

## بهینه‌سازی قانون هدایت مقاوم برای یک پرتابه هوشمند

محمد میری<sup>۱</sup>، رضا زردشتی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری هوافضا - دانشگاه صنعتی مالک اشتر - مجتمع دانشگاهی هوافضا

۲- استادیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر - مجتمع دانشگاهی هوافضا

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۳)

### چکیده

در این مقاله، یک قانون هدایت مبتنی بر مد لغزشی برای یک پرتابه هوشمند به همراه بهینه‌سازی آن ارائه شده است. با توجه به اهمیت شتاب اهداف مانورپذیر به دلیل ماهیت پیچیده و غیرقابل دسترسی آنها، کران بالای شتاب هدف به عنوان اغتشاش در تدوین قانون پیشنهادی در نظر گرفته شده است. بعلاوه، به منظور تامین رهگیری و برخورد در زمان پروازی محدود، سطح لغزش به صورت حاصلضرب فاصله نسبی بین پرتابه در نرخ زاویه خط دید (LOS) ارائه می‌شود. به منظور افزایش کارایی رهگیری نیز، پارامترهای ثابت و گینهای طراحی قانون پیشنهادی بر اساس الگوریتم ژنتیک چند هدفه (MOGA) و با استفاده از یک تابع هدف با ترکیبی از معیارهای تلاش کنترلی، خطای فاصله و زمان پرواز، بهینه‌سازی می‌شوند. بنابراین، قانون مقاوم پیشنهادی، خاصیت بهینگی را نیز دارا می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی منجر به کاهش خطای فاصله، کاهش تلاش کنترلی و کاهش زمان پرواز شده است که بیانگر عملکرد بهتر قانون پیشنهادی در مقایسه با دیگر روشهای مورد بحث می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: قانون هدایت مقاوم، ناوبری تناسبی افزوده، الگوریتم ژنتیک چند هدفه، هدایت مد لغزشی زمان محدود

## Robust Guidance Law Optimization for a Smart Projectile

Mohammad Miri and Reza Zardashti

### Abstract

In this paper, a sliding mode guidance (SMG) law for a smart projectile with its optimization is presented. Due to the importance of acceleration of maneuvering targets due to their complex and inaccessible nature, an estimated upper bound of the target acceleration is considered as a disturbance in the formulation of the proposed law. Moreover, in order to obtain intercepting the target in a finite time of flight, a new definition of the sliding surface is presented as the relative distance between the projectile and the target multiplied by the line of sight (LOS) angular rate. In order to increase the efficiency of the interception, the design parameters of the proposed law are optimized based on a multi-objective genetic algorithm (MOGA) using an objective function with a combination of the control effort, the miss distance and the time of flight criteria. Therefore, the proposed robust guidance law has the optimality properties. The simulation results are caused to decrease miss distance, decrease control effort, and decrease the time of flight, which indicates the effectiveness and accuracy of the proposed law compared to other corresponding methods.

**Key words:** Robust Guidance law, Augmented Proportional Navigation (APN), Multi-objective Genetic Algorithm (MOGA), finite time sliding mode guidance (FTSMG).

## مقدمه

بسیاری از رهگیرها برای تضمین برخورد با اهداف متحرک در فاز نهایی از ایده ناوبری موازی استفاده می‌کنند. ناوبری تناسبی (PN) اولین قانون هدایت است که در این دسته ارائه شده و از نرخ LOS و سرعت رهگیری برای محاسبه فرمان شتاب جانبی رهگیر استفاده می‌کند. نوع اصلاح شده این قانون هدایت، ناوبری تناسبی حقیقی بوده که از نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک شونده‌گی رهگیر به هدف برای تولید فرمان شتاب جانبی استفاده می‌کند. نشان داده شده که این قوانین هدایت یک حل بهینه برای مسائل آشیانه یابی با دینامیک خطی بوده و بدون در نظر گرفتن دینامیک خلبان خودکار برای رهگیری کامل اهداف بدون مانور مناسب می‌باشند. در نوع توسعه یافته این خانواده برای رهگیری اهداف مانوردار، مولفه ای برای در نظر گرفتن مانورهای هدف به قانون هدایت تناسبی حقیقی افزوده شده است. این قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده نامیده می‌شود که رهگیر را قادر به رهگیری اهداف مانوردار ساخته و برای تولید فرمان شتاب جانبی رهگیر علاوه بر نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک شونده‌گی به تخمین مانور هدف نیز نیاز دارد. به همین دلیل اندازه گیری یا تخمین شتاب هدف در این روش ضروری بوده و افزایش اندازه گیر یا انجام محاسبات پیچیده تخمین را در پی خواهد داشت [۱].

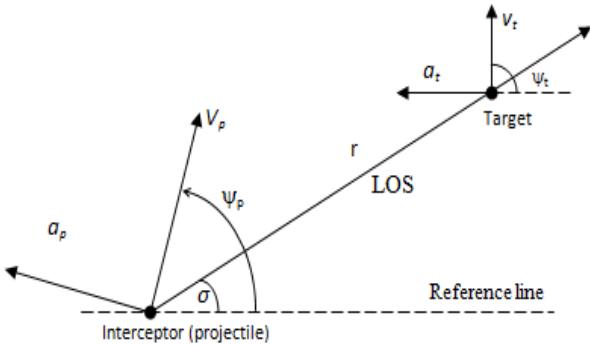
از طرف دیگر، طراحی قوانین هدایت برای رهگیری از اهداف با مانورپذیری بالا، یک مسئله غیرخطی دشوار است. اخیراً، از تئوری های کنترل غیرخطی در طراحی قوانین هدایت مقاوم استفاده شده است، مانند قوانین هدایت بر مبنای مد لغزشی [۱ الی ۱۳]، و قوانین هدایت غیر خطی مبتنی بر  $H_\infty$  [۱۴ و ۱۵]، بر اساس قضایای پایداری لیاپانوف به دست می‌آیند. در مقاله [۳] از ایده ی ناوبری تناسبی محض استفاده شده و قانون هدایت با استفاده از تئوری لیاپانوف طراحی گردیده است. و در مقاله ی [۴] از تئوری مد لغزشی مرتبه بالا برای طراحی قانون هدایت استفاده شده است که نیاز به حل محاسبات پیچیده ای دارد. در مقاله [۵] از تئوری کنترل مد لغزشی نهایی برای برخورد با زاویه محدود استفاده نموده است و قانون هدایت طراحی شده است. در مقاله [۶]، هدایت مد لغزشی زمان محدود<sup>۱</sup> (FTSMG) سه بعدی در قالب دو صفحه دو بعدی مجزا از هم ارائه شده است. در مقاله [۷]، یک

FTSMG سه بعدی یکپارچه از طریق کوپلینگ کانالهای pitch و yaw هواپیما ارائه شده است. در مقاله [۸]، که مشابه رویکرد یکپارچه سه بعدی FTSMG است ولی با در نظر گرفتن محدوده مجاز شتاب اشباع رهگیر و هدف ارائه شده است. در [۹]، یک قانون هدایتی مشابه برای کاهش اثر چندگانه محیطی و تاثیر ناهمواری سطح زمین<sup>۲</sup> بر روی جستجوگر رادار و بهبود عملکرد تداخل سیستم<sup>۳</sup> پیشنهاد شده است. در [۱۰]، قانون هدایت مد لغزشی مرتبه دوم زمان ثابت برای رهگیر با داشتن محدودیت زاویه برخورد پیشنهاد شده است. در [۱۱] ساختاری مشابه مراجع [۶-۸] پیشنهاد شده ولی با این تفاوت که تلاش کرده بخش سوئیچینگ را از تابع پیوسته استفاده کند تا مسئله Chattering را بهبود بخشد و در [۱۲] نیز ساختار غیر سینگولار برای برخورد با زاویه خط دید مطلوب در فاز نهایی پیشنهاد شده است.

با این حال، در آثار اخیر، قوانین پیشنهادی برای تضمین همگرایی زمان محدود در محیط های سه بعدی و دو بعدی کمی پیچیده به نظر می‌رسند. هدف از این مقاله تعریف یک سطح لغزشی جدید و به دست آوردن یک قانون هدایتی ساده تر برای رهگیری در زمان محدود است. علاوه بر این، مراجع اخیر جهت تنظیم پارامترها و ضرایب خود از روش آزمون و خطا استفاده نموده اند و بنابراین نمی‌توانند قانون بهینه شده برای رهگیری هدف در یک زمان محدود را تضمین نمایند. در این مقاله، ضرایب ثابت و گین‌ها در قانون اصلاح شده، با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه (MOGA<sup>۴</sup>) بهینه‌سازی شده است. شایان ذکر است که این رویه بهینه‌سازی عددی قوانین هدایت و کنترل حاصل از مدل‌های تحلیلی، در بسیاری از مقالات دیده می‌شود [۱۶ الی ۲۱]. به هر حال روشهای عددی مبتنی بر الگوریتمهای تکاملی و هوش جمعی، کارایی خود را در مواجهه با مسائل پیچیده و چند هدفه اثبات نموده‌اند.

الگوریتم ژنتیک (GA) یکی از الگوریتم های تکاملی است که اثربخشی آن به عنوان یک روش بهینه سازی برای مسائل پیچیده چند منظوره نشان داده شده است. بر اساس تکامل بیولوژیکی و نظریه داروین تهیه شده است. شبیه به تکامل بیولوژیکی، GA با جمعیت اولیه از افراد (اعضا) بصورت تصادفی شروع می‌شود. سپس آنها را برای تولید مثل انتخاب کرده (بر اساس بهترین عملکرد تابع هدف یا تابع تناسب) و نسل جدیدی از افراد را با استفاده از عملیات تقاطع و جهش تولید

(2) 
$$\frac{d}{dt}(\dot{\sigma}) = \frac{1}{r} \left[ -2\dot{r}\dot{\sigma} + a_t \cos(\psi_t - \sigma) - a_p \cos(\psi_p - \sigma) \right]$$
 که در آن،  $\sigma$  و  $\dot{\sigma}$  زاویه و نرخ چرخش خط دید و  $\psi_m$  و  $\psi_t$  زوایای بردار سرعت‌گیر و هدف با خط مرجع،  $r$  و  $\dot{r}$  بترتیب برد و سرعت نسبی،  $a_t$  و  $a_p$  به ترتیب بردارهای شتاب رهگیر و هدف می‌باشند که بر سرعت‌های متناظر خود عمود می‌باشند. شکل ۲ سینماتیک نسبی دو بعدی بین رهگیر و هدف را نشان می‌دهد.



شکل ۲ سینماتیک نسبی دو بعدی بین رهگیر و هدف

مدل جرم نقطه‌ای از پرتابه در حال پرواز در فضای دوبعدی ارائه شده است. مختصات X و Y نسبت به مختصات مرجع ثابت زمین- مرکز در نظر گرفته می‌شوند. لذا معادلات حالت به صورت زیر نوشته شود

$$\dot{v}_{px} = a_{px}^c \quad (3)$$

$$\dot{v}_{py} = a_{py}^c \quad (4)$$

$$\dot{x}_p = v_{px} \quad (5)$$

$$\dot{y}_p = v_{py} \quad (6)$$

$$R_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad (7)$$

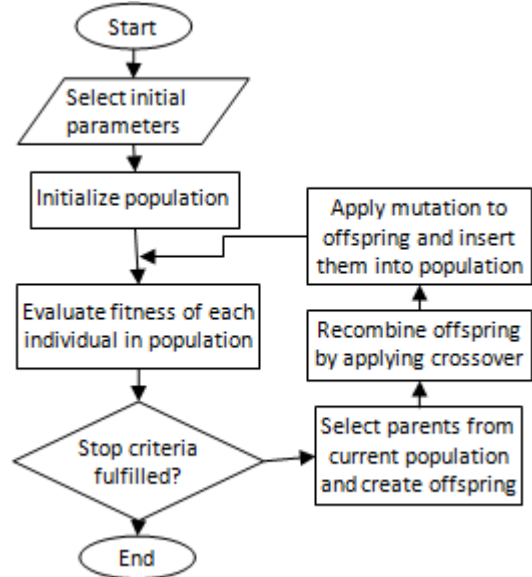
که در آن  $a_{px}^c$  و  $a_{py}^c$  مولفه‌های فرمان ورودی (شتاب) پرتابه در راستای محورهای X و Y و  $x_p$ ،  $y_p$  مولفه‌های موقعیت پرتابه هستند.  $v_p$  بردار سرعت و  $R_p$  برد پرتابه است.

### طراحی قانون هدایت

هدف طراحی قانون هدایت در این مقاله، تامین برخورد رهگیر در مدت زمان محدود است. برای این منظور، یک سطح لغزش جدید به شرح زیر تعریف می‌شود:

$$S = r\dot{\sigma} \quad (8)$$

می‌کند. این روند چندین بار تکرار می‌شود تا حداقل یک نفر از آمادگی جسمانی بهتری نسبت به حداقل تابع هدف تعریف شده برخوردار باشد یا به حداکثر تعداد نسلها رسیده شده باشد. شکل ۱ نمودار جریان یک GA پایه را نشان می‌دهد



شکل ۱ نمودار گردش کار روش GA [۲۲]

لذا ادامه مقاله بدین شرح سازماندهی شده است. در بخش ۲، مدل انتخابی غیر خطی و معادلات حرکت رهگیر به صورت ۲ بعدی ارائه شده است. در بخش ۳ طراحی قانون هدایت بر اساس مد لغزشی اصلاح شده ارائه شده است. در بخش ۴، بهینه سازی ضریب های قانون پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک بحث گردیده است. در بخش ۵ شبیه سازی و مقایسه نتایج قانون هدایت پیشنهادی با هدایت APN ارائه شده است. سرانجام، مقاله با نتیجه گیری در بخش ۶ به پایان می‌رسد.

### سینماتیک نسبی بین رهگیر و هدف

در این بخش، معادلات سینماتیک نسبی دو بعدی بین رهگیر و هدف ارائه شده است. فرض می‌شود رهگیر و هدف به صورت جرم نقطه‌ای بوده و سرعت رهگیر بیشتر از سرعت هدف است. شتاب هدف نامعین است ولی کران آن معین فرض شده که عموماً برای طراح قانون هدایت فراهم می‌شود. با این فرضیات و با توجه به سینماتیک نسبی دو بعدی بین رهگیر و هدف در شکل ۱، معادلات حرکت به صورت زیر می‌باشد [۱]:

$$\dot{r} = v_t \cos(\psi_t - \sigma) - v_p \cos(\psi_p - \sigma)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{r} \left[ v_t \sin(\psi_t - \sigma) - v_p \sin(\psi_p - \sigma) \right] \quad (1)$$

و (با مشتق‌گیری از معادله دوم):

با استفاده از یک تابع لیاپانوف که به صورت  $V = \frac{1}{2}S^2$

تعریف می‌شود، شرط کافی برای اینکه مسیرهای سیستم بیرون از سطح لغزش، به سطح لغزش صفر برسند عبارت است از [۲۳]:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2 = S\dot{S} \leq -\eta |S| \quad (11)$$

که در آن  $\eta$  مقدار ثابت مثبت اکید است. اساساً رابطه فوق (بعنوان شرط لغزش) بیان می‌کند که مربع فاصله از سطح لغزش (یعنی  $S^2$ ) در طول مسیرهای سیستم کاهش می‌یابد و لذا مسیرها را مقید می‌کند که به سمت سطح  $S$  (بعنوان مجموعه ناورد<sup>۵</sup>) گسیل شوند.

با انتگرال گیری از طرفین رابطه فوق بدست می‌آید:

$$t_r \leq \frac{|S_0|}{\eta} \quad (12)$$

که در آن،  $t_r$  زمان رسیدن مسیرهای سیستم به سطح لغزش صفر و  $S_0$  مقدار تابع  $S$  در لحظه  $t_0$  می‌باشد. در اینجا، فرمان شتاب جدید برای سیستم دینامیکی (معادله ۲) به شرح زیر پیشنهاد می‌شود:

$$a_p^c = \frac{-N\dot{r}\dot{\sigma} + (a_{T_{\max}} + \eta)\text{sign}(S)}{\cos(\psi_p - \sigma)} \quad (13)$$

که در آن  $N$  ثابت ناوبری است،  $\eta > 0$  گین ثابت است و  $a_{T_{\max}}$  کران بالای شتاب هدف است که از قبل معلوم فرض می‌شود. بدین ترتیب داریم:

$$|\hat{a}_{t,\sigma}| \leq a_{T_{\max}} \quad (14)$$

در رابطه بالا  $\hat{a}_{t,\sigma} = a_t \cos(\psi_t - \sigma)$  شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید است.

**قضیه ۱:** سیستم غیر خطی معادله ۲ را در نظر بگیرید. فرض کنید نتایج گزاره ۱ در شرایط درگیری پابرجا است. آنگاه قانون هدایت پیشنهادی در معادله ۱۳ می‌تواند وضعیت سیستم را به سطح لغزش رسانده و در مدت زمان محدود همگرا شود.

**اثبات:** طبق روابط (۲)، (۸) و (۱۱) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S(\dot{r}\dot{\sigma} + r\ddot{\sigma}) \\ &= S(-\dot{r}\dot{\sigma} + \hat{a}_{t,\sigma} - a_{p,\sigma}) \end{aligned} \quad (15)$$

با جایگزاری ۱۳ در ۱۵ و با توجه به  $S = S \cdot \text{sign}(S)$  داریم:

بر اساس این روش، می‌توان با صفر کردن  $\dot{\sigma}$  یا صفر کردن فاصله نسبی  $r$  یا هر دو، به سطح لغزشی صفر دست یافت. در این حالت، فاصله  $r$  می‌تواند به دستیابی به سطح لغزش کمک کند و هدف را در مدت زمان محدودی رهگیری کند. برای دستیابی به این هدف، کافی است که سرعت نسبی  $\dot{r}$  گزاره زیر را برآورده کند.

**گزاره ۱:** برای رهگیری هدف در یک بازه زمانی محدود ( $r(t_f) = 0$ )، که در آن  $t_f$  زمان برخورد است، کافی است که داشته باشیم:

$$\exists t_1 \in [t_0, t_f]; \dot{r}(t) \leq -\delta < 0; \forall t \in [t_1, t_f] \quad (9)$$

که در آن  $\delta$  یک ثابت مثبت و  $r(t)$  مثبت و پیوسته است. در نتیجه، برای رسیدن به یک مقدار صفر یعنی فاصله صفر در مدت زمان محدود، باید از مقدار آن در  $t_1$  (که کمتر از  $t_f$  است) کاهش پیدا کند تا به مقدار صفر در  $t_f$  برسد. با انتگرالگیری از (۹) بدست می‌آید  $r(t) - r(t_1) \leq -\delta(t - t_1)$  که نشان می‌دهد در بازه زمانی  $[t_1, t_f]$  مقدار فاصله کاهش می‌یابد. از آنجایی که بایستی  $r(t_f) = 0$ ، بنابراین نتیجه منجر می‌شود به [۱۳]:

$$t_f \leq \frac{r(t_1) + \delta t_1}{\delta} \quad (10)$$

از این رو انتظار می‌رود که  $\dot{r}$  در نامساوی (۹) صدق کند و همگرایی و پایداری آن مورد توجه نیست.

اگر چه تنظیم  $\dot{r}$  با یک ثابت منفی  $c$  برخورد یک هدف بدون مانور در یک زمان محدود را تامین می‌کند اما برای رهگیری از یک هدف با مانور بسیار بالا در زمان رهگیری قابل قبول کارآمد نیست. در چنین حالتی، برای بهبود عملکرد،  $c$  باید متغیر با زمان باشد. با این حال، برای تعیین آن، مدل مانور هدف بایستی برای پرتابه شناخته شده باشد در حالی که همیشه این مسئله در عمل امکان پذیر نیست.

با توجه به مفهوم مد لغزشی، مطلوب است که مسیرهای سیستم ابتدا در زمان محدود به سطح لغزشی برسند ( $\dot{S} = 0$ ) و سپس منجر به صفر شدن سطح لغزشی شود (یعنی  $S = 0$ ) تا اینکه مسیرها با باقی ماندن روی سطح لغزش، در نهایت به مبدا برسند. لذا شرط  $\dot{S} = 0$  در حالت کلی بطور رسمی برای بدست آوردن کنترل معادل  $u_{eq}$  استفاده می‌شود به گونه ای که  $S = 0$  را حفظ نماید [۲۳].

بهینه‌سازی عددی استفاده شده و پارامترهای قانون پیشنهادی بهینه شده‌اند.

به طور کلی می‌توان یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه را به شرح زیر توصیف کرد:

$$\begin{cases} \text{find} & \mathbf{x} \\ \text{min} & J(\mathbf{x}) = [J_1(\mathbf{x}), J_2(\mathbf{x}), \dots, J_m(\mathbf{x})] \quad (22) \\ \text{s.t.} & g_l(\mathbf{x}) \leq 0, \quad l = 1, 2, \dots, p \\ & \mathbf{x}^L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U \end{cases}$$

\* که در آن  $m$  تعداد مولفه‌های تابع هدف و  $P$  تعداد معادلات قیود است.  $\mathbf{x} \in R^n$  بردار متغیرهای طراحی با کران بالای  $\mathbf{x}^U$  و کران پایین  $\mathbf{x}^L$  است و  $N$  تعداد مولفه‌های آن یا متغیرهای مستقل است.  $J(\mathbf{x}) \in R^m$  نیز بردار تابع هدف است. مفهوم غالب‌بودن در تعریف یک نقطه بهینه به شرح زیر

تعریف می‌گردد که به آن بهینه پارتو می‌گویند: **تعریف بهینه پارتو:** یک نقطه،  $\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}$  یک بهینه پارتو است اگر هیچ نقطه  $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$  دیگری وجود نداشته باشد بطوری که  $J(\mathbf{x}) \leq J(\mathbf{x}^*)$ .

در این تحقیق، مولفه‌های  $J(\mathbf{x})$  بصورت ترکیبی از معیارهای تلاش کنترلی شتاب، خطای فاصله و زمان پرواز تعریف می‌شود:

$$J(\mathbf{x}) = \begin{cases} J_1(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_f} a_p^2 dt \\ J_2(\mathbf{x}) = |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_T|, \\ J_3(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_f} dt \end{cases} \quad (23)$$

که در آن،  $\mathbf{x} = [N \quad \eta]^T$  بردار متغیر بهینه‌سازی به عنوان پارامترهای طراحی در قانون هدایت پیشنهادی است. GA به عنوان الگوریتم بهینه‌سازی استفاده می‌شود. مطابق این الگوریتم، پارامترهای افراد برای بهینه‌سازی توسط ساختاری بنام کروموزوم نمایش داده می‌شود. این پارامترها برابر با بردار متغیر بهینه‌سازی  $\mathbf{x}$  هستند. برای بهینه‌سازی پارامترهای قانون هدایت، هر کروموزوم یک مسیر را به دست می‌آورد که توسط قانون هدایت به دست می‌آید و شامل پارامترهای بهینه‌شده متغیرهای طراحی مسیر هستند. ما می‌خواهیم براساس سه معیار ذکر شده در بالا، بهترین راه حل را برای  $\mathbf{x}$  بدست آوریم. لازم به ذکر است که در کاربردهای عملی، این پارامترها برای شرایط مختلف پروازی بصورت آفلاین

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S \left( -\dot{r}\dot{\sigma} + \hat{a}_{t,\sigma} + N\dot{r}\dot{\sigma} - (\hat{a}_{t,\sigma} + \eta)\text{sign}(S) \right) \\ &= S \left( (N-1)\dot{r}\dot{\sigma} - (a_{T,\max} - \hat{a}_{t,\sigma})\text{sign}(S) - \eta\text{sign}(S) \right) \\ &= S(N-1)\dot{r}\dot{\sigma} - (a_{T,\max} - \hat{a}_{t,\sigma})|S| - \eta|S| \quad (16) \end{aligned}$$

اولین آیتم رابطه فوق همیشه کمتر از صفر است، چراکه:  $N > 1$  و  $S(N-1)\dot{r}\dot{\sigma} = (N-1)r\dot{r}\dot{\sigma}^2$  و توجه به  $-\delta < \dot{r} \leq 0$  از گزاره ۱. همچنین با داشتن رابطه ۱۴، بدیهی است که نهایتاً بدست می‌آید:

$$\dot{V} \leq -\eta|S| < 0 \quad (17)$$

از این رو:

$$\dot{V} \leq -\eta\sqrt{2V}^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

در نتیجه:

$$\frac{dV}{V^{\frac{1}{2}}} \leq -\sqrt{2}\eta dt \quad (19)$$

ازطرفی چون  $V(x, t)$  مثبت معین است خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V^{\frac{1}{2}}(x, t) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}\eta t + V^{\frac{1}{2}}(x_0, 0) & \text{for } 0 \leq t < t_r \\ V(x, t) = 0 & \text{for } t \geq t_r \end{cases} \quad (20)$$

که در آن زمان رسیدن به سطح لغزش بدست می‌آید:

$$t_r = \frac{V^{\frac{1}{2}}(x_0, 0)}{\frac{\sqrt{2}}{2}\eta} \quad (21)$$

در قانون پیشنهادی، داریم  $\eta > 0$ . بنابراین در صورت داشتن گزاره ۱، پایداری مجانبی سیستم تحت قانون هدایت پیشنهادی در زمان محدود اثبات می‌شود.

شایان ذکر است ضرایب ثابت  $\eta$  و  $N$  که توسط طراح انتخاب می‌شوند بر روی عملکرد سیستم هدایت تاثیر می‌گذارد. در بخش بعدی، روش بهینه‌سازی برای بدست آوردن مقدار بهینه این ضرایب ارائه شده است.

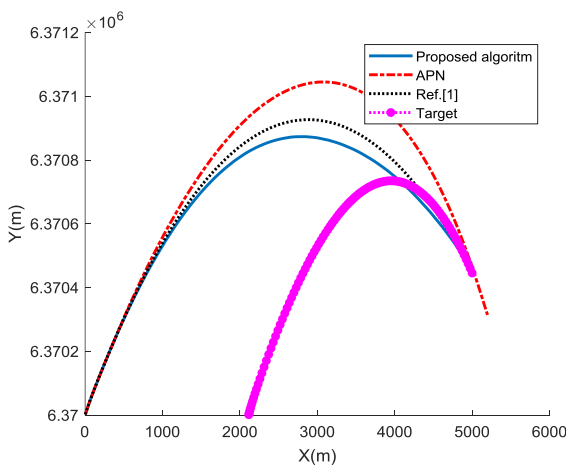
### بهینه‌سازی قانون هدایت مقاوم

در تنظیم پارامترهای طراحی مانند  $\eta$  و  $N$  در قانون هدایت دو مشکل بزرگ وجود دارد: اول آن که تنظیم آنها کاری طاقت فرسا و وقت گیر است. دوم با فرض آنکه بتوان این پارامترها را تنظیم کرد اما نمی‌توان گفت این پارامترها دقیقاً به صورت بهینه انتخاب شده‌اند. برای رفع این مشکل از الگوریتم

شتاب کمتری بر روی رهگیر نسبت به قوانین دیگر اعمال کرده است. روش مرجع [۱] نیز رفتاری شبیه به قانون پیشنهادی نشان می‌دهد. لذا شکل‌های ۳ الی ۶، بصورت کیفی، داده‌های جدول ۱ را توجیه می‌کنند. همانطور که در شکل ۷ نشان داده شده است، سطح لغزشی در قانون پیشنهادی در مدت زمان محدودی صفر می‌شود، اما قانون APN در آخرین لحظه توانسته به سمت سطح لغزش صفر برود که این امر توانایی قانون پیشنهادی را نشان می‌دهد. البته بدلیل اینکه سطح لغزش در روش مرجع [۱] جور دیگری تعریف شده بود مقادیر آن قابل تطابق در این شکل نبود.

جدول ۱ - مقایسه نتایج قانون پیشنهادی و APN در سناریوی اول

خطای فاصله بر خورد (m)	زمان پرواز (sec)	تلاش کنترلی ( $m^2/s^3$ )	نوع قانون مورد استفاده
5.7866	23.2	113.12	ناوبری تناسبی افزوده (APN)
2.3831	21.8	61.9641	روش پیشنهادی مرجع [۱]
2.0480	21.6	49.7984	قانون هدایت پیشنهادی با ضرایب بهینه



شکل ۳: مقایسه مسیر برخورد نسبت به زمان

بدست می‌آیند و سپس از طریق برنامه زمانبندی بهره<sup>۱</sup> به سیستم هدایت پرنده داده می‌شود.

### شبیه سازی عددی

شبیه سازی عددی برای بررسی عملکرد قانون هدایت پیشنهادی و مقایسه آن با APN و روش پیشنهادی مرجع [۱] انجام می‌شود. برای این منظور، دو مطالعه موردی نشان داده شده است.

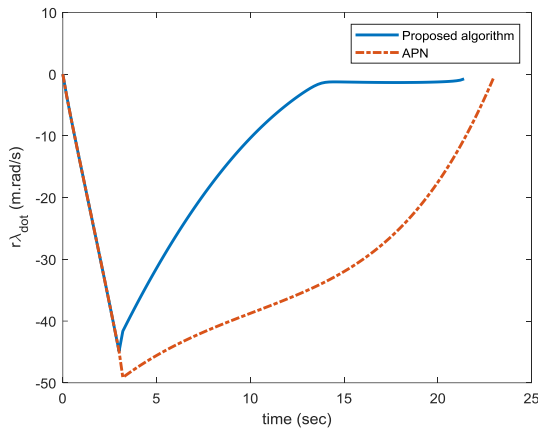
۱- مطالعه موردی اول: در این مطالعه، موقعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن فاصله نسبی اولیه ۲۰۰۰ متر است و سرعت اولیه صفر آغاز می‌کند. رهگیر، یک مسیر بالستیک با برد کوتاه را با زاویه اولیه  $\gamma = 45^\circ$  آغاز می‌کند. علاوه بر این، پارامترهای منتخب GA عبارتند از:

- تعداد جمعیت در هر نسل:  $N_{Population} = 50$
- تعداد نسل (مراحل تکرار):  $N_{Generation} = 100$
- احتمال تولید نسل جدید با عملگر ادغام:  $P_{CrossOver} = 0.8$
- احتمال تولید نسل جدید با عملگر جهش:  $P_{Mutation} = 0.05$

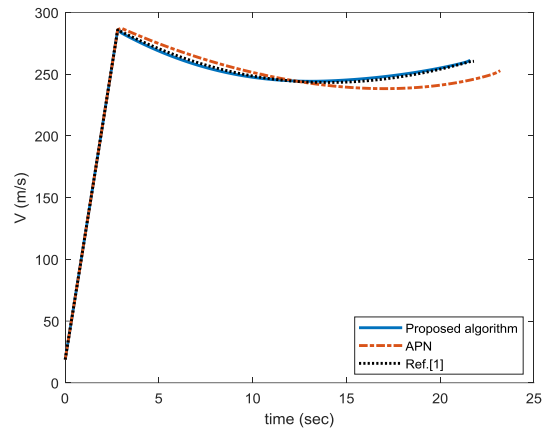
نتایج شبیه سازی در جدول ۱ نشان داده شده است. با بررسی جدول مزبور می‌توان نتیجه گرفت که میزان خطای فاصله، زمان برخورد و تلاش کنترلی قانون هدایت پیشنهادی با ضرایب بهینه، بهتر از قانون APN و با اختلاف اندکی با مرجع [۱] ولی بهتر از آن بدست آمده است. شکل‌های بعدی نیز این نتایج را تایید می‌کنند:

شکل ۳ مقایسه مسیر برخورد قانون هدایت پیشنهادی و دو روش دیگر را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی، مسیر کوتاه‌تری را طی نموده است. شکل ۴ تفاوت در سرعت APN با دو روش مرجع [۱] و روش پیشنهادی خصوصاً در بخش انتهایی را نشان می‌دهد. شکل ۵ با بزرگنمایی بخش آخر به وضوح نشان می‌دهد که قانون هدایتی پیشنهادی از دو روش دیگر خطای فاصله کمتری دارد. مطابق شکل ۶ مشاهده می‌شود که قانون هدایت پیشنهادی و روش مرجع [۱] شتاب بیشتری را در مواقع اولیه و شتاب کمتری در مراحل بعدی اعمال می‌کنند. در حالی که قانون APN شتاب کمتری را در مراحل اولیه و شتاب بیشتر در مراحل آخر اعمال می‌کند. در مجموع، به لحاظ شهودی دیده می‌شود که روش پیشنهادی

<sup>۱</sup> Gain Scheduling



شکل ۷: مقایسه تغییرات سطح لغزش نسبت به زمان



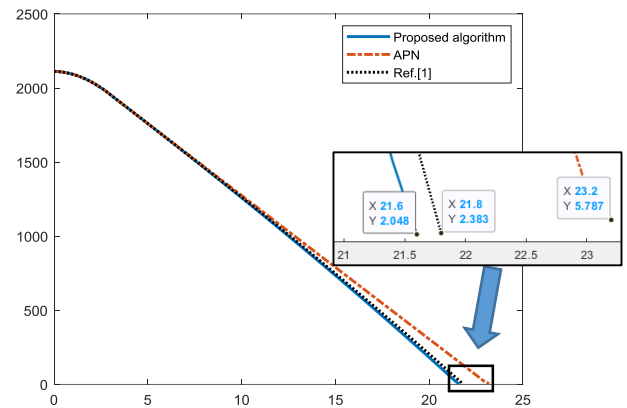
شکل ۴: مقایسه تغییرات سرعت رهگیر نسبت به زمان

**مطالعه موردی دوم:** در این حالت، هدف در فاصله ۲۲۸۱۰ متر قرار دارد، با میانگین شتاب ۹ متر بر ثانیه و سرعت اولیه ۲۰۰ متر بر ثانیه، و رهگیری با زاویه اولیه ۷، ۱۵۰ درجه و سرعت اولیه برابر صفر است. محدودیت شتاب رهگیری ۳۰ متر بر ثانیه است. در جدول ۲ نتایج عددی روش پیشنهادی در مقایسه با قانون هدایت APN نشان داده شده است. شکل‌های ۸ الی ۱۱، نتایج پارامترهای متناظر حاصل از قانون پیشنهادی را در مقایسه با قانون APN نمایش می‌دهد.

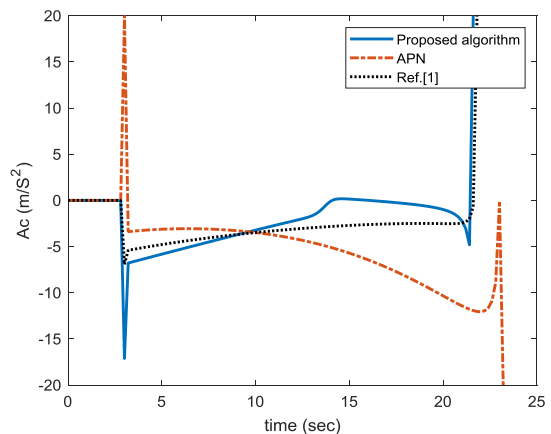
جدول ۲- مقایسه نتایج قانون پیشنهادی و APN در سناریوی دوم

خطای فاصله برخورد (m)	زمان پرواز (sec)	تلاش کنترلی ( $m^2/s^3$ )	نوع قانون مورد استفاده
46.3697	47.4	894.3	ناوبری تناسبی افزوده (APN)
10.3636	46.0	821.6	قانون هدایت پیشنهادی با ضرایب بهینه

- با بررسی جداول ۱ و ۲ می‌توان موارد زیر را نتیجه گرفت:
- تلاش کنترلی قانون هدایت پیشنهادی با ضرایب بهینه به مراتب کمتر است از تلاش کنترلی ناوبری تناسبی افزوده که این خود نشان دهنده عملکرد بهتر قانون پیشنهادی نسبت به APN است.
  - زمان برخورد در قانون هدایت پیشنهادی کمتر از زمان برخورد APN بدست آمده است.
  - خطای فاصله برخورد در APN به مراتب بیشتر از خطای برخورد قانون هدایت پیشنهادی شده است که این مهم نشان دهنده عملکرد بهتر قانون پیشنهادی می‌باشد.

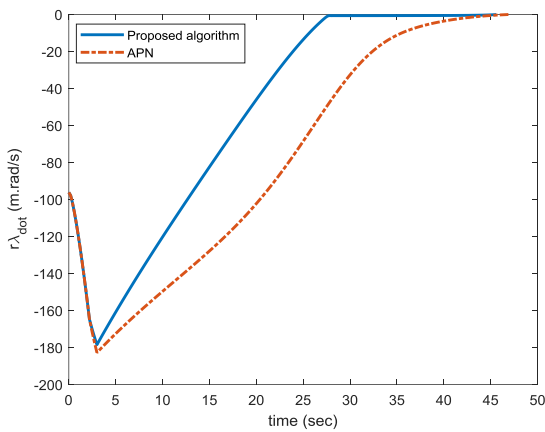


شکل ۵: مقایسه فاصله پرتابه از هدف



شکل ۶: مقایسه تغییرات فرمان شتاب نسبت به زمان

۴. زمان پرواز در قانون هدایت پیشنهادی کمتر از APN است.

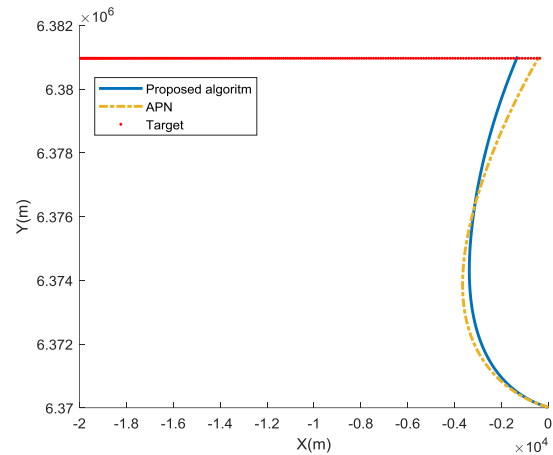


شکل ۱۱ مقایسه سطح لغزش بر حسب زمان در دو روش

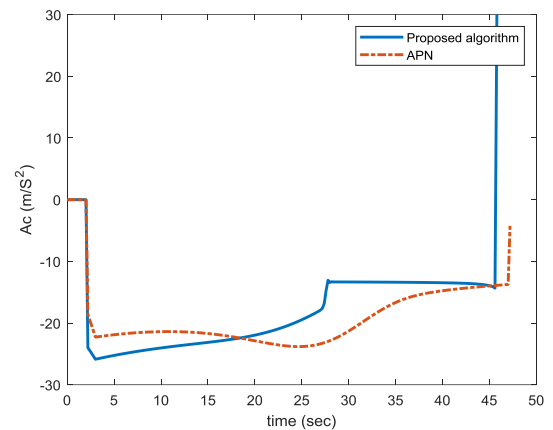
نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک قانون هدایت مقاوم برای یک پرتابه هدایت‌پذیر با استفاده از استراتژی مد لغزشی ارائه گردید. برای این منظور، ابتدا سطح لغزشی به صورت حاصل ضرب نرخ زاویه‌ای LOS و فاصله نسبی تعریف شد تا اطمینان حاصل شود که تاثیر هر دو پارامتر در برخورد در مدت زمان محدود لحاظ شود. همچنین به منظور بکارگیری برای اهداف مانوری شتابدار، لازم بود که شتاب هدف در قانون پیشنهادی وارد شود. در شرایط واقعی، شتاب هدف ناشناخته است ولی کران آن را می‌توان پیش‌بینی نمود. لذا محدوده شتاب هدف به عنوان یک اغتشاش در دستیابی به قانون هدایت مقاوم در نظر گرفته شد. سرانجام، از MOGA برای بهینه‌سازی پارامترهای طراحی قانون مقاوم پیشنهادی استفاده شد تا ویژگی‌های مقاوم بودن و بهینگی تماماً به دست آید. نتایج شبیه‌سازی برای دو حالت در جداول مربوطه ارائه شد که نشان از عملکرد مناسب قانون پیشنهادی در مقایسه با روشهای دیگر دارد. این عملکرد مناسب عمدتاً بدلیل تلاش کنترلی کمتر فرمان‌دهی، خطای فاصله کمتر و زمان رهگیری کمتر بود که در روش پیشنهادی حاصل گردید.

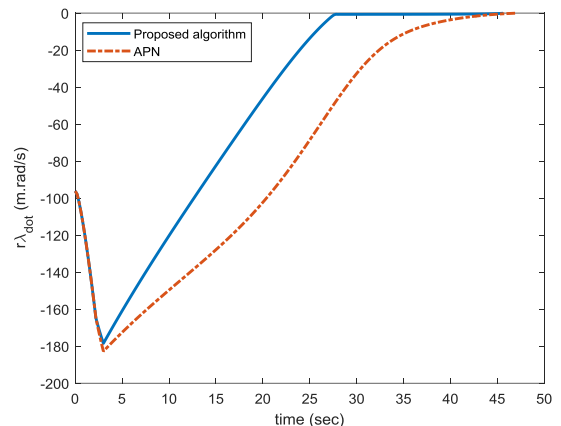
بعنوان پیشنهاد کار آینده، توسعه قانون هدایت جامع برای مدل کامل سه بعدی و در ادامه، ترکیب آن با سیستم کنترل تحمل‌پذیر خطا می‌تواند پیشنهاد مناسبی تلقی شود.



شکل ۸: مقایسه مسیرهای برخورد در دو روش



شکل ۹: مقایسه شتاب فرمان بر اساس زمان در دو روش



شکل ۱۰: مقایسه تغییرات خطای فاصله بر حسب زمان در دو روش



Electronic and Automation Control Conference, 2018.

- [10]. Zhao J. and Zhou J., "Fixed-Time Second Order Sliding Mode Guidance Law for Interceptors with Impact Angle Constraints", IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference, 2019.
- [11]. Guo J., Li Y., and Zhou J., A new continuous adaptive finite time guidance law against highly maneuvering targets, Aerospace Science and Technology, Volume 85, 2019, pp 40-47.
- [12]. Behnamgol V., Vali A.R., and Mohammadi A., Finite Time Guidance Law to Intercept Desired LOS Angle Using NTSM Control, JSST, Vol. 11. No. 2, 2018, pp. 1-10.
- [13]. Shafiei, M.H. and Binazadeh, T., "Application of partial sliding mode in guidance problem", ISA Transactions 52 (2013), pp. 192-197.
- [14]. Chen H. Y. and Yang C. D., 'Nonlinear  $H_\infty$  Robust Guidance Law for Homing Missiles', AIAA, pp. 554-562, 1998.
- [15]. Chen B. S., Chen H. Y. and Lin C. L., "Nonlinear Fuzzy  $H_\infty$  Guidance Law with Saturation of Actuators Against Maneuvering Targets", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 10(6), pp. 769-779, 2002.
- [16]. J.M. Herrero, X. Blasco, M. Martínez, J.V. Salcedo, OPTIMAL PID TUNING WITH GENETIC ALGORITHMS FOR NON LINEAR PROCESS MODELS, IFAC Proceedings Volumes, Volume 35, Issue 1, 2002, Pages 31-36.
- [17]. C. C. Kung and K. Yi Chen, MISSILE GUIDANCE ALGORITHM DESIGN USING PARTICLE SWARM OPTIMIZATION, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol. 37, No. 3, 2013.
- [18]. K. Krishnakumar and David E. Goldberg, Control system optimization using genetic algorithms, Published Online:23 May 2012, <https://doi.org/10.2514/3.20898>.
- [19]. V. Bachtiar, C. Manzie and E. C. Kerrigan, Nonlinear Model-Predictive Integrated Missile Control and Its

## پی‌نوشت‌ها

- ۱ Finite time sliding mode guidance
- ۲ Influence of the ground clutter
- ۳ System's anti-interference performance
- ۴ Multi-objective Genetic Algorithm
- ۵ Invariant set

## منابع و مراجع

- [1]. Behnamgol V., Vali A.R. and Mohammadi A., "A new observer-based chattering-free sliding mode guidance law ", IMechE Part G: Journal of Aerospace Engineering, 230(8) pp. 1486-1495, 2015.
- [2]. Zhang K. Li, T., and Chen L., "Ideal proportional navigation for exo-atmospheric interception," Chinese Journal of Aeronautics, vol. 26(4), pp. 976-985, 2013.
- [3]. Lum, K. Y., Xu, J. X., Abidi, K., and Xu, J., "Sliding Mode Guidance Law for Delayed LOS Rate Measurement," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, 18 - 21 August, 2008.
- [4]. Shtessel, Y.B., Shkolnikov, I.A., and Levant, A. "Smooth Second-Order Sliding Modes: Missile Guidance Application," Automatica 43(8), pp. 1470 -1476, 2007.
- [5]. Kumar, Sh. R., Rao, S., and Ghose, D., "Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance with Impact Angle Constraints", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 37(4) pp. 1114-1130, 2014.
- [6]. Zhou, D., Sun, S., and Teo, K. L., "Guidance laws with finite time convergence," J. Guid., Control Dyn., 32(6) pp. 1838-1846, Nov. 2009.
- [7]. Shin H. S., Li K. B., and Tsourdos A., "A New Three-Dimensional Sliding Mode Guidance Law Variation with Finite Time Convergence", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, DOI 10.1109/TAES.2017.2689938, 2017.
- [8]. Li K. B., Shin H. S., and Tsourdos A., "Capturability of a Sliding Mode Guidance Law with Finite Time Convergence", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, DOI 10.1109/TAES.2019.2948519.
- [9]. Chen F., He G., He Y., "New Global Sliding Mode Guidance Law with Robustness in Whole Process", 2nd IEEE Advanced Information Management, Communicates,

- swarm optimization, *Aerospace Science and Technology*, Volume 78, July 2018, Pages 205-213.
- [22]. Köppen, M., Schaefer, G., and Abraham, A., "Intelligent Computational Optimization in Engineering", Springer, 2011.
- [23]. Slotine, J.J.E. and Li, W. "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall, pp. 276-309, 1991.
- Multiobjective Tuning, *Journal of Guidance, control and Dynamics*, 2017.
- [20]. R. Chai, Al Savvaris, A. Tsoordos and S. Chai, Solving Multi-objective Aeroassisted Spacecraft Trajectory Optimization Problems Using Extended NSGA-II, AIAA 2017-5193.
- [21]. H. Zhou, X. Wang, B. Bai and N. Cui, Reentry guidance with constrained impact for hypersonic weapon by novel particle