for flutter and buckling analysis of supersonic variable stiffness laminated composite plates," *Thin-Walled Struct.*, vol. 191, p. 111012, 2023.
- [35] P. Mondal, J. P. Varun, and P. K. Mahato, "Open loop flutter control of optimally oriented smart variable stiffness plates under hygrothermal environment," *Eur. J. Mech.*, p. 105284, 2024.
- [36] E. H. Dowell, *Aeroelasticity of plates and shells*, vol. 1. Springer Science & Business Media, 1974.
- [37] K.-J. Sohn and J.-H. Kim, "Nonlinear thermal flutter of functionally graded panels under a supersonic flow," *Compos. Struct.*, vol. 88, no. 3, pp. 380–387, 2009.
- [38] H. Akhavan and P. Ribeiro, "Natural modes of vibration of variable stiffness composite laminates with curvilinear fibers," *Compos. Struct.*, vol. 93, no. 11, pp. 3040–3047, 2011.
- 114610, 2021.
- [30] N. Sharma, P. K. Swain, and D. K. Maiti, "Active flutter suppression of damaged variable stiffness laminated composite rectangular plate with piezoelectric patches," *Mech. Adv. Mater. Struct.*, pp. 1–21, 2022.
- [31] G. Manickam, V. Rajamohan, V. Gunasekaran, J. Pitchaimani, and H. Mohamed, "Nonlinear flutter of 2D variable stiffness curvilinear fibers composite laminates by a higher-order shear flexible beam theory with Poisson's effect," *Compos. Struct.*, vol. 301, p. 116220, 2022.
- [32] J. A. Moreira, F. Moleiro, A. L. Araújo, and A. Pagani, "Analytical modeling of panel flutter and active control in supersonic variable stiffness composite laminates," *Mech. Adv. Mater. Struct.*, pp. 1–15, 2022.
- [33] N. Sharma, S. Mohapatra, E. K. Kumar, and S. K. Panda, "Numerical aeroelastic flutter prediction of variable stiffness laminated panels with curvilinear fiber in supersonic flow," in *Structures*, Elsevier, 2023, p. 105198.