

بررسی اثر خطای ترازیبی اولیه نوع نیمه تحلیلی بر کارایی سیستم ناوبری اینرسی

سید علی ظهیری پور^{۱*}

۱- استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۲۵)

چکیده

در این مقاله اثر خطای ترازیبی نیمه تحلیلی بر عملکرد سیستم ناوبری مورد بررسی قرار گرفته است. اگرچه تحقیق در مورد اثر عوامل مختلف ایجاد خطا بر عملکرد سیستم ناوبری موضوع جدیدی نیست، بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که اثر خطای ترازیبی در رژیم کاری نوع نیمه تحلیلی مطالعه نشده است. این رژیم کاری به دلیل مزایایی که نسبت به رژیم‌های تحلیلی و فیزیکی دارد جایگزین مناسبی برای آن‌ها است و لذا بررسی اثر خطاهای مختلف از جمله ترازیبی اولیه نادقیق در این رژیم کاری از اهمیت بالایی برخوردار بوده و از نقاط قوت پژوهش جاری به شمار می‌رود. برای انجام این پژوهش پس از معرفی دستگاه‌های مختصات مرتبط، معادلات عملکردی ایده‌آل و واقعی سیستم ناوبری در رژیم کاری مورد نظر استخراج شده و سپس با لحاظ کردن خطاهای افقی‌سازی و سمت‌یابی اولیه به تحلیل عملکرد سیستم ناوبری پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد که اگرچه وجود خطای ترازیبی اولیه باعث ایجاد خطا در پارامترهای ناوبری می‌شود، این خطا با گذشت زمان افزایشی نیست و دارای پریودهای شولر و شبانه‌روزی است. همچنین مشخص می‌شود که خطای سمت‌یابی اولیه صفحه پایدار نقشی در خطای محاسبه سرعت‌های افقی و طول و عرض جغرافیایی ندارد و در عوض باعث ایجاد بایاسی به همان میزان در خطای تعیین زاویه سمت صفحه پایدار می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سیستم ناوبری، صفحه پایدار، ترازیبی، نیمه تحلیلی، افقی‌سازی

Investigating the effect of semi-analytical initial alignment error on the efficiency of inertial navigation system

Seyed Ali Zahiripour

Abstract

In this article, the effect of semi-analytical alignment error on the performance of the navigation system has been investigated. Although investigating the effect of various error-causing factors on the performance of the navigation system is not a new issue, the conducted investigations show that the effect of the alignment error has not been studied in the semi-analytical working regime. To perform this analysis, after introducing the related coordinate frames, the ideal and real functional equations of the navigation system in the desired working regime were extracted and then the performance of the navigation system was analyzed by taking into account the errors of horizontalization and initial orientation. The results have been showed that although the presence of this error causes errors in the navigation parameters, this error does not increase with the passage of time and has Shuler and day and night periods. It was also shown that the initial orientation error of the stable platform does not play a role in the calculation error of horizontal velocities and longitude and latitude, and the bias that occurs in the error of determining the side angle of the stable platform is equal to the initial orientation error of the stable platform.

Key words: Navigation System, Stable Platform, Alignment, Semi-Analytical, Horizontalization

مقدمه

سیستم‌های ناوبری اینرسی^۱ (INS) محاسبه سرعت، موقعیت و جهت‌گیری جسم را امکان‌پذیر می‌سازند. محاسبات ناوبری در دستگاه مختصات مورد نظر انجام می‌شود. این دستگاه مختصات یا به صورت فیزیکی و به کمک صفحات پایدار ژيروسکوپی ساخته می‌شود که در این حالت، سیستم ناوبری اینرسی از نوع صفحه پایدار است و یا به صورت تحلیلی و به روش تعیین موقعیت زاویه‌ای سنسورهای اینرسی نسبت به دستگاه مختصات مفروض تعریف می‌شود که در این صورت سیستم ناوبری از نوع متصل به بدنه است.

سیستم‌های ناوبری اینرسی در صورتی می‌توانند وظیفه خود را به خوبی انجام دهند که تراز یابی اولیه آن‌ها به دقت انجام شده باشد.

تراز یابی اولیه می‌تواند به صورت تحلیلی، نیمه تحلیلی و یا فیزیکی انجام شود [۱]. فرایند تراز یابی تحلیلی به معنای تعیین زوایای اولیه سمت و تراز سنسورهای اینرسی وسیله مورد نظر نسبت به دستگاه جغرافیایی است. تراز یابی فیزیکی به معنای منطبق‌سازی دستگاه مختصات متصل به صفحه پایدار بر دستگاه جغرافیایی است که به کمک یک سیستم کنترل اتفاق می‌افتد.

تراز یابی نیمه تحلیلی به معنای صفر کردن فیزیکی زوایای تراز صفحه پایدار (افقی‌سازی) از طریق یک سیستم کنترل و تعیین زاویه سمت صفحه به صورت تحلیلی است.

با توجه به آنچه گفته شد، تراز یابی تحلیلی در سیستم‌های ناوبری متصل به بدنه [۲-۴] و دارای صفحه پایدار [۵] و [۶] قابل استفاده است؛ در حالیکه تراز یابی فیزیکی [۷-۱۰] و نیمه تحلیلی [۱] در سیستم‌های ناوبری با صفحه پایدار به کار می‌رود. تراز یابی تحلیلی دارای حجم محاسبات زیادی است، ولی در عوض مکانیزم سخت‌افزاری ساده و ابعاد کوچکی دارد و به سیستم کنترل نیاز ندارد. تراز یابی فیزیکی، حجم محاسبات بالایی ندارد ولی در عوض نیازمند سخت‌افزار پیچیده‌تر با وزن بیشتر و یک سیستم کنترل مناسب است. تراز یابی نیمه تحلیلی مزایای هر دو روش ذکر شده را با هم دارد. در واقع هم حجم محاسبات کمتری نسبت به تراز یابی تحلیلی دارد و هم سیستم کنترل ساده‌تری نسبت به تراز یابی فیزیکی دارد و از این رو در

این مقاله بررسی عملکرد سیستم ناوبری در این رژیم کاری (نیمه تحلیلی)، صورت گرفته است.

برای افزایش دقت تراز یابی روش‌های مختلفی به خصوص در سال‌های اخیر، پیشنهاد شده است. به عنوان نمونه در [۱۱] راهکاری جهت افزایش دقت تراز یابی سیستم ناوبری متصل به بدنه با استفاده از اطلاعات یک سیستم ناوبری قابل‌دقت دیگر با بهره‌گیری از فیلتر کالمن، ارائه شده است. در [۱۲]، برای سیستم ناوبری تلفیقی اینرسی و ماهواره‌ای که در آن از سنسورهای ارزان قیمت میکروالکترومکانیکی استفاده شده است، روشی برای تراز یابی دقیق و سریع پیشنهاد شده است. مطالعه دیگر در این حوزه با استفاده از یک ماتریس تبدیل جدید بین دستگاه بدنی و اینرسی و ارائه یک رویکرد نوین، تراز یابی را با سرعت و دقت مناسبی انجام داده است [۱۳].

بررسی اثر عوامل ایجاد خطا بر عملکرد سیستم ناوبری نیز، موضوع جدیدی نیست و در مراجع گذشته مورد بحث قرار گرفته است [۱۴-۱۷]. یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد خطا، خطای تراز یابی اولیه است [۱۸]. محققان در [۱۹] به مطالعه اثر خطای تراز یابی نوع فیزیکی روی عملکرد سیستم ناوبری با صفحه پایدار پرداخته‌اند و در [۲۰] اثر خطای تراز یابی نوع تحلیلی برای سیستم ناوبری بدون صفحه پایدار بررسی شده است.

همچنین در [۱۰] نشان داده شده است که تراز یابی فیزیکی دقیق تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر بهبود خطای ناوبری دارد. مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که در رابطه با اثر خطای ناشی از تراز یابی اولیه نوع نیمه تحلیلی روی کارایی سیستم ناوبری، بحثی انجام نشده است.

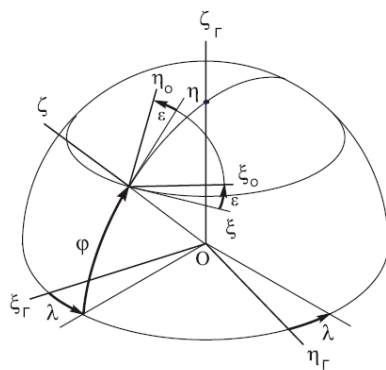
نکته دیگر آن‌که برای بررسی اثرات خطا عمدتاً از معادلات انتشار خطا استفاده شده است [۱۸] و [۲۱-۲۵]؛ که خیلی دقیق نیست. علت این امر عدم دقت خود معادلات خطا است که از تقریب‌زنی‌هایی مثل استفاده از جملات اول بسط تیلور توابع ناشی می‌شود. یک راه برای جلوگیری از این عدم دقت، استفاده مستقیم از معادلات عملکردی واقعی و ایده‌آل سیستم ناوبری در رژیم کاری مربوطه است.

در [۲۱] اثر خطای سنسورهای سرعت زاویه‌ای مطالعه شده است و در [۲۲] موضوع تخمین پارامترهای خطای قطعی و تصادفی واحد اندازه‌گیری اینرسی بررسی شده است. مرجع [۲۳] به توسعه یک سیستم خطا-بودجه ناوبری اینرسی

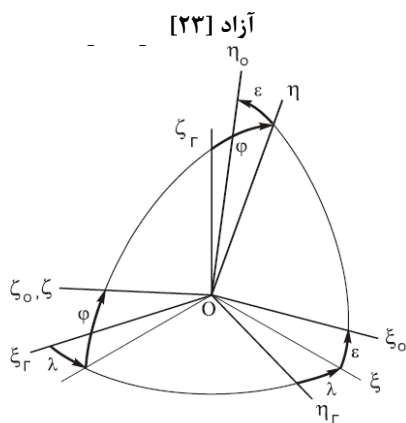
¹ Inertial Navigation Systems

دستگاه‌های مختصات

در این بخش دستگاه‌های مختصات مورد نیاز برای معرفی الگوریتم ناوبری مبتنی بر ترازبایی نیمه‌تحلیلی ارائه می‌شوند. با توجه به شکل ۱، دستگاه مختصات ژئوسنتریک چسبیده به زمین ($O\xi_r\eta_r\zeta_r$)، به همراه کره زمین دوران می‌کند. این دستگاه را ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) و یا به اختصار e می‌نامند. در این شکل، λ طول جغرافیایی و φ عرض جغرافیایی است. طبق شکل ۱، محورهای دستگاه مختصات جغرافیایی همراه $O_1\xi\eta\zeta$ (یا O_1ENH)، به صورت زیر تعریف می‌شود. محور $O_1\xi$ به سمت شرق، محور $O_1\eta$ به سمت شمال و محور $O_1\zeta$ در راستای عمود. در بعضی موارد، این دستگاه با نماد g معرفی می‌شود. با دوران این دستگاه به میزان ε در صفحه افق، دستگاه مختصات جغرافیایی نیمه آزاد (سمت آزاد) حاصل می‌شود که در این مقاله با نماد g' نمایش داده می‌شود.



شکل ۱. دستگاه‌های مختصات زمینی، جغرافیایی و جغرافیایی نیمه-



شکل ۲. چگونگی جهت‌گیری دستگاه‌های مورد نظر نسبت به هم با

وضوح بیش‌تر [۲۶]

با توجه به شکل ۲، ماتریس تبدیل بین e و g' از جدول ۱ قابل محاسبه است.

پرداخته است و [۲۴] رویکرد یکپارچه‌ای را برای مدل‌سازی خطای سیستم ناوبری اینرسی پیشنهاد داده است. مرجع [۲۵] نیز تأثیر خطاهای وابسته به حرکت را بر دقت سیستم ناوبری اینرسی مورد تحلیل قرار داده است. لازم به ذکر است که در مراجع فوق‌الذکر، معادلات انتشار خطا مبنای تحلیل‌ها قرار گرفته است. به منظور تبیین هر چه بهتر ضرورت ترازبایی اولیه دقیق، تأثیر خطاهای تنظیم اولیه در رژیم کاری نیمه‌تحلیلی بر کارآمدی INS با استفاده از معادلات عملکردی ایده‌آل و واقعی بررسی می‌شود. ویژگی خاص INS مورد نظر صفحه پایدار ژيروسکوپی آن است که دارای زاویه سمت آزاد است. در این نوع INS دستگاه مختصات ابزاری، دستگاه متصل به صفحه پایدار می‌باشد. لازم به ذکر است که اگرچه فناوری به سمت ساختار متصل به بدنه متمایل شده است اما در کشور، سامانه‌های ناوبری اینرسی صفحه پایدار موجود است که بهره‌برداری، تعمیر و به‌روزرسانی آن‌ها نیازمند مدل‌سازی و تحلیل خطای این سامانه‌هاست [۱۸]. با توجه به آن چه گفته شد، نوآوری و نقاط قوت پژوهش جاری در قیاس با گذشته به صورت خلاصه زیر بیان می‌شوند:

۱. اثر خطای ترازبایی نیمه‌تحلیلی بر عملکرد سیستم ناوبری اینرسی مورد بررسی قرار گرفته است که پیش از این مطالعه نشده است.
۲. بررسی اثر خطای ترازبایی با استفاده از معادلات عملکردی واقعی و ایده‌آل به جای استفاده از معادلات تقریبی انتشار خطا صورت گرفته است.

نتیجه مثبت این نوآوری در وهله اول شناخت میزان و چگونگی اثر خطای ترازبایی اولیه در سیستم‌های ناوبری اینرسی در رژیم کاری نیمه‌تحلیلی است و در وهله دوم یافتن اثرات این خطا به صورت دقیق به دلیل عدم استفاده از معادلات تقریبی انتشار خطاست. پیکربندی مقاله به این صورت است که در بخش دوم، دستگاه‌های مختصات مرتبط معرفی می‌شوند و در بخش سوم معادلات عملکردی ایده‌آل در رژیم کاری مورد نظر استخراج می‌شود. در بخش چهارم معادلات عملکردی واقعی در حضور انواع خطاها تشریح شده و نتایج شبیه‌سازی اثر خطای ترازبایی نیمه‌تحلیلی بر عملکرد سیستم ناوبری اینرسی در پنجم ارائه می‌شود. در پایان مقاله نیز نتیجه‌گیری و راه‌کارهای پیشنهادی برای بهبود عملکرد، ارائه شده است.

جدول ۱. ماتریس تبدیل بین دستگاه‌های زمینی و جغرافیایی نیمه آزاد

$B^{g/e}$	ξ_{Γ}	η_{Γ}	ζ_{Γ}
ξ_0	$B_{11} = -\sin \varphi \cos \lambda \sin \varepsilon$ $-\sin \lambda \cos \varepsilon;$	$B_{12} = -\sin \varphi \sin \lambda \sin \varepsilon$ $+\cos \lambda \cos \varepsilon;$	$B_{13} = \cos \varphi \sin \varepsilon$
η_0	$B_{21} = -\sin \varphi \cos \lambda \cos \varepsilon$ $+\sin \lambda \sin \varepsilon;$	$B_{22} = -\sin \varphi \sin \lambda \cos \varepsilon$	$B_{23} = \cos \varphi \cos \varepsilon$
ζ	$B_{31} = \cos \lambda \cos \varphi;$	$B_{32} = \sin \lambda \cos \varphi;$	$B_{33} = \sin \varphi$

معادلات وضعیت

جهت‌گیری لحظه‌ای دستگاه $O\xi_0\eta_0\zeta$ با استفاده از معادله پواسون (۳) با شرایط اولیه $B(0)$ به دست می‌آید:

$$\dot{B} = \hat{\Omega} \cdot B \quad (۳)$$

که در آن، B ماتریس لحظه‌ای تبدیل از دستگاه زمینی به دستگاه سمت آزاد و $\hat{\Omega}$ ماتریسی پادمتقارنی است که المان‌های آن مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای نسبی دستگاه سمت آزاد در امتداد محورهای دستگاه $O\xi_0\eta_0\zeta$ است. یعنی

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\Omega_2 \\ 0 & 0 & \Omega_1 \\ \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

با توجه به آن که ماتریس تبدیل B یک ماتریس متعامد است، ستون اول آن برابر با حاصلضرب خارجی ستون دوم و سوم آن است و لذا این ماتریس با ۶ المان از ۹ المان خود به صورت یکتا مشخص می‌شود. سه المان باقی مانده ماتریس از رابطه (۵) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} B_{11} &= B_{22}B_{33} - B_{32}B_{23} \\ B_{21} &= B_{32}B_{13} - B_{12}B_{33} \\ B_{31} &= B_{12}B_{23} - B_{13}B_{22} \end{aligned} \quad (۵)$$

با استفاده از این موضوع، معادله دیفرانسیل پواسون به صورت رابطه (۶) قابل بازنویسی است:

دستگاه مختصات $O\xi_0\eta_0\zeta$ نسبت به زمین با سرعت زاویه‌ای Ω در حال دوران است که مؤلفه‌های این بردار در امتداد محورهای دستگاه مختصات سمت آزاد شامل Ω_{ξ_0} ، Ω_{η_0} و Ω_{ζ} به قرار رابطه (۱) است [۲۶]:

$$\begin{aligned} \Omega_{\xi_0} &= -\frac{V_{\eta_0}}{R_{\eta_0}} - \frac{V_{\xi_0}}{a} e^2 B_{13} B_{23} \\ \Omega_{\eta_0} &= \frac{V_{\xi_0}}{R_{\xi_0}} - \frac{V_{\eta_0}}{a} e^2 B_{12} B_{23}. \\ \Omega_{\zeta} &= 0 \end{aligned} \quad (۱)$$

در اینجا R_{ξ_0} و R_{η_0} شعاع‌های انحنای بیضی گون زمین در صفحات $O\xi_0\zeta$ و $O\eta_0\zeta$ ، e^2 مربع خروج از مرکز^۱ و a نیم قطر بزرگ بیضی گون زمین است. V_{ξ_0} و V_{η_0} نیز مؤلفه‌های افقی سرعت خطی در امتداد محورهای دستگاه مختصات سمت آزاد است.

در ادامه برای سهولت نگارش، Ω_{ξ_0} با Ω_1 و Ω_{η_0} با Ω_2 نمایش داده می‌شود. مقادیر عکس شعاع‌های انحنای، روابط (۲) به دست می‌آیند [۲۳]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{\xi_0}} &= \left(1 - \frac{1}{2} e^2 B_{33}^2 + e^2 B_{13}^2 - \frac{h}{a} \right) / a; \\ \frac{1}{R_{\eta_0}} &= \left(1 - \frac{1}{2} e^2 B_{33}^2 + e^2 B_{23}^2 - \frac{h}{a} \right) / a \end{aligned} \quad (۲)$$

که در آن h ارتفاع پرواز از سطح دریا می‌باشد.

معادلات عملکردی ایده آل

در این بخش، معادلات عملکردی ایده آل شامل معادلات وضعیت، سرعت و معادلات کنترل صفحه‌پایدار بیان می‌شوند.

¹ Eccentricity

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} uB_{13} \\ uB_{23} \\ uB_{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

بنابراین، سرعت‌های زاویه‌ای کنترل صفحه پایدار شامل ω_x ، ω_y و ω_z صورت رابطه (۱۱) است [۱]:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \Omega_1 + uB_{13}; \\ \omega_y &= \Omega_2 + uB_{23}; \\ \omega_z &= uB_{33} \end{aligned} \quad (11)$$

در صورت اعمال این سرعت‌ها، محورهای دستگاه مختصات متصل به صفحه پایدار در امتداد محورهای دستگاه مختصات سمت آزاد قرار گرفته و سیگنال خروجی شتاب-سنج‌ها مستقیماً در دستگاه سمت آزاد خواهد بود.

تعیین موقعیت و سرعت

با حل دسته معادلات (۵)، (۷) و (۸) و مشخص شدن درایه‌های ماتریس تبدیل و مؤلفه‌های بردار سرعت خواهیم داشت [۱]:

$$\phi = \arctg \left(\frac{B_{33}}{\sqrt{B_{13}^2 + B_{23}^2}} \right) \quad (12)$$

$$\lambda = \arctg (B_{32} / B_{31})$$

$$\varepsilon = \arctg (B_{13} / B_{23})$$

$$\theta_3 = \psi - \varepsilon$$

که در آن ε زاویه سمت صفحه پایدار و θ_3 زاویه سمت جسم می‌باشد. سرعت افقی نیز از رابطه (۱۳) قابل محاسبه است:

$$V = \sqrt{V_{\xi_0}^2 + V_{\eta_0}^2} \quad (13)$$

معادلات عملکردی واقعی

سیستم ناوبری واقعی به دلیل وجود خطاهای ابزاری، دستگاهی را مدل می‌کند که بر دستگاه حقیقی منطبق نیست. دستگاه مختصات $Oxyz$ متصل به صفحه پایدار

$$\begin{bmatrix} \dot{B}_{12} & \dot{B}_{13} \\ \dot{B}_{22} & \dot{B}_{23} \\ \dot{B}_{32} & \dot{B}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\Omega_2 \\ 0 & 0 & \Omega_1 \\ \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{12} & B_{13} \\ B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

به این ترتیب به جای حل ۹ معادله دیفرانسیل، کافی است ۶ معادله دیفرانسیل حل شود و این کار به افزایش سرعت محاسبات ناوبری منجر می‌شود.

رابطه (۶) به صورت اسکالر، عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{B}_{12} &= -\Omega_2 B_{32} & , & & \dot{B}_{23} &= \Omega_1 B_{33} \\ \dot{B}_{13} &= -\Omega_2 B_{33} & , & & \dot{B}_{32} &= \Omega_2 B_{12} - \Omega_1 B_{22} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\dot{B}_{22} = \Omega_2 B_{32} \quad , \quad \dot{B}_{33} = \Omega_2 B_{13} - \Omega_1 B_{23}$$

معادلات سرعت

برای محاسبه سرعت از معادله اساسی ناوبری در دستگاه سمت آزاد از رابطه (۸) استفاده می‌شود [۲۶]:

$$\dot{V}_{\xi_0} = W_{\xi_0} - \left(\dot{h}(\Omega_2 + 2u_2) - 2u_3 V_{\eta_0} \right); \quad (8)$$

$$\dot{V}_{\eta_0} = W_{\eta_0} - \left(2u_3 V_{\xi_0} - \dot{h}(\Omega_1 + 2u_1) \right).$$

که در آن W_{ξ_0} و W_{η_0} مؤلفه‌های افقی شتاب و u_1 ، u_2 و u_3 مؤلفه‌های بردار سرعت دوران زمین در امتداد محورهای دستگاه جغرافیایی سمت آزاد است. یعنی:

$$u_1 = uB_{13} \quad , \quad u_2 = uB_{23} \quad , \quad u_3 = uB_{33}$$

که در آن u معرف سرعت دوران زمین است.

معادلات کنترل صفحه پایدار

برای یافتن سرعت‌های زاویه‌ای تصحیح صفحه پایدار، لازم است سرعت زاویه‌ای مطلق دستگاه سمت آزاد به دست آید. سرعت زاویه‌ای مطلق $\bar{\omega}$ ، برابر با مجموع سرعت نسبی $\bar{\omega}$ و سرعت انتقالی ناشی از دوران زمین \bar{u} است. یعنی

$$\bar{\omega} = \bar{\Omega} + \bar{u} \quad (9)$$

رابطه (۹) به صورت مؤلفه‌ای در امتداد محورهای دستگاه سمت آزاد به صورت رابطه (۱۰) نوشته می‌شود:

جدول ۲. کسینوس‌های هادی بین دو دستگاه متصل به صفحه پایدار و جغرافیایی نیمه آزاد

A	ξ_0	η_0	ζ_0
x	1	α_3	$-\alpha_2$
y	$-\alpha_3$	1	α_1
z	α_2	$-\alpha_1$	1

ماتریس تبدیل از دستگاه جغرافیایی نیمه آزاد به دستگاه متصل به صفحه پایدار نیز در جدول ۲ با A نمایش داده شد. بنابراین ماتریس انتقال C از دستگاه زمینی به دستگاه متصل به صفحه پایدار با استفاده از حاصلضرب A و B به دست می‌آید. یعنی $C = A \cdot B$

$$C = \begin{bmatrix} B_{11} + \alpha_3 B_{21} - \alpha_2 B_{31} & B_{12} + \alpha_3 B_{22} - \alpha_2 B_{32} & B_{13} + \alpha_3 B_{23} - \alpha_2 B_{33} \\ -\alpha_3 B_{11} + B_{21} + \alpha_1 B_{31} & -\alpha_3 B_{12} + B_{22} + \alpha_1 B_{32} & -\alpha_3 B_{13} + B_{23} + \alpha_1 B_{33} \\ \alpha_2 B_{11} - \alpha_1 B_{21} + B_{31} & \alpha_2 B_{12} - \alpha_1 B_{32} + B_{32} & \alpha_2 B_{13} - \alpha_1 B_{23} + B_{33} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \omega_x^0 &= \dot{\alpha}_1 + \Omega_1 + \Omega_2 \alpha_3; \\ \omega_y^0 &= \dot{\alpha}_2 + \Omega_2 + \Omega_1 \alpha_3; \\ \omega_z^0 &= \dot{\alpha}_3 + \Omega_1 \alpha_2 + \Omega_2 \alpha_1. \end{aligned} \quad (17)$$

معادلات ماتریسی پواسون در عملکرد واقعی به صورت رابطه (۱۸) قابل بیان است:

$$\dot{\omega}^0 = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z^0 & -\omega_y^0 \\ -\omega_z^0 & 0 & \omega_x^0 \\ \omega_y^0 & -\omega_x^0 & 0 \end{bmatrix} \text{ که در آن:}$$

پادمقارن شامل مؤلفه‌های سرعت‌های زاویه‌ای است. با استفاده از ماتریس فوق می‌توان معادله ماتریسی را به صورت رابطه (۱۹) نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_{12} & \dot{C}_{13} \\ \dot{C}_{22} & \dot{C}_{23} \\ \dot{C}_{32} & \dot{C}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z^0 & -\omega_y^0 \\ -\omega_z^0 & 0 & \omega_x^0 \\ \omega_y^0 & -\omega_x^0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{12} & C_{13} \\ C_{22} & C_{23} \\ C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (19)$$

نسبت به دستگاه $O\xi_0\eta_0\zeta$ با زوایای $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ در نظر گرفته می‌شود.

ماتریس انتقال از دستگاه $O\xi_0\eta_0\zeta$ به دستگاه $Oxyz$ در جدول ۲ ارائه شده است.

لازم به ذکر است که این ماتریس با استفاده از حاصلضرب سه ماتریس دوران حول محورهای سه‌گانه و جایگذاری‌های زیر به دلیل کوچک بودن $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ به دست آمده است.

$$\cos\alpha_i = 1, \quad \sin\alpha_i = \alpha_i \quad i=1,2,3$$

ماتریس کسینوس‌های هادی B که بیانگر انتقال از دستگاه زمینی $O\xi_0\eta_0\zeta$ به دستگاه $O\xi_0\eta_0\zeta$ است در جدول ۱ ارائه شد.

از ۹ المان ماتریس C تنها ۶ المان مستقل هستند. اگر مؤلفه‌های مستقل به صورت رابطه (۱۵) باشند:

$$C = \begin{bmatrix} C_{12} & C_{13} \\ C_{22} & C_{23} \\ C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

در این صورت بقیه المان‌ها را می‌توان به کمک رابطه (۱۶)

نوشت:

$$\begin{aligned} C_{11} &= C_{12}C_{33} - C_{32}C_{33}; \\ C_{21} &= C_{31}C_{13} - C_{12}C_{33}; \\ C_{31} &= C_{12}C_{23} - C_{13}C_{22}. \end{aligned} \quad (16)$$

مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای واقعی دوران صفحه پایدار نسبت به زمین شامل $\omega_x^0, \omega_y^0, \omega_z^0$ به صورت رابطه (۱۷) دست می‌آید:

با ترکیب روابط (۱۷)، (۲۱) و (۲۳)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= -\Omega_1 - u_1 - (\Omega_2 + u_2)\alpha_3 + u \sin \phi \cdot \alpha_2 \\ &+ (1 + \delta h_k)(\dot{\Omega}_1 + u_1') + \delta \omega_x; \\ \dot{\alpha}_2 &= -\Omega_2 - u_2 + (\Omega_1 + u_1)\alpha_3 + u_3 \alpha_1 \\ &+ (1 + \delta h_k)(\dot{\Omega}_2 + u_2') + \delta \omega_z; \\ \dot{\alpha}_3 &= -u_3 + (\Omega_2 + u_2)\alpha_1 - (\Omega_1 + u_1)\alpha_2 \\ &+ (1 + \delta h_k)u_3' + \delta \omega_z,\end{aligned}\tag{۲۴}$$

در مدل‌سازی عملکرد ایده‌آل W_{η_0}, W_{ξ_0} مؤلفه‌های شتاب مطلق فرض شده‌اند. در مدل‌سازی عملکرد سیستم واقعی، تصاویر W_{η_0} و W_{ξ_0} بر محور Ox و Oy با در نظر گرفتن شتاب گرانش g' و ماتریس کسینوس‌های هادی و همچنین رابطه (۲۵) به دست می‌آید:

$$W_{\zeta} = -R_{\eta_0} (\Omega_1 + u_1)^2 - R_{\xi_0} (\Omega_2 + u_2)^2 \tag{۲۵}$$

و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}W_x &= W_{\xi_0} + W_{\eta_0} \alpha_3 \\ &- \alpha_2 \left(g' - R_{\eta_0} (\Omega_1 + u_1)^2 - R_{\xi_0} (\Omega_2 + u_2)^2 \right); \\ W_y &= W_{\eta_0} + W_{\xi_0} \alpha_3 \\ &+ \alpha_1 \left(g' - R_{\eta_0} (\Omega_1 + u_1)^2 - R_{\xi_0} (\Omega_2 + u_2)^2 \right).\end{aligned}\tag{۲۶}$$

که در آن W_x و W_y مؤلفه‌های شتاب در امتداد محورهای دستگاه متصل به صفحه پایدار است. با در نظر گرفتن خطاهای ابزاری شتاب‌سنجها و انترگرال‌گیرها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\xi_0}' &= \left\{ \begin{aligned} &W_x(1 + \delta h_a) + \delta a \\ &- \left[\dot{h}(\Omega_2 + 2u_2) - 2u_3' V_{\eta_0}' \right] \end{aligned} \right\} \cdot (1 + \delta h_u) \\ &+ \delta \dot{V};\end{aligned}$$

که به صورت اسکالر، به قرار رابطه (۲۰) است:

$$\begin{aligned}\dot{C}_{12} &= C_{22}\omega_z^0 - C_{32}\omega_y^0; \\ \dot{C}_{13} &= C_{23}\omega_z^0 - C_{33}\omega_y^0; \\ \dot{C}_{22} &= -C_{12}\omega_z^0 + C_{32}\omega_x^0; \\ \dot{C}_{23} &= -C_{13}\omega_z^0 + C_{33}\omega_x^0; \\ \dot{C}_{32} &= C_{12}\omega_y^0 - C_{22}\omega_x^0; \\ \dot{C}_{33} &= C_{13}\omega_y^0 - C_{23}\omega_x^0.\end{aligned}\tag{۲۰}$$

مؤلفه‌های سرعت دوران مطلق (نسبت به دستگاه اینرسی) صفحه پایدار را می‌توان به صورت مجموع مؤلفه‌های سرعت نسبی و انتقالی ناشی از دوران زمین نوشت:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \omega_x^0 + u_1 + u_2 \alpha_3 - u_3 \alpha_2; \\ \omega_y &= \omega_y^0 + u_2 - u_1 \alpha_3 + u_3 \alpha_1; \\ \omega_z &= \omega_z^0 + u_3 + u_1 \alpha_2 - u_2 \alpha_1,\end{aligned}\tag{۲۱}$$

با توجه به الگوریتم عملکرد ایده‌آل، مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای دوران صفحه پایدار و دستگاه مختصات متصل به آن $Oxyz$ نسبت به دستگاه مختصات اینرسی $O\xi u \eta u \zeta u$ توسط کانال‌های تصحیح به صورت رابطه (۲۲) مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_x &= (1 + \delta h_k)(\dot{\Omega}_1 + u_1') + \delta \omega_x; \\ \dot{\omega}_y &= (1 + \delta h_k)(\dot{\Omega}_2 + u_2') + \delta \omega_y; \\ \dot{\omega}_z &= u_3'(1 + \delta h_k) + \delta \omega_z,\end{aligned}\tag{۲۲}$$

که در آن ω_x', ω_y' و ω_z' مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای واقعی تصحیح، $\delta \square_k$ خطای ضریب مقیاس حلقه تصحیح، Ω_1', Ω_2' مقادیر محاسباتی و $\delta \omega_x, \delta \omega_y, \delta \omega_z$ دریافت-های ذاتی ژيروسکوپ‌ها می‌باشند و

$$u_1' = u \cdot C_{13}, \quad u_2' = u \cdot C_{23}, \quad u_3' = u \cdot C_{33} \tag{۲۳}$$

مقادیر مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای محاسباتی دوران زمین هستند.

محاسبه آن‌ها مستقیماً با میزان انحراف دستگاه متصل به صفحه پایدار از افق، ارتباط دارد.

نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، خطای ناوبری تحت تأثیر خطاهای تراز یابی اولیه، توسط اختلاف میان خروجی سیستم‌های شبیه‌سازی شده ایده‌آل و واقعی به دست می‌آید. برای مشخص شدن اثر خطای تراز یابی اولیه، سایر خطاها صفر در نظر گرفته شده‌اند.

حالت اول: در این حالت فرض شده است که مؤلفه‌های افقی سرعت ۲۰۰ متر بر ثانیه و خطای افقی سازی ۰/۰۱ درجه بوده و خطای سمت یابی اولیه صفحه پایدار صفر باشد. در شکل‌های ۳ تا ۵ نمودارهای مربوط به خطای ناوبری رسم شده است. همان‌طور که هر سه شکل نشان می‌دهد پریود شولر در نوسانات خطاها ظاهر شده است که دور از انتظار نیست. همچنین حداکثر دامنه نوسان خطای محاسبه سرعت در امتداد محور اول حدود ۲ متر بر ثانیه و در امتداد محور دوم حدود ۱ متر بر ثانیه است. شکل ۴ نشان می‌دهد که حداکثر دامنه نوسان خطای محاسبه طول جغرافیایی حدود ۰/۹ دقیقه و در مورد عرض جغرافیایی حدود ۰/۷ دقیقه است. حداکثر خطایی که در محاسبه زاویه انحراف صفحه پایدار به وجود آمده است، حدود ۰/۴ دقیقه است. همچنین، به نظر می‌رسد که خطای محاسبه عرض جغرافیایی و زاویه سمت صفحه پایدار بعد از گذشت مدت زمانی مشخص میرا می‌گردد. برای بررسی صحت این موضوع، در حالت بعد، نمودارها در بازه زمانی یک شبانه‌روز رسم خواهند شد. شکل ۵ نیز خطاهای محاسبه زوایای سمت و تراز جسم را نمایش می‌دهد که خطای محاسبه سمت، بسیار ناچیز است.

حالت دوم: در این حالت فرض شده است که مؤلفه‌های افقی سرعت ۱۰ متر بر ثانیه، خطای افقی سازی ۰/۰۱ درجه و خطای سمت یابی اولیه صفحه پایدار ۰/۰۴ درجه باشد.

با توجه به شکل ۶، حداکثر دامنه نوسان خطای محاسبه سرعت در امتداد محور اول حدود ۲ متر بر ثانیه و در امتداد محور دوم حدود ۱ متر بر ثانیه است که در

$$\dot{V}'_{\eta_0} = \left\{ \begin{array}{l} W_y (1 + \delta h_a) + \delta a \\ - \left[2u_3 V'_{\xi_0} - \dot{h} (\Omega_1 + 2u_1) \right] \end{array} \right\} \cdot (1 + \delta h_u) + \delta \dot{V}; \quad (27)$$

که در آن δa و δu ناپایداری ضریب مقیاس شتاب‌سنج‌ها و انتگرال‌گیرها و δa ناپایداری بایاس شتاب‌سنج‌ها است. مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای حرکت نسبی دستگاه مختصات سمت آزاد با الگوریتم کار سیستم ایده‌آل بر اساس مقادیر محاسباتی پارامترها به صورت رابطه (۲۸) است:

$$\Omega'_1 = -\frac{V'_{\eta_0}}{R'_{\xi_0}} - \frac{V'_{\xi_0}}{a} e^2 C_{13} C_{23}; \quad (28)$$

$$\Omega'_2 = -\frac{V'_{\xi_0}}{R'_{\eta_0}} - \frac{V'_{\eta_0}}{a} e^2 C_{13} C_{23}$$

که در آن:

$$1/R'_{\xi_0} = \left(1 - \frac{1}{2} e^2 C_{33}^2 + e^2 C_{13}^2 - \frac{h}{a} \right) / a; \quad (29)$$

$$1/R'_{\eta_0} = \left(1 - \frac{1}{2} e^2 C_{33}^2 + e^2 C_{23}^2 - \frac{h}{a} \right) / a.$$

با حل معادلات ناوبری و محاسبه C_{ij} مقادیر محاسبه شده $\phi', \lambda', \varepsilon', V'$ سیستم واقعی به صورت رابطه (۳۰) به دست می‌آیند:

$$V' = \sqrt{(V'_{\xi_0})^2 + (V'_{\eta_0})^2}.$$

$$\varepsilon' = \arctg(C_{13} / C_{23}), \quad (30)$$

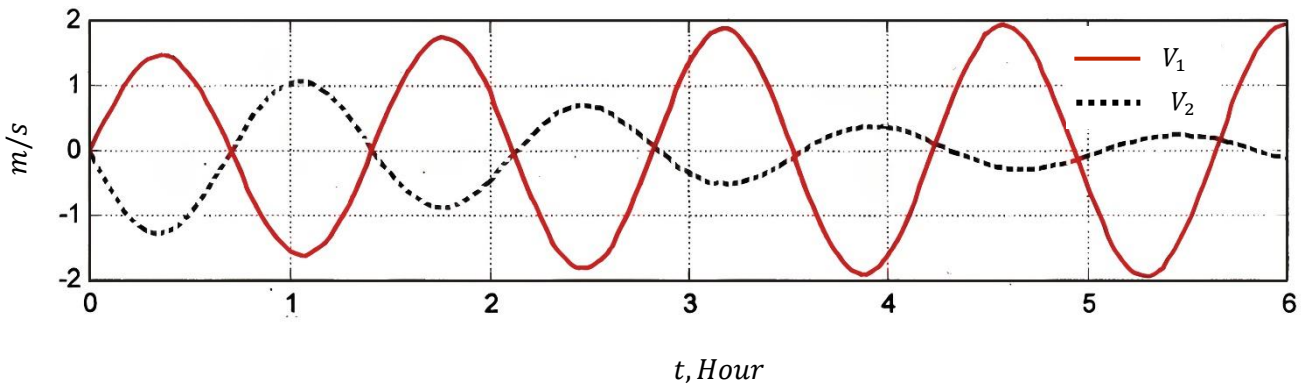
$$\phi' = \arctg \left(\frac{C_{33}}{\sqrt{C_{13}^2 + C_{23}^2}} \right)$$

$$\lambda' = \arctg(C_{32} / C_{31})$$

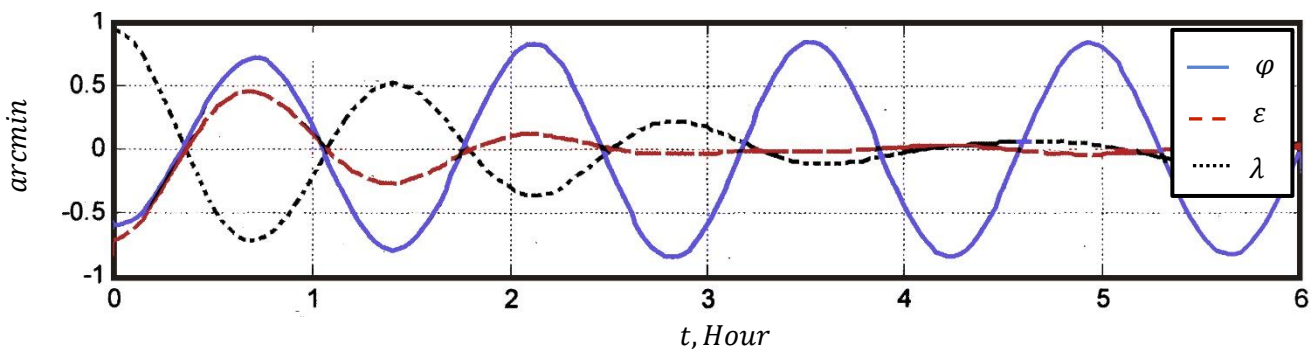
با حل عددی دستگاه معادلات (۲۰)، (۲۴) و (۲۷) و استفاده از رابطه (۳۰)، می‌توان رفتار سیستم واقعی را شبیه‌سازی و پارامترهای ناوبری را محاسبه کرد. در ضمن زوایای تراز جسم با θ_1 و θ_2 نشان داده می‌شود که خطای

نوسانات حول این بایاس، مشابه حالت قبل است. مشاهده می‌شود که بر خلاف تصویری که از نمودار شکل ۴ ایجاد شد، خطای محاسبه عرض جغرافیایی و زاویه سمت صفحه پایدار اگرچه در زمان‌هایی کوچک است، میرا نمی‌شود. شکل ۸ نیز خطاهای محاسبه زوایای سمت و تراز جسم را نمایش می‌دهد که خطای محاسبه سمت، تقریباً ثابت و حدود ۲/۵ دقیقه (۰/۰۴ درجه) است.

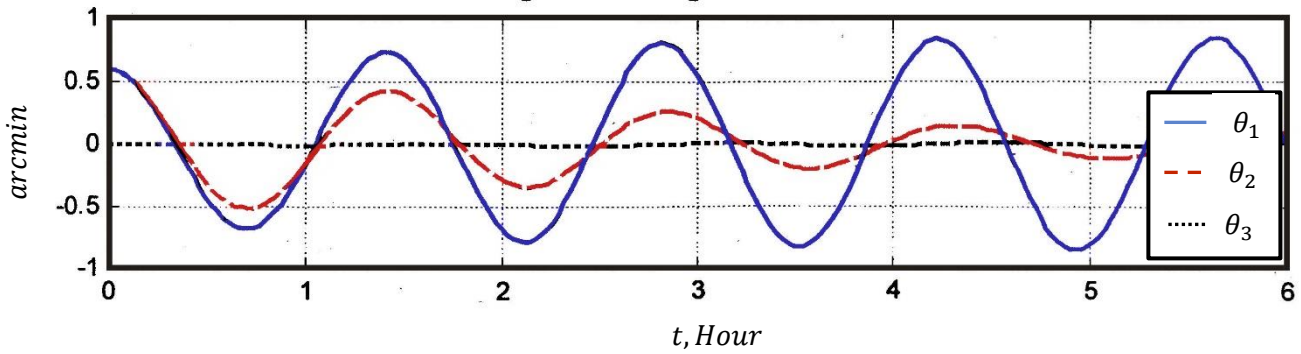
مقایسه با حالت قبل می‌توان نتیجه گرفت که سرعت افقی جسم و خطای سمت‌یابی اولیه صفحه پایدار، تأثیری در خطای محاسبه سرعت ندارد که جالب توجه است. شکل ۷ نشان می‌دهد که حداکثر دامنه نوسان خطای محاسبه طول جغرافیایی حدود ۰/۹ دقیقه و در مورد عرض جغرافیایی نیز حدود ۰/۷ دقیقه است که مشابه حالت قبل است. خطایی که در محاسبه زاویه انحراف صفحه پایدار به وجود آمده است دارای یک بایاس حدود ۲/۵ دقیقه‌ای (۰/۰۴ درجه) است و دامنه



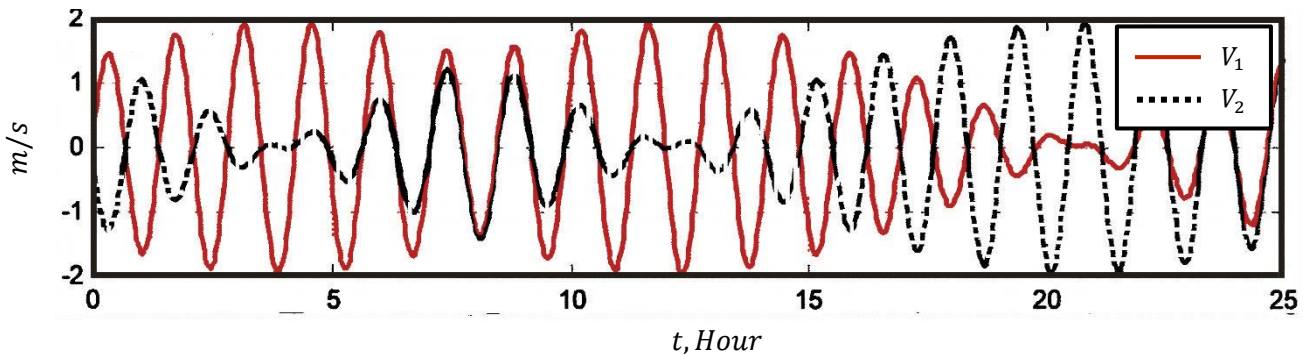
شکل ۳. مؤلفه‌های افقی خطای محاسبه سرعت در حالت اول



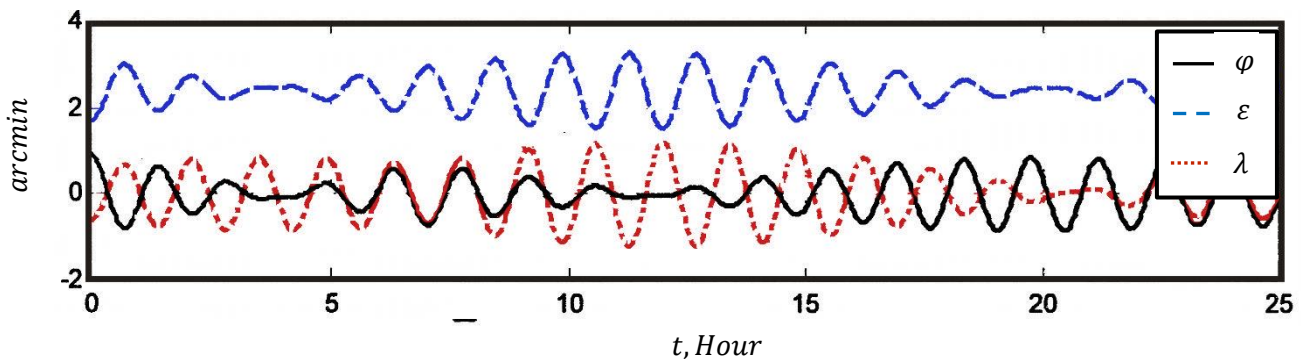
شکل ۴. خطاهای محاسبه طول و عرض جغرافیایی و زاویه سمت صفحه پایدار در حالت اول



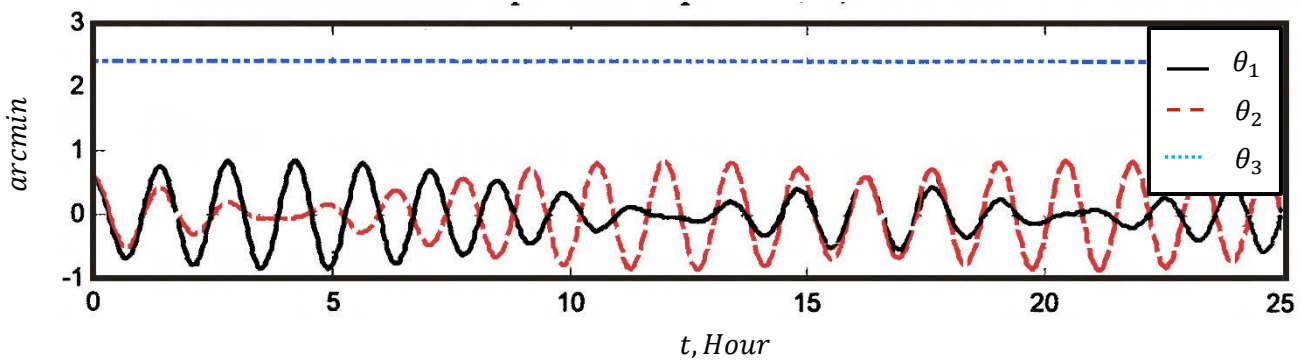
شکل ۵. خطاهای محاسبه زوایای تراز و سمت جسم در حالت اول



شکل ۶. مؤلفه‌های افقی خطای محاسبه سرعت در حالت دوم



شکل ۷. خطاهای محاسبه طول و عرض جغرافیایی و زاویه سمت صفحه پایدار در حالت دوم



شکل ۸. خطاهای محاسبه زوایای تراز و سمت جسم در حالت دوم

۳- افقی سازی دقیق باعث بهبود قابل ملاحظه دقت محاسبه سرعت و موقعیت می شود، فارغ از اینکه سمت-یابی اولیه صفحه پایدار چه میزان خطا داشته باشد، بنابراین در این نوع تراز یابی برای داشتن دقت بالا در پارامترهای سرعت و موقعیت، استفاده از عملگرهای کنترلی دقیق هنگام کاربری صنعتی، توصیه می شود. همچنین با توجه به اینکه خطای سمت یابی اولیه، عیناً باعث ایجاد همان خطا در محاسبه زاویه سمت جسم می-شود، توصیه می شود که برای بالا رفتن دقت سمت یابی از تجهیز کمک ناوبری زاویه ای مانند مغناطیس سنج استفاده شود.

برای کارهای آتی در ادامه پژوهش فوق، پیشنهادات زیر قابل بیان است:

- ۱- بررسی روش های تخمین زوایای ناهم تراز ی صفحه پایدار نسبت به افق از طریق ایجاد دوران های مناسب برای صفحه پایدار دقایقی قبل از اجرای الگوریتم ناوبری به منظور جبران خطای تراز یابی در الگوریتم ناوبری
- ۲- بررسی روش های تلفیق خروجی سنسورهای اینرسی و مغناطیس سنج با هدف تخمین دقیق تر زاویه سمت اولیه به منظور کاهش خطای محاسبه زاویه سمت در حین اجرای الگوریتم ناوبری

مراجع

- [1] V. Meleshko, "Inertial navigation systems. Initial exhibition," K.: "Korniyuchuk, 1999. (In Russian)
- [2] J. Tang, H. Bian, H. Ma, and R. Wang, "One-step initial alignment algorithm for SINS in the ECI frame based on the inertial attitude measurement of the CNS," *Sensors*, vol. 22, no. 14, p. 5123, 2022, doi: <https://doi.org/10.3390/s22145123>.
- [3] L. Chang, J. Li, and S. Chen, "Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 3, pp. 784-794, 2014. doi: [10.1109/TIM.2014.2355652](https://doi.org/10.1109/TIM.2014.2355652)
- [4] R. Ghasrizadeh and A. Nikkhah, "improve coarse alignment in inertial navigation system By

نتایج مهم به دست آمده از شبیه سازی به صورت جمع-بندی شده، در چند بند زیر قایل بیان است:

- ۱- خطای ناشی از تراز یابی اولیه نادقیق در این رژیم ناوبری اگرچه باعث خطا در پارامترهای ناوبری می شود، اما این خطا با رشد زمان افزایشی نیست.
- ۲- پریودهای شولر و شبانه روزی در نمودارهای مربوط به خطا ظاهر می شوند که دور از انتظار نیست.
- ۳- خطای محاسبه سرعت های افقی و طول و عرض جغرافیایی به سرعت جسم بستگی ندارد و صرفاً وابسته به خطای افقی سازی اولیه است.
- ۴- خطای سمت یابی اولیه صفحه پایدار، تأثیری در میزان خطای محاسبه سرعت های افقی و طول و عرض جغرافیایی ندارد.
- ۵- خطای محاسبه زاویه سمت صفحه پایدار زمانی بایاس پیدا می کند که سمت یابی اولیه خطا داشته باشد و بایاسی که در آن ایجاد می شود برابر با خطای سمت یابی اولیه است.
- ۶- خطای محاسبه زاویه سمت جسم برابر با خطای سمت یابی اولیه صفحه پایدار است.
- ۷- خطای محاسبه زوایای تراز جسم، نوسانی است در حالیکه خطای محاسبه زاویه سمت آن تقریباً ثابت است.

نتیجه گیری

هدف این پژوهش بررسی اثر خطای تراز یابی اولیه نوع نیمه تحلیلی بر عملکرد سیستم ناوبری اینرسی بود. پس از استخراج معادلات عملکردی ایده آل و واقعی، خطای ناوبری ناشی از تراز یابی نادقیق شبیه سازی شده و نکات و راه حل های زیر هنگام کاربری صنعتی قابل بیان است:

- ۱- بر خلاف خطای سنسورها که باعث ایجاد خطای ناوبری افزایشی با گذر زمان می شوند، خطای ناشی از تراز یابی با گذر زمان افزایشی نیست و لذا تراز یابی نادقیق، اثرات مخرب کمتری نسبت به خطای سنسورها روی پارامترهای ناوبری دارد.
- ۲- نوسانات نامیرای شولر در خطای ناوبری مشاهده می-شود که برای رفع آن ها هنگام کاربری صنعتی، می توان از الگوریتم های اصلاح شده ناوبری اینرسی مانند پسخور و پیشخور استفاده کرد.

- [12] Q. Chen, H. Lin, J. Kuang, Y. Luo and X. Niu, "Rapid Initial Heading Alignment for MEMS Land Vehicular GNSS/INS Navigation System," in *IEEE Sensors Journal*, vol. 23, no. 7, pp. 7656-7666, 1 April, 2023, doi: [10.1109/JSEN.2023.3247587](https://doi.org/10.1109/JSEN.2023.3247587)
- [13] M. Shakibay Senobari, "A new method for accurate alignment and calibration of strapdown INS," *Measurement*, vol. 216, 2023, doi: [10.1016/j.measurement](https://doi.org/10.1016/j.measurement)
- [14] K. R. Britting, "Inertial Navigation Systems Analysis," Wiley-Interscience, 1971
- [15] C. Jekeli, "Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications," Walter de Gruyter, 2001
- [16] A. Lawrence, "Modern Inertial Technology Navigation," Guidance, and Control, Springer, 1998
- [17] E. Bekir, "Introduction to Modern Navigation Systems," World Scientific Publishing, 2007
- [18] M. Ghesmati, J. Heyrani Nobari, M. Arvan, A. Kashaninia, "Gyroscope Drift Error Analysis in the Position-Independent Navigation Algorithm of a stable platform Inertial System," *Journal of Control*, vol. 14, no. 2, , pp. 1-15, 2020, doi: [10.29252/joc.14.2.1](https://doi.org/10.29252/joc.14.2.1)
- [19] Z. Mahmoud, H. Ghanbarpourasl, M.R. Arvan, "Initial Alignment Error Analysis for Gimbaled Navigation System," *The 15th International Conference of Iranian Aerospace Society*, February 2016
- [20] W. Jianzhong. "Research on initial alignment of vehicle strapdown inertial navigation system," *The 2nd 2018 Asian Conference on Artificial Intelligence Technology*, 2018, doi: [10.1049/joe.2018.8323](https://doi.org/10.1049/joe.2018.8323)
- [21] J. Collin, M. Kirkko-Jaakkola, J.Takala, "Effect of Carouseling on Angular Rate Sensor Error," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no.1, pp. 230-240, 2015, doi: [10.1109/TIM.2014.2335921](https://doi.org/10.1109/TIM.2014.2335921)
- the method of Identification the Kalman filter matrix," *Space Science and Technology*, vol. 13, no. 4, pp. 81-90, 2020 (in Persian) doi: [20.1001.1.20084560.1399.13.4.8.4](https://doi.org/20.1001.1.20084560.1399.13.4.8.4)
- [5] W. Zhao, L. Zhou, and G. Song, "A Study on Alignment of analytic Space Stable Inertial Navigation System," in *2019 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pp. 1-6: IEEE 2019, doi: [10.23919/ICINS.2019.8769359](https://doi.org/10.23919/ICINS.2019.8769359).
- [6] S. Wang, Q. Xu, M. Liu, Y. Tang, and R. Lin, "Initial Alignment Algorithm for Platform Inertial Navigation System Based on Fuzzy Kalman Filter," in *2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (GNCC)*, pp. 1-4: IEEE. 2018, doi: [10.1109/GNCC42960.2018.9019079](https://doi.org/10.1109/GNCC42960.2018.9019079)
- [7] S. SalehiAmiri, A. Nikkha, and H. Nobahari, "Extracting the Non-Observable States in Alignment & Calibration Process for Gimbaled Inertial Navigation Systems," *Space Science and Technology*, vol. 7, no. 3, 2014 (in Persian)
- [8] Z. Ding, H. Zhou, S. Zhang, H. Yang, and H. Cai, "Initial self-alignment method for inertial platform on a stationary base," *J. Astronaut*, vol. 38, no. 6, pp. 612-620, 2017, doi: [10.3873/j.issn.1000-1328.2017.06.008](https://doi.org/10.3873/j.issn.1000-1328.2017.06.008)
- [9] M.-A. Massoumnia and R. Rezaii-Far, "Stable platform initial alignment using state feedback controllers," in *[Proceedings 1992] The First IEEE Conference on Control Applications*, pp. 326-329: IEEE, 1992, doi: [10.1109/CCA.1992.269855](https://doi.org/10.1109/CCA.1992.269855)
- [10] S.-A. Zahiripour, "Physical Initial Flight Alignment For Stabilized Platform Inertial Navigation System State Feedback," *Space Science and Technology*, in Press. 2023 (In Persian) doi: [10.30699/jsst.2023.400119.1446](https://doi.org/10.30699/jsst.2023.400119.1446)
- [11] L. Vodicheva, Y. Parysheva and Y. Savel'eva, "Comparative Analysis of Algorithms for Initial Alignment of a Strapdown INS with the Help of a Gimbaled INS," *2023 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-4, doi: [10.23919/ICINS51816.2023.10168515](https://doi.org/10.23919/ICINS51816.2023.10168515).

- [22] D. Unsal, K. Demirbas, "Estimation of Deterministic and Stochastic IMU Error Parameters," *Proceedings of the 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, pp. 862-868, 2012, [doi: 10.1109/PLANS.2012.6236828](https://doi.org/10.1109/PLANS.2012.6236828)
- [23] M. F. Abdel-Hafez, "On the Development of an Inertial Navigation Error-Budget System," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 348, no. 1, pp. 24-44, 2011, [doi: 10.1016/j.jfranklin.2009.02.008](https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2009.02.008)
- [24] I. A. Bar-Itzhack. "Unified Approach to Inertial Navigation System Error Modeling." *In Proceedings of the Guidance, Navigation and Control Conference, Portland, OR, USA, 20-22 August 1990*, [doi: 10.2514/3.20887](https://doi.org/10.2514/3.20887)
- [25] K. Borodacz, C. Szczepański, "Impact of Motion-Dependent Errors on the Accuracy of an Unaided Strapdown Inertial Navigation System," *Sensors*, vol. 23, no. 7, 2023, [doi: 10.3390/s23073528](https://doi.org/10.3390/s23073528)
- [26] V.V. Meleshko, "Strapdown Inertial Navigation Systems," Polymed-Service, 2011, (In Russian)