

تحلیل تغییرات کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته روی ارتعاشات یک پوسته استوانه ای تقویت شده تحت بارهای محوری با شرایط تکیه گاهی نامتقارن

محمد رضا عیسوند زیبایی*، میثم نوری نیارکی^۲

۱- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی اندیمشک، واحد اندیمشک، اندیمشک، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۰۹)

چکیده

در این مقاله، تحلیل تغییرات کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته روی ارتعاشات یک پوسته استوانه ای تقویت شده تحت بارهای محوری بررسی شده است. صفحات پوسته مدرج تابعی پیوسته مطابق با توزیع کسر حجمی صفحات با ترکیبی از فولاد ضد زنگ و نیکل تشکیل شده است. این ترکیب در جهت ضخامت از یک سطح پوسته به سطح دیگری درجه بندی می شوند و توسط توزیع کسر حجمی صفحات ماده کنترل می شوند. معادلات مدل پوسته استوانه ای مدرج تابعی تحت بارهای محوری بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی بدست می آیند. معادلات حرکت به روش انرژی و بکار بردن روش ریتز استخراج شده اند. شرایط تکیه گاهی نامتقارن در لبه های دو انتهای مدل پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویت شده به صورت گیردار-آزاد، گیردار-ساده و آزاد-لغزشی در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از روش ارائه شده با نتایج دیگر محققان مقایسه و تطابق بسیار خوبی مشاهده شده است. در نهایت اثر تغییرات کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته، بارهای محوری، تقویت کننده و شرایط تکیه گاهی نامتقارن روی ارتعاشات یک پوسته استوانه ای مورد مطالعه قرار گرفته است.

واژه های کلیدی: کسر حجمی، ماده مدرج تابعی، ارتعاشات، بار محوری، تکیه گاه نامتقارن

Analysis variations of volume fraction continuous functionally graded materials plates on the vibration of reinforced cylindrical shell under axial Loads with asymmetric boundary conditions

Abstract

In this paper, Analysis variations of volume fraction continuous functionally graded materials on the vibration of reinforced cylindrical shell under axial loads with asymmetric boundary conditions are studied. The functionally graded plates shell is made in accordance to the volume fraction plates from two constituents namely stainless steel and nickel. These constituents are graded through the thickness direction, from one surface of the shell to the other and are controlled by volume fraction plates distribution. The reinforced functionally graded shell equations with axial loads are established based on first order shear deformation theory. The governing equations were employed with energy functional by applying Ritz method. The asymmetric boundary conditions represented by end conditions of the functionally graded shell are clamped-free, clamped-simply support and free-sliding. For validity and accuracy of the present methodology, the results obtained are compared with those available in the literature. Effects of volume fractional variations of functionally graded, axial loads, reinforced and asymmetric boundary condition on vibration of reinforced functionally graded cylindrical shell model are studied.

Key words: Volume fraction, Functionally graded material, Vibration, Axial loads, asymmetric boundary conditions

* نویسنده پاسخگو: محمد رضا عیسوند زیبایی ، تلفن: ۰۹۱۶۳۴۴۲۹۸۲ ، پست الکترونیک: esvandzebaei@yahoo.com
این مقاله تحت لایسنس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لایسنس از آدرس <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمایید.



مقدمه

پوسته‌ها معمولاً به عنوان اجزای سازنده در کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این پوسته‌ها معمولاً منحنی هستند و بارها را توسط انحنای خود تحمل می‌کنند [۱]. پوسته‌های استوانه‌ای در انواع مختلفی از کاربردهای مهندسی از جمله ساختار هواپیما، کشتی، موشک، زیر دریایی و مخازن نفت مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲].

برخی از محققان رفتار دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند و از روش اجزا محدود برای بررسی خصوصیات فرکانس‌های طبیعی پوسته استفاده کردند [۳]. بلوینز تجزیه و تحلیل فرکانس‌های طبیعی و شکل مود یک پوسته استوانه‌ای را مورد مطالعه قرار داد [۴]. جوهری و همکاران استفاده از نظریه چهار متغیره را برای تحلیل ارتعاشات یک پوسته استوانه‌ای مورد مطالعه قرار دادند [۵].

در سال‌های اخیر کار بر روی مواد مدرج تابعی بسیاری از محققان را به خود جذب کرده است و تحقیق در این زمینه در سرتاسر دنیا بسیار محبوب شده است. مواد مدرج تابعی، مواد کامپوزیتی پیشرفته‌ای هستند که خواص آنها به طور پیوسته از ماده‌ای به ماده دیگر با یک شیب مشخصی تغییر می‌کنند. به دلیل خواص مکانیکی و حرارتی این مواد از آنها به عنوان یک سپر حرارتی در محیط‌های با درجه حرارت بالا استفاده می‌شود [۶].

مواد مدرج تابعی از دو مادهٔ سرامیک و فلز ساخته می‌شوند. با توجه به اینکه مادهٔ سرامیک مقاومت بالایی در برابر درجه حرارت دارد می‌تواند حرارت بالا را تحمل کند و ماده فلز انعطاف‌پذیری مورد نیاز را فراهم می‌کند. این مواد دارای خواص متعددی همچون خواص مکانیکی، الکتریکی، حرارتی می‌باشند در نتیجه دارای کاربردهای زیادی می‌باشند. از کاربردهای مواد تابعی می‌توان به پوشش‌های مقاوم به خوردگی و فرسایش، مبدل‌های حرارتی، ژنراتورهای ترموالکتریک، اجزای ماشین‌های حرارتی، روکش‌های پلاسما برای راکتورهای همجوشی هسته‌ای و اتصالات عایق الکتریسیته اشاره کرد. این مواد در بیوتکنولوژی در استخوان‌ها و دندان‌های مصنوعی نیز کاربرد دارند. مهمترین مزیت مواد مدرج تابعی نسبت به مواد کامپوزیتی، عدم ناپیوستگی در سرتاسر لایه‌های همجوار و جلوگیری از عدم موفقیت در اثر کاربردهای با دمای بالا می‌باشد. این مشکل باعث شد تا در اوایل دهه ۱۹۸۰ توجه دانشمندان ژاپنی را به

خود جلب کند. در سال ۱۹۸۷ یک پروژه ملی در ژاپن با عنوان مطالعه و توسعه مواد مدرج تابعی آغاز شد و پس از آن اولین مقاله در مورد مواد مدرج تابعی در سال ۱۹۸۷ منتشر شد [۷].

پوسته‌های مدرج تابعی عموماً در ساختارهای موتور موشک‌ها، پوشش‌های مقاوم طرح‌های فضایی، راکتورهای اتمی، سپرهای حرارتی فضاپیماها، توربین‌ها و زیر دریایی‌ها استفاده می‌شوند [۸]. پوسته مدرج تابعی شامل ترکیبی از فلز و سرامیک ساخته می‌شود به طوری که بخش سرامیک جهت مقاومت در برابر حرارت و بخش فلز جهت مقاومت مکانیکی استفاده می‌شوند [۹].

ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی ضخیم توسط ظفرمند و حسنی مورد مطالعه قرار گرفت [۱۰]. آنها فرکانس‌های طبیعی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی بر اساس تکیه‌گاه‌های ساده را مورد بررسی قرار دادند. اقبال و همکاران خصوصیات فرکانس‌های طبیعی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی بر اساس انتشار موج را مورد مطالعه و تحقیق قرار دادند [۱۱].

ارتعاشات یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی در بستر الاستیک توسط شن مورد مطالعه قرار گرفت [۱۲]. بیک و نوین ارتعاشات یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی بر اساس معادلات اصلاح شده دائل را مورد مطالعه قرار دادند [۱۳]. استروزی و پلیکانو ارتعاشات غیر خطی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی را تحلیل کردند [۱۴].

بررسی و مطالعه ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای با تقویت کننده و بار محوری بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در صنعت، از آنها به عنوان پوسته‌های استوانه‌ای طولی استفاده می‌شوند مانند هواپیماها، زیردریایی‌ها و غیره. این پوسته‌های استوانه‌ای بدون تقویت کننده‌ها به علت کاهش استحکام دستخوش تغییر شکل و در نهایت منجر به شکست می‌شوند. تا کنون در هیچکدام از کارهای انجام شده در زمینه ارتعاشات پوسته‌ها، اثر همزمان پارامترهای تغییرات کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته، تقویت کننده و بار محوری روی یک مدل پوسته استوانه‌ای آن هم با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی و شرایط تکیه‌گاهی نامتقارن بررسی نشده است. هدف از این تحقیق مطالعه یک روش تحلیلی برای اثر تغییرات کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته روی

$$\bar{Q}_j(T) = Q_{0,j} Q_{1,j} T^{1+1} + Q_{2,j} T^2 + Q_{3,j} T^3 \quad (4)$$

که در این معادله $Q_{0,j}, Q_{1,j}, Q_{2,j}, Q_{3,j}$ ضرایب دما برای ماده تشکیل دهنده می باشد. در این تحقیق، مواد پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری از جنس فولاد ضد زنگ و نیکل تشکیل شده است که در آن E مدول یانگ، ν نسبت پواسون و ρ چگالی می باشند و به صورت زیر بیان می شوند:

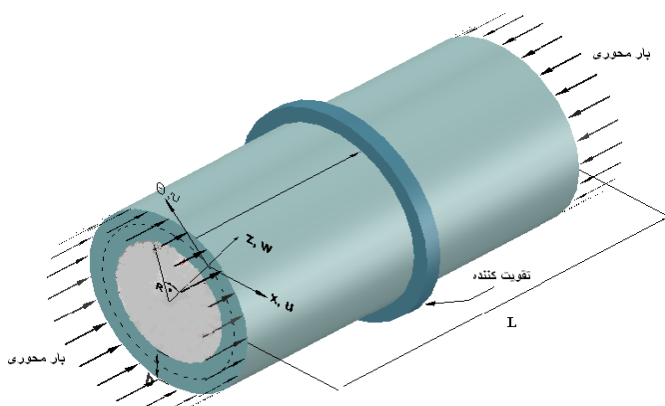
$$E_{fgm}(T, z) = (E_2(T) - E_1(T)) \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right)^N + E_1(T) \quad (5)$$

$$\nu_{fgm}(T, z) = (\nu_2(T) - \nu_1(T)) \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right)^N + \nu_1(T) \quad (6)$$

$$\rho_{fgm}(T, z) = (\rho_2(T) - \rho_1(T)) \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right)^N + \rho_1(T) \quad (7)$$

تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی

شکل ۱ مدل طرح کلی مسئله مورد بحث در این تحقیق را نشان می دهد که در آن یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بارهای محوری با ضخامت h ، شعاع R ، طول L ، موقعیت تقویت کننده b و بار محوری F قرار دارد. یک سیستم مختصات متعامد در سطح میانی پوسته مدرج تابعی در امتداد x, θ, z انتخاب شده است. تغییر مکان های پوسته استوانه ای مدرج تابعی u, v, w در سطح میانی پوسته در نظر گرفته می شود. مواد تشکیل دهنده پوسته استوانه ای مدرج تابعی از فولاد ضد زنگ و نیکل تشکیل شده است.



شکل ۱- پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی تحت بارهای محوری

ارتعاشات یک پوسته استوانه ای تقویتی نازک با بار محوری می باشد. پوسته مدرج تابعی مطابق با توزیع کسر حجمی با ترکیبی از فولاد ضد زنگ و نیکل تشکیل شده است. معادلات پوسته استوانه ای مدرج تابعی با بار محوری بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی بدست آمده است. معادلات حرکت با استفاده از روش انرژی و بکار بردن روش حل ریتز استخراج شده اند. شرایط تکیه گاهی نامتقارن در لبه های دو انتهای پوسته مدرج تابعی به صورت گیردار-آزاد، گیردار-ساده و آزاد-لغزشی در نظر گرفته شده است.

اثر تغییرات کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته، بارهای محوری، تقویت کننده و شرایط تکیه گاهی نامتقارن با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی روی ارتعاشات یک پوسته استوانه ای مورد ارزیابی و بررسی قرار گرفته شده است.

صفحات مدرج تابعی پیوسته

صفحات مدرج تابعی از ترکیب مواد مختلفی ساخته می شوند. توزیع کسر حجمی هر فاز از ماده با یک درجه خاص در جهت ضخامت متفاوت است. بنابراین خواص صفحات مدرج تابعی در جهت ضخامت تغییر می کنند. اثر خواص صفحات مدرج تابعی Q_{fgm} بستگی به خواص و کسر حجمی ماده تشکیل دهنده دارد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$Q_{fgm}(T, z) = \sum_{j=1}^k \bar{Q}_j(T) V_{fj}(z) \quad (1)$$

که در این معادله $\bar{Q}_j(T)$ خواص ماده و $V_{fj}(z)$ توزیع کسر حجمی برای ماده تشکیل دهنده می باشد.

برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی پیوسته تقویتی با بارهای محوری ساخته شده از دو ماده مختلف کسرهای حجمی $V_{f1}(z)$ و $V_{f2}(z)$ به صورت زیر بیان می شوند:

$$V_{f1}(z) = 1 - \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^N, \quad V_{f2}(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^N \quad (2)$$

$$V_{f1}(z) + V_{f2}(z) = 1 \quad (3)$$

که توان کسر حجمی صفحات مدرج تابعی پیوسته N یک عدد بین $0 \leq N \leq \infty$ و Z فاصله شعاعی اندازه گیری شده از سطح میانی پوسته می باشد. مواد مدرج تابعی خواص آنها وابسته به دما می باشد. خواص مواد $\bar{Q}_j(T)$ می تواند به صورت تابعی از دما به شرح زیر تعریف شود:

$$\bar{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial u_0(x, \theta)}{\partial x} + z \frac{\partial \psi_x(x, \theta)}{\partial x} \quad (16)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{\partial v_0(x, \theta)}{R \partial \theta} + z \frac{\partial \psi_\theta(x, \theta)}{R \partial \theta} + \frac{w_0(x, \theta)}{R} \quad (17)$$

$$\bar{\varepsilon}_{x\theta} = \frac{\partial v_0(x, \theta)}{\partial x} + \frac{\partial u_0(x, \theta)}{R \partial \theta} + z \left(\frac{\partial \psi_x(x, \theta)}{R \partial \theta} + \frac{\partial \psi_\theta(x, \theta)}{\partial x} \right) \quad (18)$$

$$\bar{\varepsilon}_{xz} = \psi_x(x, \theta) + \frac{\partial v_0(x, \theta)}{\partial x} \quad (19)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\theta z} = \psi_\theta(x, \theta) + \frac{\partial v_0(x, \theta)}{R \partial \theta} \quad (20)$$

روابط تنش-کرنش برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویته با بار محوری بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\{\bar{\sigma}\} = [\bar{Q}] \{\bar{\varepsilon}\} \quad (21)$$

که در این معادله $\{\bar{\varepsilon}\}$ بردارهای تنش، کرنش و $[\bar{Q}]$ ماتریس سختی می باشند و به صورت زیر بیان می شوند [۱۵]

$$\{\bar{\sigma}\}^T = \{\bar{\sigma}_{xx} \bar{\sigma}_{\theta\theta} \bar{\sigma}_{x\theta} \bar{\sigma}_{xz} \bar{\sigma}_{\theta z}\} \quad (22)$$

$$\{\bar{\varepsilon}\}^T = \{\bar{\varepsilon}_{xx} \bar{\varepsilon}_{\theta\theta} \bar{\varepsilon}_{x\theta} \bar{\varepsilon}_{xz} \bar{\varepsilon}_{\theta z}\} \quad (23)$$

$$[\bar{Q}] = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix} \quad (24)$$

سپس معادله (۲۱) به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{12} \\ \bar{\sigma}_{13} \\ \bar{\sigma}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11} \\ \bar{\varepsilon}_{22} \\ \bar{\varepsilon}_{12} \\ \bar{\varepsilon}_{13} \\ \bar{\varepsilon}_{23} \end{bmatrix} \quad (25)$$

برای یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویته با بار محوری اجزای ماتریس سختی $[\bar{Q}]$ به صورت زیر تعریف می گردند:

$$\bar{Q}_{11} = \frac{E(z)}{1 - \nu^2(z)}, \bar{Q}_{12} = \frac{\nu(z)E(z)}{A(1 - \nu^2(z))} \quad (26)$$

میدان جابجایی بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویته با بار محوری به صورت زیر بیان می شود [۱۵]

$$\begin{aligned} u(x, \theta, z) &= u_0(x, \theta) + z \psi_x(x, \theta) \\ v(x, \theta, z) &= v_0(x, \theta) + z \psi_\theta(x, \theta) \\ w(x, \theta, z) &= w_0(x, \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن $u(x, \theta, z)$ ، $v(x, \theta, z)$ و $w(x, \theta, z)$ اجزای جابه جایی در جهات x ، θ و z ، $u_0(x, \theta)$ ، $v_0(x, \theta)$ و $w_0(x, \theta)$ اجزای جابجایی در سطح میانی پوسته استوانه ای مدرج تابعی و $\psi_x(x, \theta)$ ، $\psi_\theta(x, \theta)$ نرمال های چرخشی سطح میانی پوسته استوانه ای مدرج تابعی می باشند.

روابط کرنش-جابجایی برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویته با بار محوری بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\bar{\varepsilon}_{xx} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u(x, \theta, z)}{\partial x} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial v(x, \theta, z)}{\partial \theta} + \frac{w(x, \theta, z)}{R_1} \quad (9)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial v(x, \theta, z)}{\partial \theta} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial u(x, \theta, z)}{\partial x} + \frac{w(x, \theta, z)}{R_2} \quad (10)$$

$$\bar{\varepsilon}_{x\theta} = \frac{A_2}{A_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v(x, \theta, z)}{A_2} \right) + \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{u(x, \theta, z)}{A_1} \right) \quad (11)$$

$$\bar{\varepsilon}_{xz} = A_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u(x, \theta, z)}{A_1} \right) + \frac{1}{A_1} \frac{\partial v(x, \theta, z)}{\partial x} \quad (12)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\theta z} = A_2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v(x, \theta, z)}{A_2} \right) + \frac{1}{A_2} \frac{\partial u(x, \theta, z)}{\partial \theta} \quad (13)$$

$$\bar{\varepsilon}_{zz} = 0 \quad (14)$$

تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی توسط اثرات تغییر شکل برشی در فرمول بندی پوسته استوانه ای مدرج تابعی در نظر گرفته می شود. در این روابط A_1 و A_2 پارامترهای لامه می باشند و به صورت زیر بیان می شوند [۱۵].

$$A_1 = \frac{\partial r}{\partial x}, A_2 = \frac{\partial r}{\partial \theta} \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در روابط کرنش-جابجایی و به کار بردن سیستم مختصات استوانه ای روابط زیر بدست می‌آیند:

معادلات انرژی

حال به بررسی انرژی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با
بار محوری پرداخته می‌شود

انرژی کرنشی

انرژی کرنشی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با بار
محوری بر اساس روش انرژی به شرح زیر است [۱۷]

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \{\varepsilon\}^T [I] \{\varepsilon\} R d\theta dx \quad (37)$$

انرژی جنبشی

انرژی جنبشی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با بار
محوری بر اساس روش انرژی به شرح زیر است [۱۷]

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \rho_T \left\{ \left(\frac{\partial w_0(x, \theta)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0(x, \theta)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_0(x, \theta)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_x(x, \theta)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta(x, \theta)}{\partial t} \right)^2 \right\} R d\theta dx \quad (38)$$

که در این معادله ρ_T چگالی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\rho_T = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz \quad (39)$$

انرژی بار محوری

انرژی بار محوری یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی بر اساس
روش انرژی به صورت زیر بدست می‌آید. نیروها به صورت
محوری بر پوسته وارد می‌شوند که اثر آنها به پوسته بر اساس
روش انرژی محاسبه می‌شود. [۱۷]

$$V = \int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{P}{2} \left\{ \left[\frac{\partial^2 w_0(x, \theta)}{\partial \theta^2} + w_0(x, \theta) \right] w_0(x, \theta) \right\} d\theta dx \quad (40)$$

در نهایت تابع انرژی برای پاسخ فرکانس طبیعی یک پوسته
استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری بر اساس روش
انرژی به صورت زیر بدست می‌آید

$$F = U - T + V \quad (41)$$

$$\bar{Q}_{21} = \frac{\nu(z)E(z)}{1-\nu^2(z)}, \bar{Q}_{22} = \frac{E(z)}{A(1-\nu^2(z))} \quad (27)$$

$$\bar{Q}_{66} = \frac{E(z)}{2A(1-\nu(z))}, \bar{Q}_{44} = K \frac{E(z)}{2(1-\nu(z))} \quad (28)$$

$$\bar{Q}_{55} = K \frac{E(z)}{2(1-\nu(z))}, A = 1 + \frac{z}{R} \quad (29)$$

منتجه‌ها به صورت زیر تعریف می‌گردند [۱۶]

$$\{N_x, N_\theta, N_{x\theta}, H_x, H_\theta\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{12}, \bar{\sigma}_{13}, \bar{\sigma}_{23}\} dz \quad (30)$$

$$\{M_x, M_\theta, M_{x\theta}\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{12}\} z dz \quad (31)$$

پس از جایگزینی معادلات (۱۶) تا (۲۰) در معادله (۲۵) و
سپس جایگزین کردن در معادلات (۳۰) و (۳۱) فرم ترکیبی
منتجه‌ها به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$\{N\} = [I] \{\varepsilon\} \quad (32)$$

که در این معادله $\{N\}$ ، $[I]$ و $\{\varepsilon\}$ عبارتند از:

$$\{N\}^T = \{N_x, N_\theta, N_{x\theta}, M_x, M_\theta, M_{x\theta}, H_x, H_\theta\} \quad (33)$$

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}\} \quad (34)$$

$$[I] = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{16} & Y_{11} & Y_{12} & Y_{16} & 0 & 0 \\ X_{12} & X_{22} & X_{26} & Y_{12} & Y_{22} & Y_{26} & 0 & 0 \\ X_{16} & X_{26} & X_{66} & Y_{16} & Y_{26} & Y_{66} & 0 & 0 \\ Y_{11} & Y_{12} & Y_{16} & Z_{11} & Z_{12} & Z_{16} & 0 & 0 \\ Y_{12} & Y_{22} & Y_{26} & Z_{12} & Z_{22} & Z_{26} & 0 & 0 \\ Y_{16} & Y_{26} & Y_{66} & Z_{16} & Z_{26} & Z_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & kV_{44} & kV_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & kV_{45} & kV_{55} \end{bmatrix} \quad (35)$$

که در معادله (۳۵)، X_{ij} ، Y_{ij} ، Z_{ij} به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$(X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, Z, Z^2) dz, \quad V_{ij} = K \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz \quad (36)$$

میدان جابجایی

در این پوسته استوانه ای شرایط مرزی نامتقارن گیردار-آزاد، گیردار- ساده و آزاد- لغزشی که لبه های $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ و $\mathbf{x} = \mathbf{L}$ را ارضا می کند به شرح زیر می باشند
 شرایط مرزی لغزشی:

$$u = 0, \vartheta = 0, \omega = 0, M_x = 0, x = 0, l \quad (44)$$

شرایط مرزی آزاد:

$$N_x = 0, N_{x\vartheta} = 0, Q_x = 0, M_x = 0, x = 0, l \quad (45)$$

شرایط مرزی گیردار:

$$u = 0, \vartheta = 0, \omega = 0, \partial w / \partial x = 0, x = 0, l \quad (46)$$

روش ریتز

در این تحقیق، از روش ریتز برای پاسخ فرکانس طبیعی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری بر اساس روش انرژی استفاده شده است و تابع انرژی به صورت زیر تعریف می شود [۲۰]

$$F = U_{\max} - T_{\max} + V_{\max} \quad (47)$$

با جایگزینی معادله (۴۲) در معادلات (۳۷)، (۳۸) و (۴۰) و به کار بردن روش ریتز با به حداقل رساندن تابع انرژی F خواهیم داشت

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(U_{\max} - T_{\max} + V_{\max})}{\partial \bar{E}_1} &= 0 \\ \frac{\partial(U_{\max} - T_{\max} + V_{\max})}{\partial \bar{E}_2} &= 0 \\ \frac{\partial(U_{\max} - T_{\max} + V_{\max})}{\partial \bar{E}_3} &= 0 \\ \frac{\partial(U_{\max} - T_{\max} + V_{\max})}{\partial \bar{E}_4} &= 0 \\ \frac{\partial(U_{\max} - T_{\max} + V_{\max})}{\partial \bar{E}_5} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

میدان جابجایی برای فرکانس های طبیعی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری بر اساس روش انرژی به صورت زیر تعریف می شود [۱۸]

$$\begin{aligned} u_0(x, \theta) &= \bar{E}_1 \frac{\partial \Omega(x)}{\partial x} \cos(n\theta) \cos(\omega t) \\ v_0(x, \theta) &= \bar{E}_2 \Omega(x) \sin(n\theta) \cos(\omega t) \\ w_0(x, \theta) &= \bar{E}_3 \Omega(x) \prod_{i=1}^H (x - b_i)^{\mu_i} \cos(n\theta) \cos(\omega t) \\ \psi_x(x, \theta) &= \bar{E}_4 \frac{\partial \Omega(x)}{\partial x} \cos(n\theta) \cos(\omega t) \\ \psi_\theta(x, \theta) &= \bar{E}_5 \Omega(x) \sin(n\theta) \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (42)$$

$\Omega(x)$ تابع محوری می باشد که در شرایط مرزی صدق می کند. b_i موقعیت تقویت کننده، H تعداد تقویت کننده، μ_i پارامتری است که با توجه به وجود یک تقویت کننده مقدارش یک می باشد. تابع محوری $\Omega(x)$ به عنوان یک تابع تیر و به صورت زیر انتخاب می شود [۱۹]

$$\Omega(x) = \Psi_1 \cosh\left(\frac{\Phi_m x}{L}\right) + \Psi_2 \cos\left(\frac{\Phi_m x}{L}\right) - \mu_m (\Psi_3 \sinh\left(\frac{\Phi_m x}{L}\right) + \Psi_4 \sin\left(\frac{\Phi_m x}{L}\right)) \quad (43)$$

در این تحقیق تعداد تقویت کننده یک عدد می باشد که این تقویت کننده دقیقاً در وسط پوسته تابعی می باشد چون بیشترین فرکانس های طبیعی زمانی است که تقویت کننده دقیقاً در وسط پوسته قرار دارد. در معادله بالا مقادیر برای شرایط مرزی گیردار-آزاد، گیردار- ساده و آزاد- لغزشی مطابق با جدول شماره ۱ داده شده است.

جدول ۱- مقادیر برای شرایط مرزی گیردار-آزاد، گیردار- ساده و آزاد- لغزشی

| μ_m | $\Psi_i (i = 1, 2, 3, 4)$ | Φ_m | شرایط مرزی |
|---------|--|-----------------------|-------------|
| | $\Psi_1 = 1, \Psi_2 = -1$ $\Psi_3 = 1, \Psi_4 = -1$ | $\frac{(4m-1)\pi}{4}$ | گیردار-آزاد |
| | $\Psi_1 = 1, \Psi_2 = 1$ $\Psi_3 = 1, \Psi_4 = 1$ | $\frac{(4m-1)\pi}{4}$ | آزاد-لغزشی |
| | $\Psi_1 = 1, \Psi_2 = -1$ $\Psi_3 = 1, \Psi_4 = -1$ | $\frac{(4m+1)\pi}{4}$ | گیردار-ساده |

جدول ۲ - خواص مواد برای یک پوسته استوانه ای تابعی مدرج

| ضریب درجه حرارت | فولاد ضد زنگ | | | نیکل | | |
|--------------------|---------------------------|--------------------------|------------------|---------------------------|----------|------------------|
| | $E(Nm^{-2})$ | ν | $\rho(kgm^{-3})$ | $E(Nm^{-2})$ | ν | $\rho(kgm^{-3})$ |
| Q_0 | $1.0^9 \times 2.01,04$ | $0,3262$ | ۸۱۶۶ | $1.0^9 \times 223,95$ | $0,3100$ | ۸۹۰۰ |
| Q_{-1} | . | . | . | . | . | . |
| Q_1 | $1.0^{-4} \times 3,079$ | $1.0^{-4} \times 2,002-$ | . | $1.0^{-4} \times 2,794-$ | . | . |
| Q_2 | $1.0^{-7} \times 6,534-$ | $1.0^{-7} \times 3,797$ | . | $1.0^{-9} \times 3,998-$ | . | . |
| Q_3 | . | . | . | . | . | . |
| Q | $1.0^{11} \times 2,07788$ | $0,317756$ | ۸۱۶۶ | $1.0^{11} \times 2,05098$ | $0,3100$ | ۸۹۰۰ |

جدول ۳ - مقایسه فرکانس های طبیعی برای یک پوسته استوانه ای تابعی مدرج بدون تقویت کننده و بار محوری با شرایط مرزی ساده
($L/R = 20, R = 1, N = 1$)

| h/R | m | n | فرکانس طبیعی (Hz) | |
|-------|-----|-----|-------------------|------------|
| | | | Loy et al. (۲۱) | تحقیق حاضر |
| ۰,۰۰۲ | ۱ | ۱ | ۴,۱۵۶ | ۴,۰۶۳ |
| | ۱ | ۲ | ۴,۴۸۰ | ۴,۰۲۱ |
| | ۱ | ۳ | ۷,۰۳۸ | ۷,۱۰۵ |
| | ۱ | ۴ | ۱۱,۲۴ | ۱۱,۵۶ |
| | ۱ | ۵ | ۱۳,۲۱ | ۱۳,۶۹ |
| | ۱ | ۶ | ۱۶,۴۵ | ۱۶,۲۲ |
| | ۱ | ۷ | ۲۲,۶۳ | ۲۲,۳۰ |
| | ۱ | ۸ | ۲۹,۷۷ | ۳۰,۱۱ |
| | ۱ | ۹ | ۳۷,۸۶ | ۳۷,۵۶ |
| | ۱ | ۱۰ | ۴۶,۹۰ | ۴۶,۳۹ |

در معادله بالا برای داشتن جواب غیر صفر باید دترمینان
ماتریس ضرایب به صورت زیر صفر شود

$$(\delta_0) |C_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3, 4, 5)$$

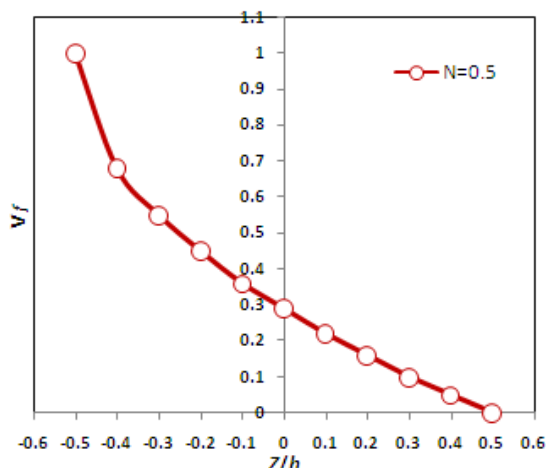
در نهایت با حل معادله معادله (δ_0) خواهیم داشت

$$\delta_0 \omega^{10} + \delta_1 \omega^8 + \delta_2 \omega^6 + \delta_3 \omega^4 + \delta_4 \omega^2 + \delta_5 = 0 \quad (\delta_1)$$

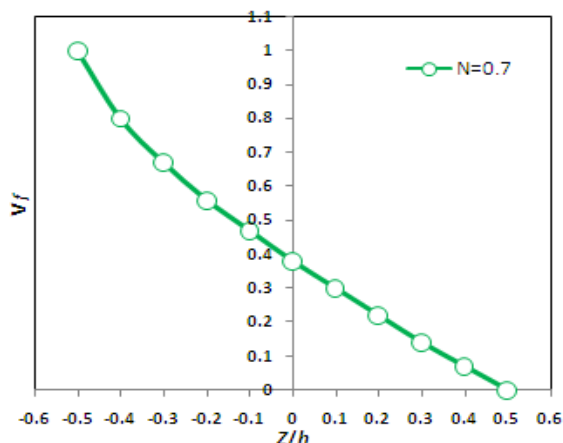
معادله مشخصه درجه ۱۰ بالا دارای پنج جواب مثبت و پنج
جواب منفی می باشد. جواب های مثبت فرکانس های طبیعی

در رابطه (۴۸) پنج معادله حرکت وجود دارد، بنابراین معادله
مقدار مشخصه به صورت زیر بدست می آید

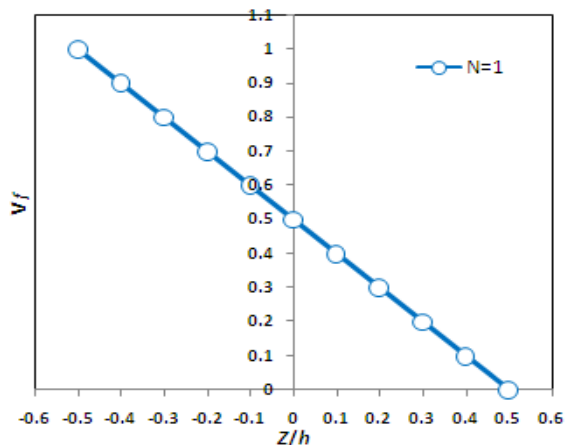
$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \bar{E}_3 \\ \bar{E}_4 \\ \bar{E}_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (49)$$



شکل ۲- تغییرات کسر حجمی V_f در جهت متغییر ضخامت Z/h با توان کسر حجمی $N=0.5$ برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری



شکل ۳- تغییرات کسر حجمی V_f در جهت متغییر ضخامت Z/h با توان کسر حجمی $N=0.7$ برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری



شکل ۴- تغییرات کسر حجمی V_f در جهت متغییر ضخامت Z/h با توان کسر حجمی $N=1$ برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری

پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری هستند که کوچکترین آنها جواب مورد قبول در این تحقیق می باشد.

پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری مطابق با تغییرات کسر حجمی صفحات با ترکیبی از فولاد ضد زنگ و نیکل تشکیل شده است که خواص این مواد در جدول ۲ نشان داده شده است.

همگرایی و مقایسه پژوهش

به منظور تحلیل بهتر فرکانس های طبیعی یک پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی و بررسی صحت روابط ارائه شده، نتایج حاصل با نتایج منتشر شده در مقالات معتبر دیگر مقایسه شده است. در جدول ۳ مقایسه فرکانس طبیعی پوسته استوانه ای تابعی بدون تقویت کننده و بار محوری در نظر گرفته و نتایج بدست آمده با مرجع ۱۷ مقایسه گردیده است. تطابق بین نتایج ارائه شده نشان از دقت و صحت روش ارائه شده دارد. با این حال تفاوت بسیار جزئی نتایج به علت استفاده از نظریه مرتبه اول در تحقیق در مقایسه با تئوری کلاسیک استفاده شده در مرجع ۱۷ می باشد.

بحث بر روی نتایج

تغییرات کسر حجمی صفحات یک ماده مدرج تابعی

تغییرات کسر حجمی صفحات فولاد ضد زنگ و نیکل برای رفتار مواد واقع شده در سطوح داخلی و خارجی در لایه های یک پوسته استوانه ای تقویتی با بار محوری در شکل های ۲ تا ۷ نشان داده شده است. در این اشکال رفتار کسر حجمی صفحات مواد تشکیل دهنده از یک مقدار ماکزیمم در جهت ضخامت کاهش می یابند. همچنین برای $z/h < 0$ و $N < 1$ ، نرخ کاهش کسر حجمی صفحات سریع می باشد در حالی که برای $z/h > 0$ و $N < 1$ ، نرخ کاهش کسر حجمی صفحات به آهستگی می باشد.

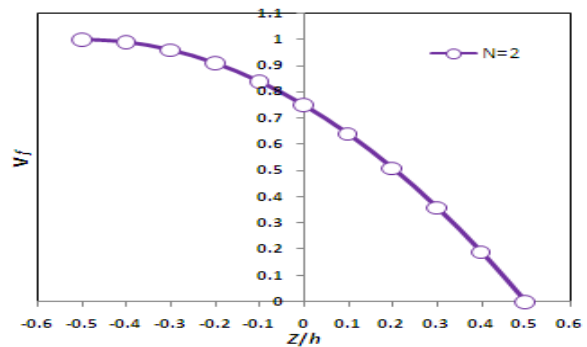
به دلیل عملکرد مواد گرادیان، وقتی کسرهای حجمی تشکیل دهنده N تغییر می کنند خصوصیات فرکانس ها تغییر می کنند. این کار با تغییر قانون توان انجام می شود. بنابراین کسرهای حجمی و ترکیبات مواد تشکیل دهنده بر فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای تابعی تأثیر می گذارند.

تغییرات فرکانس های طبیعی با کسرهای حجمی مختلف

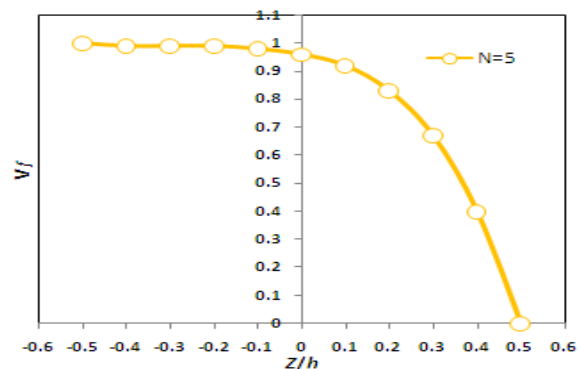
جداول ۴ تا ۶ تغییرات فرکانس های طبیعی با اعداد موج محیطی برای کسرهای حجمی مختلف یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری را نشان می دهند. کسرهای حجمی مختلف در نظر گرفته شده برای این جداول ۰,۵, ۰,۵, ۰,۵, ۰,۵ می باشند. در این جداول تحلیل بر اساس بار محوری ۷۰۰ کیلو پاسکال و موقعیت تقویت کننده در مرکز پوسته استوانه ای مدرج تابعی می باشد. همان گونه که در جداول دیده می شود مقادیر مختلف کسرهای حجمی با بار محوری روی فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای تابعی تقویتی اثر می گذارند.

ساختار مواد مدرج تابعی در این پژوهش به شکلی است که نیکل در سطح داخلی پوسته استوانه ای و فولاد ضد زنگ در سطح خارجی پوسته استوانه ای قرار میگیرد و خواص آن از لایه داخلی به لایه بیرونی تغییر می کند. مقدار N در معادله ۲ توان کسر حجمی می باشد و بیانگر چگونگی تغییرات خواص مواد در راستای ضخامت است. افزایش توان کسر حجمی در پوسته استوانه ای مدرج تابعی که دارای تغییرات خواص در راستای ضخامت می باشد باعث می شود که فرکانس های طبیعی پوسته کاهش پیدا کنند. به ازای مقادیر توانهای کسر حجمی بالاتر تغییرات فرکانس های طبیعی بیشتر می شود. این نتیجه در مورد فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری نیز صادق است و باعث می شود که فرکانس های طبیعی کاهش پیدا کنند. این تغییرات و کاهش فرکانس های طبیعی برای شرایط مختلف تکیه گاهی متفاوت است.

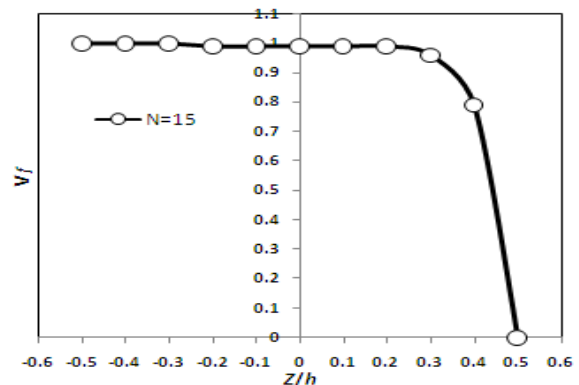
با توجه به اینکه خواص مواد مدرج تابعی با کسرهای حجمی مختلف با بار محوری در جهت ضخامت تغییر می کنند، بنابراین به دلیل این پیکربندی فرکانس های طبیعی با افزایش کسرهای حجمی مختلف برای شرایط مرزی مختلف کاهش می یابند. همچنین ترتیب مواد مدرج تابعی، افزایش و کاهش فرکانس های طبیعی با کسرهای حجمی مختلف را تعیین می کند. نتایج نشان می دهد که فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای تقویتی با بار محوری با توزیع مواد مدرج تابعی به وسیله مقادیر مختلف کسرهای حجمی تعیین می شوند. نتایج بدست آمده در جداول نشان می دهند که



شکل ۵- تغییرات کسر حجمی V_f در جهت متغییر ضخامت Z/h با توان کسر حجمی $N=2$ برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری



شکل ۶- تغییرات کسر حجمی V_f در جهت متغییر ضخامت Z/h با توان کسر حجمی $N=5$ برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری



شکل ۷- تغییرات کسر حجمی V_f در جهت متغییر ضخامت Z/h با توان کسر حجمی $N=15$ برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری

خصوصیات فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی برای مقادیر مختلف کسرهای حجمی با بار محوری برای شرایط مرزی مختلف متفاوت می باشند.

جدول ۴- تغییرات فرکانس های طبیعی با اعداد موج محیطی برای کسرهای حجمی مختلف یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار

محوری تحت شرایط مرزی گیردار-آزاد ($h/R = 0.002, L/R = 20$)

| n | m | F = 700 kPa, a / L = 0.5 | | | |
|----|---|--------------------------|---------|---------|---------|
| | | N = 0.5 | N = 5 | N = 15 | N = 30 |
| 1 | 1 | 304.843 | 297.430 | 295.941 | 295.512 |
| 2 | 1 | 384.470 | 375.146 | 373.272 | 372.732 |
| 3 | 1 | 410.619 | 400.702 | 398.708 | 398.134 |
| 4 | 1 | 427.523 | 417.256 | 415.189 | 414.593 |
| 5 | 1 | 443.214 | 432.637 | 430.506 | 429.892 |
| 6 | 1 | 459.736 | 448.842 | 446.645 | 446.010 |
| 7 | 1 | 477.697 | 466.460 | 464.190 | 463.535 |
| 8 | 1 | 497.251 | 485.639 | 483.290 | 482.612 |
| 9 | 1 | 518.384 | 506.365 | 503.931 | 503.227 |
| 10 | 1 | 541.020 | 528.561 | 526.035 | 525.304 |

جدول ۵- تغییرات فرکانس های طبیعی با اعداد موج محیطی برای کسرهای حجمی مختلف یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار

محوری تحت شرایط مرزی گیردار-ساده ($h/R = 0.002, L/R = 20$)

| n | m | F = 700 kPa, a / L = 0.5 | | | |
|----|---|--------------------------|---------|---------|---------|
| | | N = 0.5 | N = 5 | N = 15 | N = 30 |
| 1 | 1 | 507.280 | 49.4945 | 492.467 | 491.754 |
| 2 | 1 | 747.389 | 729.228 | 725.579 | 724.527 |
| 3 | 1 | 762.335 | 743.835 | 740.115 | 739.042 |
| 4 | 1 | 771.153 | 752.473 | 748.713 | 747.628 |
| 5 | 1 | 779.641 | 760.797 | 756.777 | 755.902 |
| 6 | 1 | 788.951 | 769.932 | 766.092 | 764.983 |
| 7 | 1 | 799.428 | 780.213 | 776.327 | 775.204 |
| 8 | 1 | 811.188 | 791.753 | 787.815 | 786.676 |
| 9 | 1 | 824.266 | 804.586 | 800.591 | 799.434 |
| 10 | 1 | 838.661 | 818.711 | 814.651 | 813.475 |

جدول ۶- تغییرات فرکانس های طبیعی با اعداد موج محیطی برای کسرهای حجمی مختلف یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار

محوری تحت شرایط مرزی آزاد-لغزشی ($h/R = 0.002, L/R = 20$)

| n | m | F = 700 kPa, a / L = 0.5 | | | |
|---|---|--------------------------|---------|---------|---------|
| | | N = 0.5 | N = 5 | N = 15 | N = 30 |
| 1 | 1 | 483.395 | 471.641 | 469.281 | 468.601 |
| 2 | 1 | 819.566 | 799.651 | 795.648 | 794.495 |
| 3 | 1 | 826.098 | 806.477 | 802.014 | 801.825 |
| 4 | 1 | 831.897 | 811.736 | 807.677 | 806.506 |
| 5 | 1 | 838.733 | 818.446 | 814.355 | 813.175 |
| 6 | 1 | 846.848 | 826.410 | 822.283 | 821.092 |
| 7 | 1 | 856.295 | 835.683 | 831.514 | 830.309 |

| | | | | | |
|----|---|---------|---------|---------|---------|
| ۸ | ۱ | ۸۶۷,۰۸۲ | ۸۴۶,۲۷۰ | ۸۴۲,۰۵۱ | ۸۴۰,۸۳۲ |
| ۹ | ۱ | ۸۷۹,۱۹۳ | ۸۵۸,۱۵۶ | ۸۵۳,۸۸۳ | ۸۵۲,۶۴۶ |
| ۱۰ | ۱ | ۸۹۲,۶۱۰ | ۸۷۱,۳۲۲ | ۸۶۶,۹۸۷ | ۸۶۵,۷۳۲ |

کسرهای حجمی با ترکیبی از فولاد ضد زنگ و نیکل تشکیل شده است. معادلات پوسته استوانه ای مدرج تابعی با بار محوری بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی بدست آمده است. معادلات حرکت به روش انرژی و بکار بردن روش حل ریتز استخراج شده اند. شرایط تکیه گاهی نامتقارن در لبه های دو انتهای پوسته تابعی مدرج به صورت گیردار-آزاد، گیردار- ساده و آزاد- لغزشی در نظر گرفته شده است. اثر تغییرات کسرهای حجمی ماده مدرج تابعی، بار محوری، تقویت کننده و شرایط تکیه گاهی نامتقارن روی خصوصیات فرکانس های طبیعی مورد بحث قرار گرفت. تا کنون در هیچکدام از کارهای انجام شده در زمینه ارتعاشات پوسته ها، اثر همزمان پارامترهای کسرهای حجمی مختلف مواد تشکیل دهنده با بار محوری و تقویت کننده روی پوسته های مدرج تابعی آن هم با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی بررسی نشده است. نتایج نشان داد که توزیع کسرهای حجمی مختلف با بار محوری روی فرکانس های طبیعی یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویت شده اثر می گذارند. مقادیر مختلف کسرهای حجمی با بار محوری برای شرایط مرزی مختلف روی خصوصیات فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی اثر می گذارند و این تاثیر برای شرایط مرزی مختلف متفاوت می باشد. نتایج نشان داد که پاسخ فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با افزایش کسرهای حجمی مختلف با بار محوری برای شرایط مرزی مختلف کاهش می یابند. بنابراین توان های کسرهای حجمی مختلف با بار محوری روی فرکانس های طبیعی یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی تاثیر می گذارند.

تغییرات کسرهای حجمی مختلف با شرایط مرزی نامتقارن

جدول ۷ تغییرات فرکانس های طبیعی یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری نسبت به کسرهای حجمی مختلف تحت شرایط مرزی نامتقارن را نشان می دهد. نتایج نشان می دهند که فرکانس های طبیعی برای تمام شرایط مرزی نامتقارن کاهش می یابند. علاوه بر این فرکانس طبیعی تمام شرایط مرزی نامتقارن رفتار مشابهی دارند و پاسخ فرکانسی آنها با شرایط مرزی مختلف برای اعداد موج محیطی مختلف تغییر می کنند. فرکانس های طبیعی شرایط مرزی گیردار-ساده برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری تحت کسرهای حجمی مختلف بالاتر از دو شرط مرزی نامتقارن دیگر است. همچنین فرکانس های طبیعی شرایط مرزی گیردار-آزاد برای یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری تحت کسرهای حجمی مختلف پایین تر از دو شرط مرزی نامتقارن دیگر است.

جدول ۷- تغییرات فرکانس های طبیعی یک پوسته استوانه ای مدرج تابعی تقویتی با بار محوری برای کسرهای حجمی مختلف تحت شرایط مرزی متفاوت نامتقارن

| کسرهای حجمی مختلف | شرایط مرزی نامتقارن | | |
|-------------------|---------------------|-------------|------------|
| | گیردار-آزاد | گیردار-ساده | آزاد-لغزشی |
| ۰,۵ | ۳۰۴,۸۴۳ | ۵۰۷,۲۸ | ۴۸۳,۳۹۵ |
| ۵ | ۲۹۷,۴۳ | ۴۹۴,۹۴۵ | ۴۷۱,۶۴۱ |
| ۱۵ | ۲۹۵,۹۴۱ | ۴۹۲,۴۶۷ | ۴۶۹,۲۸۱ |
| ۳۰ | ۲۹۵,۵۱۲ | ۴۹۱,۷۵۴ | ۴۶۸,۶۰۱ |

نتیجه گیری

در این تحقیق، اثرات تغییرات کسر حجمی ماده مدرج تابعی روی ارتعاشات یک پوسته استوانه ای تقویتی نازک با بار محوری بررسی شده است. پوسته تابعی مدرج مطابق با توزیع

مراجع

- [9] A. H. Sofiyev, "The stability of compositionally graded ceramic-metal cylindrical shells under a periodic axial impulsive loading", *Composite Structures*, Vol. 69, No. 2, July 2005, pp. 57-247.
- [10] H. Zafarmand and B. Hassani, "Analysis of two-dimensional functionally graded rotating thick disks with variable thickness", *Acta Mech* Vol. 225, No. 13, 2014, 453-464
- [11] Z. Iqbal, M. N. Naeem, N. Sultana, "Vibration characteristics of FGM circular cylindrical shells using wave propagation approach", *Acta Mechanica*, Vol. 208, No. 5, December 2009, pp. 237-248.
- [12] H. Shen, "Nonlinear vibration of shear deformable FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium", *Composite Structures*, Vol. 94, No. 3, February 2012 pp. 1144-1154.
- [13] D. H. Bich, N. X. Nguyen, "Nonlinear vibration of functionally graded circular cylindrical shells based on improved Donnell equations", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, No. 25, December 2012, pp. 5488-5501.
- [14] M. Strozzi, F. Pellicano, "Nonlinear vibrations of functionally graded cylindrical shells", *Thin-walled structures*, Vol. 67, No. 1, June 2013, pp. 63-77.
- [15] K. Foroutan, E. Carrera, H. Ahmadi "Nonlinear hygrothermal vibration and buckling analysis of imperfect FG-CNTRC cylindrical panels embedded in viscoelastic foundations", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Volume 85, No.3, 2021, pp. 104-118.
- [16] M. Song, Y. Gong, J. Yang and W. Zhu, "Nonlinear free vibration of cracked functionally graded graphene platelet-reinforced nanocomposite beams in thermal environments" *Journal of Sound and Vibration*, Volume 468, No. 3 2020, 656-670.
- [1] M. S. Qatu, "Recent research advances in the dynamic behavior of shells", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No. 5, September 2002, pp. 415-434.
- [2] E. E. Sechler, *Thin-shell structures theory experiment and design*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, California, 1974.
- [3] A. H. Adawiya, *An investigation of dynamic behavior of the cylindrical shells under thermal effect*, *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 12, No. 8, September 2018. pp. 537-545.
- [4] R. D. Blevins, *Formulas for natural frequency and mode shape*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1979.
- [5] V. Johari, A. Hassani and M. Kazemian, *Free vibration analysis of a circular cylindrical shell using a new four-variable refined shell theory*, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 236, No. 13, March 2022. pp. 7079-7094.
- [6] V. Birman, L. W. Byrd, "Modeling and analysis of functionally graded materials and structures", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 60, No. 5, September 2007, pp. 195-216.
- [7] M. Niino, T. Hirai, R. Watanabe, "The functionally gradient materials aimed at heat resisting materials for space plant", *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol. 13, No. 4, February 1987, pp. 257-264.
- [8] Y. Miyamoto, W. A. Kaysser, B. H. Rabin, A. Kawasaki, R. G. Ford, *Functionally graded materials: design, processing and applications*, Kluwer Academic Publishers, London, 1999.

- [17] X. Huang, K. Gao, J. Yang, "Fracture analysis of functionally graded multilayer graphene nanoplatelets-reinforced composite strips" *European Journal of Mechanics - A/Solids* Volume 83, No. 12, 2020, 432-446.
- [18] M. Mirzaei, M. Jafari, "On the response of graphene platelet reinforced composite conical panels subjected to mechanical shock", *Materials Today Communications*, Volume 34, No 2, 2023, 374-386.
- [19] W. Soedel, *Vibration of shells and plates*, 3rd edn. Marcel Dekker Inc, New York, 2004.
- [20] O. Ya. Grigorenko, M. Yu. Borisenko and O. V. Boichuk, *Free Vibrations of a Corrugated Closed Cylindrical Shell*, *International Applied Mechanics*, Vol. 58, No. 33, July 2022, pp. 43-52.
- [21] C. T. Loy, K. Y. Lam, J. N. Reddy, "Vibration of functionally graded cylindrical shells", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, No. 3, March 1999, pp. 309-324.