

# بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال حفره مربعی با وجود یک مانع گرم دایره ای

میثم محمودی<sup>\*</sup>، جابر میرزایی<sup>۲</sup>

۱- مربی دانشکده علوم پایه و فنی مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ولایت ایرانشهر

۲- استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۱۸)

## چکیده

در کار حاضر انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در یک حفره مربعی شکل بسته با وجود یک مانع دایره ای گرم، مورد بررسی قرار گرفته است. محل مانع دایره ای و دیواره ها ثابت است. معادلات حاکم به روش حجم محدود و با استفاده از الگوریتم سیمپل حل شده اند. هدف از انجام این کار بررسی اثر عدد رایلی و اضافه نمودن نانوذرات با در نظر گرفتن تغییر ابعاد مانع دایره ای در حفره و همچنین توام با در نظر گرفتن مدل های مختلف تقریب چگالی برای مدلسازی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در حفره می باشد. مهمترین نتایج حاصل نشان داد با افزایش ابعاد مانع دایره ای، عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات، انتقال حرارت در امتداد دیواره ها افزایش یافته اند. همچنین مهمترین نتایج حاصل نشان داد با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط در امتداد دیواره ها و مقادیر دما افزایش پیدا می کنند علاوه بر آن اثر در نظر گرفتن مدل های مختلف برای تقریب چگالی در مدلسازی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در حفره با مقایسه پارامترهای حرارتی نشان داد مدل تقریب بوزینسک جهت بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نتایج مطلوب تر و دقیق تری را ارائه می دهد.

واژه های کلیدی: جابجایی آزاد، حل عددی، حفره مربعی، نانوسیال، مانع دایره ای

## Study free convection heat transfer nanofluid square cavity with a circular hot barrier

### Abstract

In the present work, free convection heat transfer of nanofluid in a closed square cavity with a hot circular barrier has been investigated. The location of the circular obstacle and the walls are fixed. The governing equations are solved by finite volume method and using simple algorithm. The purpose of this work is to study the effect of Rayleigh number and adding nanoparticles, taking into account the change in the dimensions of the circular barrier in the cavity, as well as taking into account different density approximation models for modeling the heat transfer of the nanofluid in the cavity. The most important results showed that heat transfer along the walls increased with the increase in the dimensions of the circular barrier, the Rayleigh number and the volume fraction of nanoparticles. Also, the most important results showed that with the increase of the Rayleigh number, the average Nusselt number along the walls and the temperature values increase, in addition to the effect of considering different models for approximating the density in modeling of nanofluid free convection heat transfer in cavity by comparing the thermal parameters It showed that Bozinsk's approximation model provides more favorable and accurate results for investigating free convection heat transfer.

**Key words:** Free convection, numerical solution, square hole, nanofluid, circular obstacle

\* میثم محمودی، تلفن: ۰۹۳۷۶۹۱۰۶۹۷، پست الکترونیک: [M.mahmoudi@velayat.ac.ir](mailto:M.mahmoudi@velayat.ac.ir)

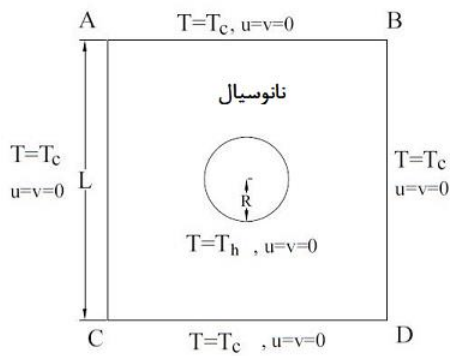
این مقاله تحت لایسنس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لایسنس از آدرس <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمایید.



## ۱-مقدمه

یکی از صورت های انتقال حرارت جابجایی، انتقال حرارت جابجایی آزاد است. انتقال حرارت جابجایی آزاد درون یک محفظه بسته به علت اهمیت آن در مسائل مختلف مهندسی جزو پراستنادترین مسایل مهندسان و محققان می باشد. جابجایی آزاد در یک حفره دارای مانع متقارن یا نامتقارن، مانع عایق یا گرم و با شکل ساده یا پیچیده، از جمله موضوعات حائز اهمیت در زمینه انتقال حرارت است. در واقع وجود مانع، تأثیر مستقیم بر روی جریان سیال، شدت و ساختار آن داشته و به علت اثر متقابل بین سیال و مرزهای حفره، در نرخ انتقال حرارت نیز مؤثر است [۱]. از جمله روشهای افزایش انتقال گرما در این حفره ها استفاده از المان ها و موانع می باشد [۲] که در تجهیزات الکترونیکی، کلکتورهای خورشیدی، سیستم های انرژی، تجهیزات فرآیندهای شیمیایی، راکتورهای هسته ای و غیره کاربرد دارد [۳-۸]. اهمیت انتقال حرارت جابجایی و کاربردهای زیادی که در صنایع مختلف دارد از یک سو و نیز هدایت حرارتی پایین سیالات خنک کننده از سوی دیگر، موجب استفاده از نسل جدیدی از سیالات به نام نانوسیالات در انتقال حرارت شده است. با روش های مختلف تجربی و عددی می توان جریان سیال و انتقال گرمای داخل در کانال ها و حفره ها را بررسی نمود [۹-۱۴]. با توجه به اهمیت موضوع مورد بررسی، در ادامه به مرور برخی از تحقیقات صورت گرفته در این زمینه می پردازیم. مطالعات بسیاری در این زمینه صورت گرفته که از جمله آن ها می توان به مطالعات مروری استراج [۱۵] اشاره نمود. مطالعات عددی نیز توسط فردریک [۱۶] در زمینه انتقال حرارت جابجایی آزاد داخل محفظه مایل گرم پر شده با هوا و با تیغه گرم نصب شده در وسط دیواره سرد آن انجام گرفته است. هوس و همکاران [۱۷] به صورت عددی تأثیر وجود مانع مرکزی داخل یک حفره مربعی در اعداد رایلی و پرانتل مختلف و به ازای اندازه های ابعادی متفاوت مانع را بررسی نمودند، در بررسی آنها مشخص شد که میزان نرخ انتقال حرارت با افزایش ابعاد مانع کاهش می یابد بررسی عددی مشابهی نیز توسط لی و ها [۱۸] داخل حفره پر شده از هوا حاوی مانع مرکزی انجام گرفت. باوه و همکاران [۱۹] به مطالعه عددی دو بعدی جابجایی آزاد در یک کانال مربعی گرم حاوی بلوک جامد عایق مرکزی پرداختند، آنها دریافتند که میزان نرخ انتقال حرارت با افزایش ابعاد مانع عایق افزایش یافته

و این افزایش تا زمان رسیدن به ماکزیمم مقدار خود ادامه می یابد. بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد داخل محفظه حاوی سیلندر گرم کج شده با استفاده از روش تفاضل محدود توسط دی و دالال [۲۰] انجام گرفت، بررسی آنها نشان داد که نسبت ابعادی محفظه بر روی نرخ انتقال حرارت و الگوی جریان تأثیر می گذارد. مطالعاتی تجربی نیز توسط باتلر و همکاران [۲۱] در زمینه مانع استوانه ای محصور شده داخل محفظه استوانه ای گرم انجام گرفت. جابجایی طبیعی داخل یک حفره مربعی با وجود مانع داغ در اعداد رایلی مختلف و موقعیتهای متفاوت مانع به صورت عددی توسط عبدالعلی و همکاران [۲۲] انجام گرفت، نتایج آنها بیانگر این مطلب بود که قرارگیری مانع در قسمت پایین حفره تأثیر بیشتری در افزایش نرخ انتقال حرارت دارد. مطالعات عددی مختلفی نیز در زمینه حفره ها توسط چمخواه [۲۳]، اسماعیل [۲۴]، ارمغانی [۲۵] و چمخواه [۲۶-۲۸] انجام گرفت. فریدون و همکاران [۲۹] جریان جابجایی آزاد حول استوانه داغ در محفظه مربعی پر شده از نانو سیال با تغییر در شعاع و موقعیت استوانه را بررسی نمودند. نتایج آنها حاکی از این بود که با افزایش میزان کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت و به تبع آن انتقال حرارت افزایش می یابد. عبدالوی و همکاران [۳۰] به بررسی عددی جابجایی آزاد مانع مثلثی داغ داخل یک محفظه با روش شبکه بولتزمن پرداخته و روابطی را جهت محاسبه عدد ناسلت ارائه نمودند. همچنین شیخ الاسلامی و همکاران [۳۱] به بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه استوانه ای حاوی مانع مثلثی پرداختند. مهدی شادان و همکارانش [۳۲] به بررسی عددی جابجایی آزاد یک استوانه گرم داخل یک محفظه مربعی پر شده با نانوسیال آب و اکسید مس پرداختند، بررسی آنها نشان داد که با افزایش عدد رایلی، مقدار ناسلت متوسط دیواره ها افزایش می یابد. شیخ الاسلامی و همکارانش در تحقیق دیگری [۳۳] جابجایی آزاد داخل یک محفظه بسته مربعی که یک استوانه داخل آن قرار گرفته بود را مورد مطالعه قرار دادند. که استوانه داخلی در دمای بالای  $T_h$  و دیواره های اطراف در دمای پایین  $T_c$  قرار دارند نتایج آنها نشان داد با افزایش عدد رایلی و نسبت ذرات نانو، ناسلت میانگین افزایش می یابد. همت و همکارانش [۳۴] اثر جابجایی آزاد یک استوانه واقع در داخل یک محفظه بسته مربعی با شرایط مرزی استوانه گرم و دیواره های بالا و پایین عایق و



شکل ۱- طرحی از هندسه مساله

### ۳- معادلات حاکم

در این بررسی تعادل حرارتی بین سیال پایه و نانوذرات برای نانو سیال در نظر گرفته می‌شود. با صرف نظر از تلفات حرارتی اصطکاکی تمامی خواص ترموفیزیکی، به جز چگالی که براساس تقریب بوزینسک مدل می‌شود ثابت در نظر گرفته شده اند. معادلات بدون بعد حاکم برای جریان آرام و دائم دوبعدی داخل محفظه عبارتند از:

معادلات حاکم برای جریان:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنوم در راستای X:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (2)$$

معادله مومنوم در راستای Y:

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (3)$$

$$+ Ra_f Pr_f \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} T^*$$

معادله انرژی:

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (4)$$

در استخراج معادلات بدون بعد بالا از متغیرهای بی بعد

زیر استفاده شده است.

$$u^* = \frac{u}{u_0}, v^* = \frac{v}{u_0}, x^* = \frac{x}{H}, y^* = \frac{y}{H}, p^* = \frac{p}{p_0} \quad (5)$$

$$T^* = \frac{(T - T_c)}{T_h - T_c}$$

در معادلات بالا Ra عدد رایلی و Pr عدد پرائنتل می‌باشند

و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

دیواره چپ و راست سرد را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آنها نشان داد، که افزایش عدد رایلی و نانوذرات باعث افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. همچنین با افزایش شعاع سیلندر مقدار عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

همان گونه که ذکر شد، موانع تاثیرات به سزایی بر جریان سیال و نرخ انتقال حرارت به دلیل اهمیت کاربرد آنها در صنایع مختلف مکانیکی و الکترونیکی دارند. لذا بررسی این موانع در حفره ها، بررسی تاثیر مکان و ابعاد آنها جهت افزایش کاربردهای علمی و عمومی بسیار ضروری به نظر می‌رسد. مرور برخی از مقالات و تحقیقات صورت گرفته در زمینه انتقال حرارت جابجایی آزاد با وجود موانع و اجسام گرم نشان داد، مطالعات زیادی با شرایط مرزی مختلف حرارتی صورت گرفته است. با توجه به اهمیت موضوع و کاربردهای بیان شده کار حاضر تحت عنوان بررسی عددی جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد حفره مربعی حاوی مانع دایره ای شکل دما ثابت گرم، با هدف بهبود نرخ انتقال حرارت با فرض مدل های مختلف برای تقریب چگالی در مدلسازی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در حفره مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد.

### ۲- معرفی مسئله

هندسه ی در نظر گرفته شده برای مسئله ی حاضر در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مسئله حفره مربعی شکل دو بعدی دارای اضلاعی به طول L و یک مانع دایره ای شکل با سطح گرم و دمای ثابت به شعاع R می‌باشد. دیواره های عمودی (چپ و راست) و دیواره های افقی (بالا و پایین) دارای دمای ثابت سرد Tc می‌باشند. همچنین سطح مانع دایره ای دما ثابت در دمای گرم Th قرار دارد. داخل حفره با نانوسیال آب- مس فضای بین محفظه و مانع دایره ای دما ثابت پر شده است. هدف بررسی عددی جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال با قرارگیری یک مانع دایره ای دما ثابت گرم داخل محفظه و همچنین اثر تغییرات ابعاد مانع، عدد رایلی، کسر حجمی نانو ذرات و اثر در نظر گرفتن مدل های مختلف برای چگالی نانو سیال در مدل سازی انتقال حرارت جابجایی آزاد می‌باشد.

نانوسیال دارد. برای هدایت حرارتی مدل های تئوری مختلفی ارائه شده است که در آن اثر اندازه ذره، کسر حجمی ذره، وابستگی دما و خواص سیال پایه را با در نظر گرفتن حرکت براوانی نانوذرات در محدوده های دمایی مختلف در نظر گرفته می شود. در مدل مذکور با در نظر گرفتن کسر حجمی و خواص فیزیکی سیال پایه اثر دما نیز در نظر گرفته شده است خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات مس در جدول آورده شده است.

جدول ۱- نمایش خصوصیات فیزیکی سیال خالص آب و نانوذرات با

جنس مس		
خواص فیزیکی	آب خالص	نانوذرات مس
$\rho \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	997.1	8954
$\mu \left( \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right)$	$8.93 \times 10^{-4}$	-
$\theta \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)$	$8.95 \times 10^{-7}$	-
$c_p \left( \frac{\text{j}}{\text{kg} \cdot \text{k}} \right)$	4179	383
$\beta \left( \frac{1}{\text{k}} \right)$	$2.1 \times 10^{-4}$	$1.67 \times 10^{-5}$
$\kappa \left( \frac{\text{w}}{\text{m} \cdot \text{k}} \right)$	0.6	400

نرخ انتقال حرارت را با مقدار عدد ناسلت می توان بیان کرد. جهت بررسی تاثیر پارامترها بر رفتار حرارتی سیال، پس از هر تغییر در فرضیات مسئله عدد ناسلت را بررسی می کنیم. اعداد ناسلت بزرگتر بیانگر انتقال حرارت جابجایی موثرتر هستند. این پارامتر به صورت زیر تعریف می شود:

$$Nu = \frac{h_{nf} L}{k_f} \quad (20)$$

عدد ناسلت به دو صورت محلی و متوسط بیان می شود. برای محاسبه عدد ناسلت محلی نیاز به محاسبه شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابجایی داریم. از قوانین نیوتن و هدایت فوریه عدد ناسلت محلی محاسبه می گردد:

$$q_w = -k_f \nabla \cdot T \cdot n \quad (21)$$

ضریب انتقال حرارت جابجایی با استفاده از شار حرارتی از رابطه زیر بدست می آید:

$$h_{nf} = \frac{q_w}{(T_w - T_{ref})} \quad (22)$$

$$Ra_f = \frac{\beta_f g \Delta T H^3}{\theta_f \alpha_f} \quad (6)$$

$$Pr_f = \frac{\theta_f}{\alpha_f} \quad (7)$$

که در آنها  $L$  طول اضلاع حفره،  $T_H$  دمای مانع گرم دایره ای و  $T_C$  دمای اضلاع سردتر و به عنوان دمای مرجع،  $\alpha$  ضریب پخش حرارتی،  $\beta$  ضریب انبساط حجمی،  $\rho$  چگالی و  $\mu$  ویسکوزیته دینامیکی می باشد.

شرایط مرزی مسئله به صورت زیر است:

شرایط مرزی جریان برای دیواره های حفره و سطح مانع دایره ای:

$$u^* = 0, v^* = 0 \quad (8)$$

شرط مرزی حرارتی برای سطح اضلاع حفره:

$$T^* = 0 \quad (9)$$

شرط مرزی حرارتی برای سطح دیواره مانع دایره ای در داخل حفره:

$$T^* = 1 \quad (10)$$

#### ۴- محاسبه خواص نانوسیال

همانطور که در معادلات حاکم برمساله دیده می شود، برای حل معادلات نیاز به خواص ترموفیزیکی نانوسیال می باشد چگالی، ضریب انبساط حجمی، ظرفیت حرارتی و ضریب پخش حرارتی نانوسیال به کمک خواص سیال خالص و نانوذرات از روابط (۱۴) الی (۱۷) محاسبه و معادل می شوند [۳۲]:

$$\rho_{nf} = \rho_s + (1 - \phi)\rho_f \quad (14)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (15)$$

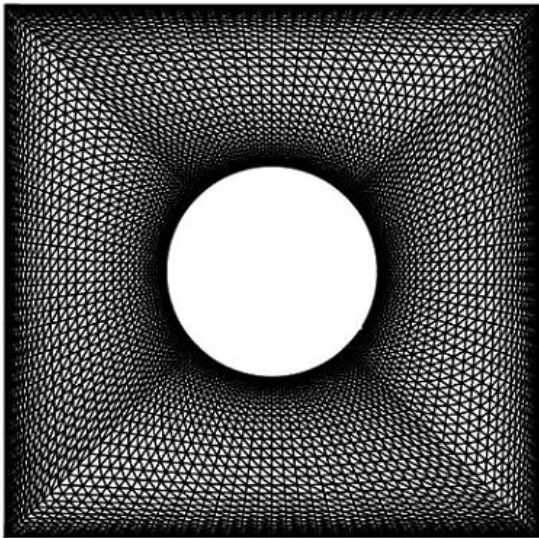
$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho \beta)_f + \phi(\rho \beta)_s \quad (16)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (17)$$

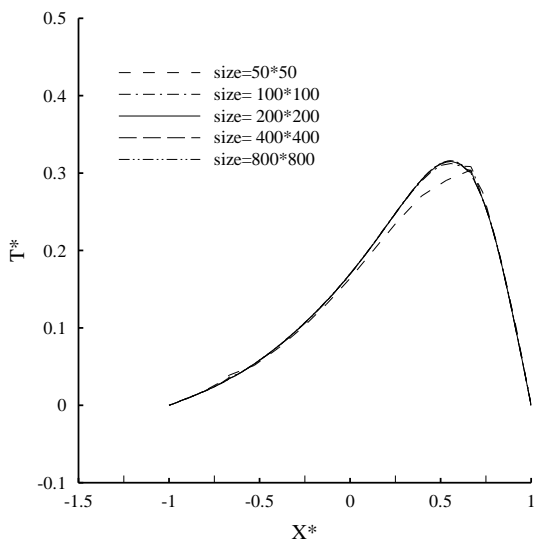
$$H_{nf} = \frac{H_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (18)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (19)$$

که در آنها  $\phi$  کسر حجمی نانوذرات  $c_p$  ظرفیت گرمایی می باشد، برای مدل کردن ویسکوزیته دینامیکی نانوسیال از رابطه بریکمن و برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال، مدل ماکسول استفاده شده است [۳۲]. برای همه روابط زیر نویس های  $f$ ،  $s$  و  $nf$  به ترتیب اشاره به سیال خالص پایه، نانوذرات و



شکل ۲- نمونه ای از شبکه تولید شده برای حفره مربعی حاوی مانع دایره ای گرم



شکل ۳- تغییرات دما بر حسب  $x^*$  در  $y^* = 0.66$  برای پنج شبکه بندی متفاوت در حفره

جدول ۲- مقادیر عدد ناسلت متوسط برای پنج شبکه بندی منتخب

تعداد گره	۵۰*۵۰	۱۰۰*۱۰۰	۲۰۰*۲۰۰	۴۰۰*۴۰۰	۸۰۰*۸۰۰
ناسلت متوسط	5.801	5.011	5.010	5.01	5.01

جهت بررسی صحت روش عددی بکار رفته در این پژوهش، یک محفظه از کار موکالد [۳۵] در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از کار حاضر با نتایج کار مرجع [۳۵] با هم مقایسه شده‌اند. در کار مرجع [۳۵] جابجایی آزاد با شرایط

رابطه‌ی ناسلت محلی در امتداد دیواره بصورت زیر بیان می‌شود:

$$Nu_s = -\frac{k_{nf} \partial T}{k_f \partial N} \quad (23)$$

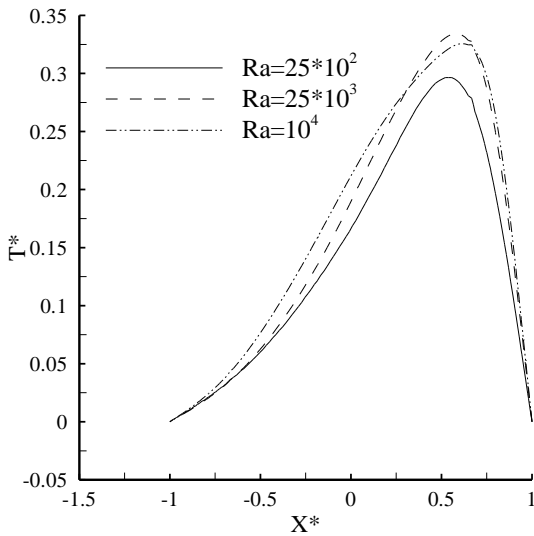
در روابط فوق  $T_w$  دمای دیواره،  $T_{ref}$  دمای مرجع،  $h$  ضریب انتقال حرارت جابجایی،  $q_w$  شار حرارتی محلی،  $L_{ref}$  طول مشخصه موثر محفظه  $N$  مولفه عمود بر سطح و  $s$  مولفه مماس بر سطح است و  $k$  ضریب انتقال حرارت هدایت است. ناسلت متوسط در امتداد دیواره از رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int_A \frac{h_{nf} L}{k_f} dA \quad (24)$$

## ۵- روش حل عددی

یک شبکه مناسب و تا حد امکان یکنواخت در دقت جواب ها و همچنین پایداری حل عددی اهمیت زیادی دارد. عموماً برای حصول جواب دقیق، شبکه را ریز می‌نمایند، از طرف دیگر برای کم کردن حجم محاسبات، شبکه بندی مورد استفاده نباید بیش از حد مورد نیاز ریز باشد. برای حصول مش اقتصادی و بررسی استقلال معادلات حاکم و شرایط مرزی با استفاده از روش عددی حجم محدود حل شده و برای کوپل سرعت و فشار الگوریتم SIMPLE استفاده شده است. برای حصول مش اقتصادی و بررسی استقلال شبکه برای پنج نوع شبکه مطابق نمونه شبکه شکل ۲ در درون یک حفره مربعی شکل دو بعدی به طول بی بعد  $L^* = 1$ ، شعاع بی بعد  $R^* = 0.1$  و دیواره های محفظه در دمای سرد ثابت  $T_c^* = 0$  و سطح مانع دایره ای در دمای گرم ثابت  $T_h^* = 1$  قرار دارد. برای بررسی میزان وابستگی نتایج به شبکه انتخاب شده، آزمون استقلال شبکه بر روی مدل نمونه با چندین شبکه مختلف برای سیال خالص آب برای عد رایلی  $10^5$  انجام شده است. شکل ۳ بررسی استقلال شبکه با تغییرات دما بی بعد  $T^*$  بر حسب  $x^*$  در امتداد خط عرضی  $y^* = 0.66$  و همچنین جدول ۲ مقادیر ناسلت متوسط در امتداد دیواره ها برای پنج شبکه مختلف حفره را نشان می‌دهند، مشاهده می‌شود در سه شبکه آخر خطای RMS کمتر از ۰/۱ درصد است. لذا شبکه  $200 \times 200$  به عنوان شبکه مناسب برای ادامه بررسی های عددی انتخاب شده است.

با افزایش عدد رایلی، اعداد ناسلت میانگین روی دیواره ها افزایش پیدا می کند. [۱۷-۱۸] همچنین مطابق با رابطه ناسلت متوسط وقتی شار حرارتی زیاد می شود، اختلاف دما زیاد می می گردد، که اثر کلی آن منجر به افزایش ناسلت متوسط کل دیواره های محفظه می گردد.



شکل ۳- نمایش پروفیل دمایی بی بعد طولی در امتداد خط  $x^*=0$ ,  $y^*=1$  در سه عدد رایلی مختلف

مرزی همه مانع در دمای ثابت گرم و همه سطح دیواره های حفره در دمای ثابت سرد. فرض شده اند و همچنین عدد ناسلت را به صورت  $Nu_{avg} \times \pi R$  محاسبه نموده است بنابراین برای مقایسه نتایج حاصل در عدد مورد نظر ضرب و در جدول ۲ گزارش داده شده است. جدول ۲ اعداد ناسلت متوسط در امتداد سطح دیواره ها در کار حاضر و کار مرجع [۳۵] را نشان می دهد. مشاهده می شود مقدار خطای نسبی، در نتایج بدست آمده بین کار حاضر و کار مرجع [۳۵] نشان می دهد توافق خوبی برقرار است. در مرحله دوم نتایج بدست آمده از کار حاضر با نتایج کار مرجع [۳۶] با هم مقایسه شده اند. جدول ۴ نتایج حاصل از کار عددی حاضر را با کار مرجع [۳۶] نشان می دهد، همان طور که در جدول مشاهده می شود تطابق بسیار خوبی بین نتایج ارائه شده وجود دارد.

جدول ۳- مقایسه عدد ناسلت متوسط با کار مرجع [۳۵]

Ra	Nu		خطای نسبی %
	کار حاضر	مرجع [۳۵]	
$10^4$	3.28	3.33	1.5
$10^5$	5.00	5.02	0.4
$10^6$	8.98	9.01	0.3

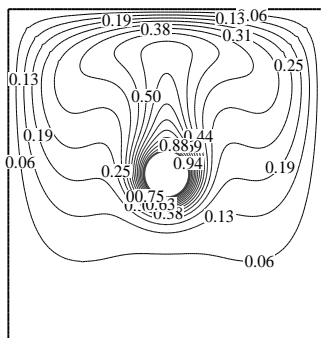
جدول ۴- مقایسه عدد ناسلت متوسط با کار مرجع [۳۶]

Ra	Nu		خطای نسبی %
	کار حاضر	مرجع [۳۶]	
$10^4$	3.28	3.41	0.7
$10^5$	5.00	5.13	0.2
$10^6$	8.98	9.39	0.4

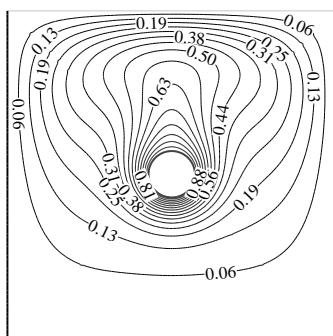
## ۶- نتایج و بحث

برای بررسی اثر عدد بی بعد رایلی، یک حفره مربعی شکل به طول بی بعد  $L^* = 1$ ، شعاع بی بعد  $R^* = 0.1$  و دیواره های محفظه در دمای سرد ثابت  $T_c^* = 0$  و دمای سطح مانع دایره ای در حفره در دمای گرم ثابت  $T_h^* = 1$ ، در نظر گرفته شده است. بررسی ها در سه عدد رایلی مختلف انجام گرفته است. شکل ۴ و ۵ به ترتیب تغییرات عدد رایلی بر پروفیل دما و کانتورهای دما را در سه عدد رایلی مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود با افزایش عدد رایلی، دما افزایش می یابد. جدول ۵ تغییرات عدد رایلی بر عدد ناسلت متوسط محفظه را در سه عدد رایلی مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که

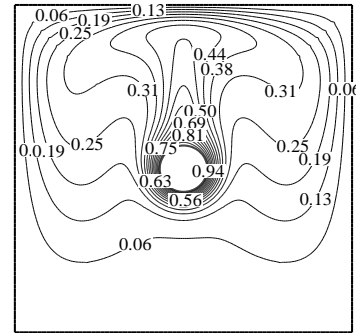
(الف)



(ب)



برای بررسی تغییرات ابعاد مانع دایره ای گرم در حفره بر انتقال حرارت جابجایی آزاد حفره برای سه شعاع متفاوت ( کسرحجمی ثابت و عدد رایلی ثابت  $Ra = 10^3$  در نظر گرفته شده را مورد ارزیابی قرار می دهیم. شکل ۶ اثر تغییرات ابعاد چشمه حرارتی (دما ثابت) بر کانتورهای دما و همچنین جدول ۷ مقادیر ناسلت روی دیواره های حفره با شعاع مختلف مانع دایره ای دما ثابت رانشان می دهد. مشاهده می شود که مقادیر کانتور های دما و مقادیر ناسلت متوسط در امتداد دیواره های حفره با افزایش شعاع مانع دایره ای دما ثابت گرم، زیاد می شوند. هر چه شعاع مانع دایره ای بیشتر شده، سیال در تماس با سطح بیشتری قرار می گیرد. که در نتیجه سیال بیشتری می تواند حرارت دریافت کند و این امر بر انتقال حرارت جابجایی تاثیر مثبتی دارد. لذا یکی از فاکتورهای بسیار تاثیر گذار در میزان انتقال حرارت در حفره ها با مانع دایره ای، تغییر در ابعاد مانع است که به واسطه آن می توان نرخ انتقال حرارت را کاهش یا افزایش داد.



(ج)

شکل ۵- نمایش کانتورهای دمای بی بعد در محفظه برای اعداد رایلی مختلف (الف)  $Ra=10^4$ ، (ب)  $Ra=25 \times 10^2$  و (ج)  $Ra=25 \times 10^3$

جدول ۵- نمایش عدد ناسلت روی کل دیواره های محفظه در رایلی های مختلف

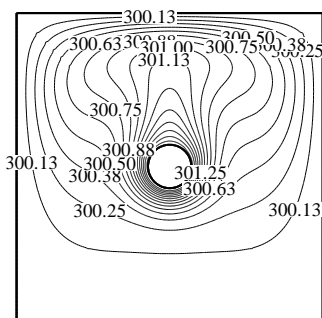
عدد رایلی (Ra)	ناسلت میانگین دیواره های حفره
$25 \times 10^2$	2.83
$10^4$	3.92
$25 \times 10^3$	3.05

همچنین جدول ۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط با نسبت نانوذرات در اعداد رایلی مختلف را نشان می دهد. مشاهده می شود با افزایش کسرحجمی نانو ذرات مقادیر ناسلت متوسط در امتداد دیواره های حفره در تمام اعداد رایلی افزایش می یابد، با افزایش کسرحجمی نانوذرات و اعداد رایلی نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد [۳۷]. میزان ضریب هدایت حرارتی نانوذرات از سیال پایه به مراتب بیشتر می باشد که این باعث افزایش میزان انتقال حرارت در نانوسیالات نسبت به سیالات خالص می گردد.

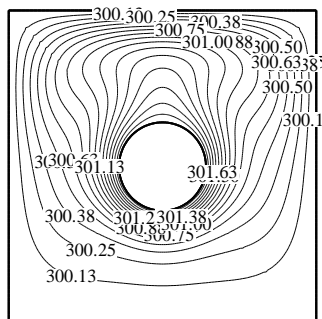
جدول ۶- مقایسه عدد ناسلت متوسط با نسبت نانوذرات در اعداد رایلی مختلف

Ra	$\phi$	Nu
$10^4$	0	3.92
	0.1	4.27
	0.2	4.38
	0.3	4.45
$10^5$	0	6.82
	0.1	7.23
	0.2	7.25
	0.3	7.35
$10^6$	0	12.42
	0.1	13.22
	0.2	13.42
	0.3	13.63

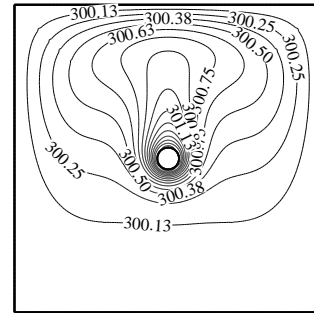
(الف)



(ب)

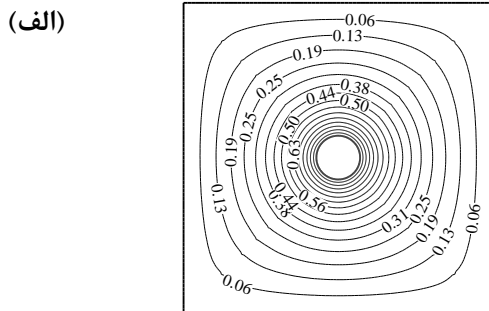


مقادیر واقعی تر و تقریب دقیق تری می باشد و برای مدل سازی انتقال حرارت جابجایی آزاد مدل بوزینسک نتایج مطلوبی را می توان استخراج نمود.

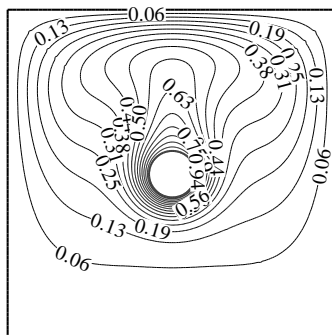


(ج)

شکل ۶- نمایش کانتورهای دما با مانع دایره ای دما ثابت گرم به شعاع های مختلف (الف)  $R^*=0.1$ ، (ب)  $R^*=0.2$  و (ج)  $R^*=0.05$



(الف)



(ب)

شکل ۷- نمایش کانتور دمای بی بعد در دو مدل شبیه سازی با در نظر گرفتن مدل های مختلف برای تقریب چگالی نانو سیال (الف) مدل تقریب خطی و (ب) مدل بوزینسک

جدول ۸- نمایش عدد ناسلت روی دیواره های محفظه با چگالی های مختلف

ناسلت میانگین دیواره های حفره	تقریب برای مدل سازی چگالی نانوسیال ( $\rho$ )
3.05	فرض مدل بوزینسک
1.05	فرض مدل خطی

### ۷- نتیجه گیری

نتایج حاصل از اثر افزایش ابعاد مانع گرم دایره ای دما ثابت و اعداد رایلی مختلف بر مقادیر کانتور های دما و شارهای حرارتی دیواره های حفره نشان داد با افزایش ابعاد مانع دایره ای گرم دما ثابت و اعداد رایلی در داخل حفره مقادیر کانتور های دما، و مقادیر ناسلت متوسط در امتداد دیواره های حفره به عنوان نرخ انتقال حرارت افزایش پیدا کرده است. زمانی که سیال در معرض دیواره ای گرم مانع دایره ای قرار می گیرد، سطح مانع دایره ای دما ثابت بیشتر و سیال در تماس با سطح

جدول ۷- نمایش مقادیر ناسلت روی دیواره های حفره با شعاع مختلف مانع دایره ای دما ثابت

ناسلت میانگین دیواره های حفره	ابعاد چشمه حرارتی ( $R^*$ )
3.38	0.05
4.64	0.1
5.84	0.2

جهت بررسی و مطالعه اثر در نظر گرفتن مدل های مختلف برای تقریب چگالی در شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال، یک حفره مربعی شکل دو بعدی به طول بی بعد  $L^*=1$  و مانع در حفره با شعاع بی بعد  $R^*=0.5$  در نظر گرفته شده است. و دیواره های حفره در دمای سرد ثابت  $Tc^*=0$  و سطح مانع دایره ای دما ثابت در دمای گرم ثابت  $Th^*=1$  قرار دارد و همچنین عدد رایلی  $Ra=5 \times 10^3$  می باشد. بررسی ها با در نظر گرفتن دو مدل مختلف برای تقریب چگالی نانو سیال برای شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی آزاد حفره (مدل تقریب خطی و مدل بوزینسک) ارائه شده است. شکل ۷ اثر در نظر گرفتن دو مدل مختلف برای تقریب و معادل سازی چگالی نانوسیال بر ای نمایش مقادیر کانتورهای دما را نشان می دهد. مشاهده می شود برای حالت های مدل خطی برای چگالی نانو سیال نسبت به فرض مدل بوزینسک در مدل سازی انتقال حرارت جابجایی آزاد، پارامترهای حرارتی حساسیت کمتری دارند و فرض تقریب مدل بوزینسک نتایج دقیق تری را ارائه می نماید. همچنین جدول ۸ اثر در نظر گرفتن مدل های مختلف را برای تقریب چگالی سیال برای محاسبه عدد ناسلت متوسط دیواره های محفظه را برای دو مدل مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که فرض مدل بوزینسک، نسبت به مدل خطی در محاسبه ناسلت میانگین در امتداد دیواره های حفره

- [4]. Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R. L., and Sammakia, B., "Buoyancy induced flows and transport" Hemisphere, 1988.
- [5]. Ostrach, S., "Natural Convection in Enclosures", ASME J Heat Trans, Volume 110, pp. 1175-1190, 1988.
- [6]. Bhavnani, S., Bergles, A., "Natural convection heat transfer from sinusoidal wavy surfaces", Wärme- und Stoffübertragung, Volume 26, pp. 341-349, 1991
- [7]. Ruhul Amin, M., "Natural convection heat transfer in enclosures fitted with a periodic array of hot roughness elements at the bottom", International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 36, pp. 755-763, 1993.
- [8]. Bejan, A., "Convection Heat Transfer. Second ed, Wiley & Sons, 1995.
- [9]. Kayhani, M. M., Mohebbi, R., "Numerical Investigation of Fluid Flow and Heat Transfer on the Porous Media Between Two Parallel Plates Using the Lattice Boltzmann Method", Aerospace Mechanics Journal, Volume 9, pp. 63-76, 2013.
- [10]. Nazari, M., Kayhani, M.H., Mohebbi, R., "Heat transfer enhancement in a channel partially filled with a porous block: lattice Boltzmann method". International Journal of Modern Physics C, Volume 24, 1350060, 2013.
- [11]. Nazari, M., Kayhani, M.H., Mohebbi, R., "Numerical Investigation of Heat Transfer of Non-Newtonian Fluid in a Porous Medium", Journal of Solid and Fluid Mechanics, Volume 3, pp. 105-119, 2013.
- [12]. Mohebbi, R., Nazari, M., Kayhani, M.H., "Power-law fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in porous square cylinder: Lattice Boltzmann simulation", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Volume 204, pp. 38-49, 2014.
- [13]. Mohebbi, R., Nazari, M., Kayhani, M.H., "Comparative study of forced convection of a power-law fluid in a channel with a built-in square cylinder, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, Volume 57, 2016.
- [14]. Heidari, H., Mohebbi, R., Safarzade, A., "Parameter estimation in fractional convection-diffusion equation",

بیشتری قرار می گیرد. در نتیجه سیال حرارت بیشتری دریافت کرده و گرم می شود، این امر منجر به گرادیان و تغییرات چگالی بیشتری با دما می شود. تغییرات چگالی موجب سبک شدن سیال می شود که این تغییرات وزن، موجب حرکت سیال شده به گونه ای که سیال سبک تر به سمت بالا و سیال سنگین به سمت پایین حرکت می کند. سیال سنگین که همان هوای سرد می باشد، از کنار دیواره های سرد پایین آمده و بنابراین این امر منجر به سهولت انتقال حرارت جابجایی آزاد سیال می گردد. با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانو ذرات، عدد ناسلت متوسط در امتداد دیواره های حفره افزایش یافتند که این امر منجر به سهولت فرآیند انتقال حرارت جابجایی آزاد گردید. با عنایت به موارد فوق می توان دریافت یکی از فاکتورهای بسیار تاثیر گذار در میزان انتقال حرارت در حفره ها با مانع دایره ای، تغییر در ابعاد مانع است که به واسطه آن می توان نرخ انتقال حرارت را کاهش یا افزایش داد. همچنین بررسی برای مدلسازی با در نظر گرفتن اثر دو مدل مختلف برای چگالی نانو سیال برای تخمین پارامترها مانند کانتورهای دما و مقادیر عدد ناسلت دیواره های حفره نشان داد در نظر گرفتن فرض مدل بوزینسک برای تقریب چگالی، جهت بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانو سیال نتایج مطلوب تری و دقیق تری را ارائه می دهد.

#### منابع و مراجع

- [1]. Izadi, M., Mohebbi, R., Karimi, D., Sheremet, M.A., "Numerical simulation of natural convection heat transfer inside a shaped cavity filled by a MWCNT-Fe3O4 /water hybrid nanofluids using LBM", Chemical Engineering & Processing Process Intensification, Volume 125, pp. 56-66, 2018.
- [2]. Shishkina, O., Wagner, C., "Modelling the influence of wall roughness on heat transfer in thermal convection", Journal of fluid Mechanic, Volume 686, pp. 568-582, 2011.
- [3]. de Vahl Davis, G., "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution", International Journal of Numerical Methods of Fluids, Volume 3, pp. 249-264, 1983.

- CuO-Water Nanofluid in C-Shaped Cavity under Magnetic Field*", Entropy, Volume 18, Number 50, pp. 1–18, 2016.
- [24]. Ismael, M.A., Armaghani, T., Chamkha, A.J., "Conjugate heat transfer and entropy generation in a cavity filled with a nanofluid-saturated porous media and heated by a triangular solid", Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers, Volume 59, pp. 138–151, 2016.
- [25]. Armaghani, T., Ismael, M.A., Chamkha, A.J., "Analysis of entropy generation and natural convection in an inclined partially porous layered cavity filled with a nanofluid", Canadian Journal of Physics, Volume 95, Number 3, pp. 238–252, 2017.
- [26]. Chamkha, A.J., Rashad, A.M., Mansour, M.A., Armaghani, T., Ghalambaz, M., "Effects of heat sink and source and entropy generation on MHD mixed convection of a Cu-water nanofluid in a lid-driven square porous enclosure with partial slip", Physics of Fluids, Volume 29, Issue 5, 2017.
- [27]. Chamkha, A.J., Rashad, A.M., Armaghani, T., Mansour, M.A., "Effects of partial slip on entropy generation and MHD combined convection in a lid-driven porous enclosure saturated with a Cu-water nanofluid", Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, Volume 132, Issue 2, pp. 1291–1306, 2018.
- [28]. Chamkha, A.J., Rashad, A.M., Armaghani, T., Mansour, M.A., "Entropy Generation and MHD Natural Convection of a Nanofluid in an Inclined Square Porous Cavity: Effects of a Heat Sink and Source Size and Location", Chinese Journal of Physics, Volume 56, Issue 1, pp. 193–211, 2018.
- [29]. Fereydoun, A., Abbasian-Arani, A., Hemmat-Asafe, M., Zare-Ghadi, A., "Natural convection around hot cylinder inserted in square cavity filled with nanofluid with change of radius and location of cylinder", Modeling in Engineering, 2013.
- [30]. Abdallaoui, M.E.L., Hasnaoui, M., Amahmid, A., "Lattice-Boltzmann modeling of natural convection between a square outer cylinder and an inner isosceles triangular heating body", PONTE International Scientific Research Journal, Volume 72, 2016.
- [15]. S. Ostrach, "Natural convection in enclosures", Advances in Heat Transfer, Vol. 8, pp. 161–227, 1972.
- [16]. R.L. Frederick, "Natural convection in an inclined square enclosure with a partition attached to its cold wall", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 32, pp. 87–94, 1989.
- [17]. House, J.M., Beckermann, C., Smith, T.F., "Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure", Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Volume 18, Issue 2, pp. 213–225, 1990.
- [18]. Lee, J.R., Ha, M.Y., "A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body", International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 48, Issue 16, pp. 3308–3318, 2005.
- [19]. Bhave, P. A., Narasimhan, Rees, D.A.S., "Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: optimal block size and Prandtl number effect", International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 49, Issues 21–22, pp. 3807–3818, 2006.
- [20]. A. Kumar De, A. Dalal, "A numerical study of natural convection around a square, horizontal, heated cylinder placed in an enclosure", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 49, Issues 23–24, pp. 4608–4623, 2006.
- [21]. C. Butler, D. Newport, M. Geron, "Natural convection experiments on a heated horizontal cylinder in a differentially heated square cavity", Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 44, pp. 199–208, 2013.
- [22]. Abdallaoui, M.El., Hasnaoui, M., Amahmid, A., "Numerical simulation of natural convection between a decentered triangular heating cylinder and a square outer cylinder filled with a pure fluid or a nanofluid using the lattice Boltzmann method", Powder Technology, Volume 277, pp. 193–205, 2015.
- [23]. Chamkha, A., Ismael, M., Kasaeipoor, A., Armaghani, T., "Entropy Generation and Natural Convection of

Mathematical Modelling, volume 77, 1936-1953. 2020

Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Volume 66, Issue 9, pp. 1076–1096, 2014.

- [31]. Sheikholeslami, M., Gorji-bandpay, M., and Ganji, D.D., "Magnetic field effects on natural convection around a horizontal circular cylinder inside a square enclosure filled with nanofluid", International Communications in Heat and Mass Transfer, Volume 39, pp. 978–986, 2012.
- [۳۲]. شادان، مهدی، سلطانی، الشن، انجیل‌الی، ولی " بررسی عددی جایجایی طبیعی یک استوانه گرم داخل یک محفظه مربعی پر شده با نانوسیال آب و اکسید مس "، دومین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک و هوافضا، تهران، اسفندماه ۱۳۹۶
- [33]. M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, K. Vajravelu, "Lattice Boltzmann simulation of magnetohydrodynamic natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid in a horizontal cylindrical enclosure with an inner triangular cylinder", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 80, pp. 16–25, 2015.
- [34]. M. Hemmat, A. Abbasian Arani, A. Karimipour, S. Mirtalebi Esforjani, "Numerical simulation of natural convection around an obstacle placed in an enclosure filled with different type of nanofluids" heat transfer research 45(3), pp279-292, 2014
- [35]. Moukalled.,F., "Natural Convection in the Annulus Between Concentric Horizontal Circular and Square Cylinders", Journal of thermo physics and heat transfer, Volume 10, Number 3. p.p. 1-8, 1996.
- [36]. Kim B., Lee D., Ha M., Yoon H., "A Numerical Study of Natural Convection in a Square Enclosure with a Circular Cylinder at Different Vertical Locations", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 1888-1906, 2008.
- [37]. M. Ghalambaz, S.M.H. Zadeh, S. Mehryan, I. Pop, D. Wen, "Analysis of melting behavior of PCMs in a cavity subject to a non-uniform magnetic field using a moving grid technique", Applied