

# بررسی عددی رسانش حرارتی یک ناحیه جامد مثلثی بر جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد همبسته در یک محفظه دوبعدی حاوی نانوسیال

میثم محمودی<sup>۱\*</sup>، سید داود موسویان<sup>۲</sup>

۱- کارشناس ارشد مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده علوم پایه و فنی مهندسی، دانشگاه ولایت، ایرانشهر، ایران

۲- کارشناس ارشد هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۰۸)

## چکیده

در این مقاله انتقال حرارت جابجایی آزاد همبسته در یک محفظه مستطیلی حاوی نانو سیال و با وجود یک ناحیه جامد مثلثی به صورت عددی بررسی شده است. معادلات حاکم که برحسب متغیرهای ابتدایی نوشته شده اند با استفاده از روش حجم محدود به صورت عددی حل شده اند، در حالی که میدان های سرعت و فشار با استفاده از الگوریتم سیمپلرکوپل شده اند. خصوصیات همبسته مانند ضخامت ناحیه جامد مثلثی (ابعاد ناحیه جامد مثلثی) و نسبت ضریب هدایت حرارتی ناحیه جامد مثلثی به نانوسیال بر جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد محفظه بررسی شدند. بررسی ها برای عدد رایلی  $Ra = 10^5$ ، کسر حجمی ثابت  $\phi = 0.02$  برای نسبت ضریب هدایت حرارتی های  $K_r = 0.1$ ،  $K_r = 1$  و  $K_r = 10$  و همچنین برای ابعاد مختلف ناحیه جامد مثلثی انجام شده است. نتایج حاصل نشان داد با افزایش نسبت ابعاد و ضخامت ناحیه جامد مثلثی و همچنین نسبت ضریب هدایت حرارتی در یک عدد رایلی ثابت مقادیر دما و سرعت نانوسیال افزایش پیدا می کنند. همچنین با افزایش نسبت ابعاد ناحیه جامد مثلثی و نسبت ضریب هدایت مقادیر اعداد ناسلت متوسط در امتداد دیواره ها افزایش یافته و انتقال حرارت بیشتری از سطح مشترک جامد و سیال عبور می کند.

واژه های کلیدی: جابه جایی طبیعی همبسته، حل عددی، محفظه دوبعدی، هدایت دیواره، جامد مثلثی شکل

## Numerical analysis of the thermal conduction of a triangular solid region on the flow and free convection heat transfer in a two-dimensional cavity containing nanofluid

### Abstract

In this article, the correlated free convection heat transfer in a rectangular cavity containing nanofluid and with a triangular solid area was investigated numerically. The governing equations written in terms of the primitive variables were solved numerically using the finite volume method while the velocity and pressure fields were coupled using the SIMPLER algorithm. Correlated characteristics such as the thickness of the triangular solid area (dimensions of the triangular solid area) and the ratio of the thermal conductivity coefficient of the triangular solid area to the nanofluid on the flow and free convection heat transfer cavity were investigated. Studies have been carried out for the Rayleigh number  $Ra = 10^5$ , and constant volume fraction  $\phi = 0.02$  for the ratio of thermal conductivity coefficients  $K_r = 0.1$ ,  $K_r = 1$  and  $K_r = 10$ , as well as for different dimensions of the triangular solid area. The results showed that with the increase in the ratio of the dimensions and thickness of the triangular solid region, as well as the ratio of the conductivity coefficient in a constant Rayleigh number, the temperature and velocity of the nanofluid increase. Also, with the increase in the ratio of the dimensions of the triangular solid area and the ratio of the conductivity coefficient, the values of the average Nusselt numbers increase along the walls, and more heat transfer passes through the solid-fluid interface.

**Key words:** Correlated Natural Convection, Numerical Solution, Two-dimensional Enclosure, Wall Conduction, Triangular Solid

## مقدمه

انتقال حرارت جابجایی آزاد از دیرباز مورد توجه بسیاری از مهندسان و طراحان صنعتی قرار داشته است. مهمترین مزیت استفاده از سیستم های مبتنی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد عدم نیاز آنها به منبع انرژی خارجی (فن) برای ایجاد جریان و نیز سروصدای پایین آنها می باشد. همچنین سیستم هایی که حرارت را با استفاده از مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی منتقل می کنند در اثر اتفاق های طبیعی یا حوادثی مانند قطع برق، سوختن فن و مسائل دیگر دچار نقص نمی شوند. اما مهمترین نقص سیستم های انتقال حرارت جابجایی آزاد پایین بودن رسانندگی انتقال حرارت ( ضریب انتقال حرارت جابجایی) است. بنابراین روش هایی که به هر طریقی بتوانند باعث افزایش انتقال حرارت جابجایی شوند بسیار مورد توجه قرار گرفته اند [۱]. تحقیقات بسیاری از سوی پژوهشگران در مورد انتقال حرارت جابه جایی آزاد در شکل ها و هندسه های مختلف با شرایط مرزی گوناگون صورت گرفته است. بررسی های تحلیلی، عددی و تجربی متنوعی در جهت افزایش و یا کاهش میزان انتقال حرارت در این زمینه انجام گرفته است. نیاز به شار حرارتی در محفظه ها، استفاده از خنک کننده های مایع را نیز الزامی می کند. مهم ترین کاربرد نانو سیالها به عنوان خنک کننده است. یکی از روشها برای بهبود انتقال حرارت استفاده از مخلوط ذرات نانو در سیال پایه می باشد [۲]. از طرفی جریان نانوسیال در محفظه یک مساله کاربردی در خنک سازی تجهیزات الکترونیکی بالاخص با پیشرفت در تولید رایانه ها و تجهیزات الکترونیکی آنها می باشد. برهمکنش انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک سیال و انتقال حرارت هدایتی در یک ماده جامد که در تماس با هم هستند در اصطلاح انتقال حرارت جابجایی آزاد همبسته نامیده می شود این نوع از انتقال حرارت کاربردهای متفاوتی در بحث خنک کاری میکرو الکترونیک ها و طراحی حرارتی ساختمان ها داشته و مورد توجه زیاد محققان قرار گرفته است [۳]. به نظر می رسد هنوز به دلیل کاربردهای فراوان این پدیده کاستی های زیادی وجود دارد. در بسیاری از تحقیقات پیشین برای شبیه سازی جریان و انتقال حرارت داخل محفظه هدایت و ضخامت دیواره ها و موانع جامدرا ناچیز فرض نموده اند هرچند در بسیاری از مسایل واقعی، هدایت، ضخامت دیواره ها و ناحیه جامد تاثیر مهمی روی جریان و انتقال حرارت جابجایی

آزاد در داخل محفظه ایفا می کند. به همین دلیل کار حاضر به منظور پیشبرد تحقیقات انتقال حرارت جابجایی آزاد همبسته معرفی و انجام می گیرد. در اینجا جهت آشنایی با تحقیقات، برخی از مطالعات صورت گرفته در مورد محفظه ها که در آنها هدایت، اثر ضخامت دیواره و ناحیه جامد لحاظ شده است، مرور می گردد.

کیم و ویسکانتا [۴-۵] محفظه مربعی که دیواره های آن دارای ضخامت هستند را در نظر گرفتند. آنها در مطالعات خود نشان دادند که با افزایش عدد رایلی و عدد پراوتل عدد ناسلت متوسط روی دیواره های محفظه افزایش می یابد. در کار دیگر آنها با بررسی اثر هدایت و تابش بر جابجایی آزاد داخل محفظه نشان دادند که هدایت و انتقال حرارت تابشی منجر به کاهش نرخ انتقال حرارت محفظه می گردد. کمینسکی و پراکاش [۶]، میسرا و سرکار [۷]، محفظه مربعی که یک دیواره آن دارای ضخامت است، را در نظر گرفتند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش ضریب هدایت دیواره در یک عدد رایلی مشخص دمای متوسط سیال افزایش می یابد. آچاریا و توسنگ [۸]، ایدر و بیلجن [۹]، نیز نشان دادند که تاثیر ضریب هدایت دیواره در یک عدد رایلی مشخص منجر به کاهش نرخ انتقال حرارت می گردد. عبدناصر و همکاران [۱۰]، نشان داد که هرگاه نسبت ضریب هدایت حرارتی افزایش یابد، عدد ناسلت متوسط، دمای سطح مشترک سیال و جامد و نیز سرعت جریان افزایش می یابد. خانافر و همکاران [۱۱] و سعید [۱۲]، درون محفظه را محیط متخلخل همگن فرض نمودند، نتایج آنها نشان داد که وقتی ضخامت دیواره افزایش می یابد، اختلاف دمای بین سطح داخلی و دمای مرز سرد کاهش می یابد. کوزنتوسف و شرم [۱۳] انتقال حرارت جابجایی و تشعشع را در محفظه ای با دیوارهای ضخیم دارای هدایت که از کف گرم می شوند را بررسی کردند. جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی دارای موانع متقارن یا نامتقارن، مانع عایق یا گرم و با شکل ساده یا پیچیده، از جمله موضوعات حائز اهمیت در زمینه انتقال حرارت است. در واقع وجود مانع، تأثیر مستقیم بر روی جریان سیال، شدت و ساختار آن داشته و به علت اثر متقابل بین سیال و مرزهای محفظه، در نرخ انتقال حرارت نیز مؤثر است. مطالعات عددی نیز توسط فردریک [۱۴] در زمینه جابجایی آزاد داخل محفظه مایل گرم پر شده با هوا و با تیغه گرم نصب شده در وسط دیواره سرد آن انجام گرفته است. هوس و همکاران [۱۵] به صورت عددی تأثیر

تحت اثر یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرداختند. نتایج آنها نشان داد وجود مانع جامد تاثیر زیادی بر نرخ انتقال حرارت دارد. رضوان و همکاران [۲۳] به بررسی انتقال حرارت نانوسیال در یک محفظه لوزی شکل و با وجود مانع جامد مربع شکل پرداختند نتایج آنها نشان داد وجود مانع جامد بر نرخ انتقال حرارت تاثیر بسزایی دارد. لیو و همکاران [۲۴] انتقال حرارت جابجایی آزاد توام با هدایت درون یک محفظه حاوی موانع جامد با آرایه های مختلف را بررسی نمودند. نتایج آنها نشان داد ضریب هدایت و تعداد بلوک های جامد بر نرخ انتقال حرارت تاثیر به سزایی دارد. حسنوبی و همکاران [۲۵] به تجزیه و تحلیل عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد توام با هدایت در یک محفظه با آرایه ای از موانع جامد لوزی شکل در مرکز محفظه پرداختند. نتایج آنها نشان داد که نرخ انتقال حرارت به نحوه قرارگیری و تعداد بلوکهای جامد لوزی شکل بستگی دارد همچنین نتایج آنها نشان دادرسانش حرارتی بلوک های جامد بر انتقال حرارت جابجایی آزاد نقش سودمندی دارد. همانگونه که ذکر شد، موانع تأثیرات به سزایی بر جریان سیال و نرخ انتقال حرارت به دلیل اهمیت کاربرد آنها در صنایع مختلف مکانیکی و الکترونیکی دارند. لذا بررسی این موانع در محفظه ها، بررسی تاثیر تغییر مکان وزاویه قرارگیری آنها و تأثیر تغییر ابعاد آنها جهت افزایش دانش علمی و عمومی بسیار ضروری به نظر می رسد [۱۹]. در واقع وجود مانع، تاثیر مستقیم بر روی جریان سیال، شدت و ساختار آن داشته و به علت اثر متقابل بین سیال و مرزهای محفظه، در نرخ انتقال حرارت نیز موثر است [۲۶]. چنانکه از بررسی مقالات فوق برمی آید. کارهای عددی بسیاری جهت مطالعه ی انتقال حرارت جابجایی آزاد سیال در هندسه ها و شرایط مرزی مختلف و برای انواع مختلف سیال صورت گرفته است. به طوری که مرور مقالات فوق نشان می دهد. اثر هدایت و ابعاد ناحیه جامد و مانع بر جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد داخل محفظه زیاد است. در نتیجه در کار حاضر اثر پارامتر مهم مرتبط با هدایت حرارتی، نسبت ضریب هدایت و ابعاد ناحیه جامد مثلثی بر جریان و انتقال حرارت جابه جایی آزاد در یک محفظه دو بعدی مستطیلی حاوی نانوسیال به صورت عددی می پردازیم. مدل حاضر می تواند در سیستم های خنک کننده که یکی از مهمترین دغدغه های کارخانه ها و صناعی مانند میکروالکترونیک است، مورد استفاده قرار بگیرد.

وجود مانع مرکزی داخل یک محفظه مربعی را در اعداد رایلی و پرانتل مختلف و به ازای اندازه های ابعادی متفاوت مانع بررسی نمودند. در بررسی آنها مشخص شد که میزان نرخ انتقال حرارت با افزایش ابعاد مانع کاهش می یابد. بررسی عددی مشابهی نیز توسط لی و ها [۱۶] داخل محفظه مربعی پر شده از هوا حاوی مانع مرکزی انجام گرفت. باوه و همکاران [۱۷] به مطالعه عددی دو بعدی جابجایی آزاد یک کانال مربعی گرم حاوی بلوک جامد عایق مرکزی پرداختند. آنها دریافتند که میزان نرخ انتقال حرارت با افزایش ابعاد مانع عایق افزایش یافته و این افزایش تا زمان رسیدن به ماکزیمم مقدار خود ادامه می یابد عبدالوی و همکاران [۱۸] به بررسی عددی جابجایی آزاد مانع مثلثی داغ داخل یک محفظه با روش شبکه بولترمن پرداخته و روابطی را جهت محاسبه عدد ناسلت ارائه نمودند. بولاهیا و همکاران [۱۹] به مطالعه عددی انتقال حرارت طبیعی نانوسیال آب - مس در محفظه ای مربعی، دارای یک مانع سرد پرداختند. معادلات جابجایی با استفاده از روش ضمنی با جهت متغیر و فرمول تفاضل محدود حل شدند. آنها اثرات پارامتر های مختلفی از جمله ارتفاع مانع، عدد ریلی و کسر حجمی نانو ذرات را مورد بررسی قرار دادند نتایج حاصل آنها نشان داد نرخ انتقال حرارت در داخل محفظه با افزایش ارتفاع مانع سرد، عدد ریلی و کسر حجمی نانو ذرات افزایش می یابد. دزدوزو و همکاران [۲۰] نتایج عددی و تجربی انتقال حرارت ترکیبی جابجایی آزاد و هدایتی را بوسیله ی ورقه های نازک یک مانع مورد بررسی قرار داد، آنها همچنین جریان سیال درون محفظه ی مکعبی را در دو حالت بدون مانع و با مانع مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسید که با ورود یک مانع عمودی درون محفظه میزان نرخ انتقال حرارت جابجایی آزاد در محدوده اعداد رایلی مشخصی کاهش می یابد. سلیمفن دیجیل و هاگان [۲۱] به مطالعه انتقال حرارت ترکیبی جابجایی و هدایتی در یک محفظه شیبدار قسمت بندی شده و پر شده از نانوسیالات مختلف آب - اکسید مس و آب اکسید آلومینیوم در طرف های مختلف با وجود مانع پرداختند و اثرات عدد گراشف، زاویه شیب محفظه، نسبت انتقال حرارت از مانع به سیال، موقعیت مانع و کسر حجمی نانوذرات جامد در جریان و ویژگی های نانوسیال داخل محفظه را مورد بررسی قرار دادند. داگونچی و هشیم [۲۲] به مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال در محفظه بین استوانه مدور موج دار و محفظه لوزی شکل جامد



که در آنها  $\phi$  کسر حجمی نانوذرات  $c_p$  ظرفیت گرمایی می‌باشد [۲۱]. برای مدل کردن ویسکوزیته دینامیکی نانوسیال از رابطه بریکمن و برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال، مدل تئوری کو کلینسترو استفاده شده است. در مدل کو کلینسترو، برای ضریب هدایت حرارتی اثر اندازه ذره، کسر حجمی ذره، وابستگی دما و خواص سیال پایه را با در نظر گرفتن حرکت براوانی نانوذرات در نظر گرفته شده است [۲۷].

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (18)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (19)$$

$$+ 5 \times 10^5 \phi \beta (\rho c_p)_f \sqrt{\frac{K_B T}{2\rho_s d_s}} f(T, \phi)$$

که در آن  $k_B$  ثابت بولتزمن، و مقادیر  $\beta$  و  $f(T, \phi)$  به کمک روابط ۲۰، ۲۱ و ۲۲ محاسبه می‌شوند.

$$\beta = 0.0137(100\phi)^{-0.8229}, \quad \phi < \%1 \quad (20)$$

$$\beta = 0.0011(100\phi)^{-0.7272}, \quad \phi > \%1 \quad (21)$$

$$f(T, \phi) = (-6.04\phi + 0.4705)T + (1772.3\phi - 134.63), \quad \%1 \leq \phi \leq \%4, \quad 300K \leq T \leq 325K \quad (22)$$

برای همه روابط زیر نویس های  $f$ ،  $S$  و  $N_f$  به ترتیب اشاره به سیال خالص پایه، نانوذرات و نانوسیال دارد. برای هدایت حرارتی مدل های تئوری مختلفی ارائه شده است که در آن اثر اندازه ذره، کسر حجمی ذره، وابستگی دما و خواص سیال پایه را با در نظر گرفتن حرکت براوانی نانوذرات در محدوده های دمایی مختلف در نظر گرفته می‌شود. در مدل مذکور با در نظر گرفتن کسر حجمی و خواص فیزیکی سیال پایه اثر دما نیز در نظر گرفته شده است

نرخ انتقال حرارت را با مقدار عدد ناسلت می‌توان بیان کرد. جهت بررسی تاثیر پارامترها بر رفتار حرارتی سیال، پس از هر تغییر در فرضیات مسئله عدد ناسلت را بررسی می‌کنیم. اعداد ناسلت بزرگتر بیانگر انتقال حرارت جابجایی موثرتر هستند. این پارامتر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Nu = \frac{h_{nf} L}{k_f} \quad (23)$$

عدد ناسلت به دو صورت محلی و متوسط بیان می‌شود. برای محاسبه عدد ناسلت محلی نیاز به محاسبه شارحرارتی و ضریب انتقال حرارت جابجایی داریم. از قوانین نیوتن و هدایت فوریه عدد ناسلت محلی محاسبه می‌گردد:

در معادلات بالا  $Ra$  عدد رایلی و  $Pr$  عدد پرانتل می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$Ra_f = \frac{\beta_f g \Delta T H^3}{\theta_f \alpha_f} \quad (7)$$

$$Pr_f = \frac{\theta_f}{\alpha_f} \quad (8)$$

که در آنها  $H$  ارتفاع محفظه،  $T_H$  دمای دیواره گرم ناحیه جامد مثلثی و  $T_c$  دمای دیواره سردتر و به عنوان دمای مرجع،  $\alpha$  ضریب پخش حرارتی،  $\beta$  ضریب انبساط حجمی،  $\rho$  چگالی و  $\mu$  ویسکوزیته دینامیکی می‌باشد.

شرایط مرزی مسئله به صورت زیر است:

شرایط مرزی جریان برای دیواره ها:

$$u^* = 0, v^* = 0 \quad (9)$$

برای دیواره های بالا و پایین محفظه که عایق می‌باشد شرط مرزی حرارتی:

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad (10)$$

شرط مرزی حرارتی برای سطح خارجی دیواره راست و چپ محفظه:

$$T_w^* = 0 \quad (11)$$

شرط مرزی حرارتی برای مرز مشترک نانوسیال با دیواره جامد مثلثی شکل:

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*}_{nf} = k_r \frac{\partial T^*}{\partial y^*}_w \quad (12)$$

که در آن  $k_f$  نسبت ضریب هدایت محیط جامد به ضریب هدایت نانوسیال می‌باشد.

$$K_r = \frac{k_w}{k_{nf}} \quad (13)$$

### محاسبه خواص نانوسیال

همانطور که در معادلات حاکم برمساله دیده می‌شود، برای حل معادلات نیاز به خواص ترموفیزیکی نانوسیال می‌باشد چگالی، ضریب انبساط حجمی، ظرفیت حرارتی و ضریب پخش حرارتی نانوسیال به کمک خواص سیال خالص و نانوذرات از روابط (۱۴) الی (۱۷) محاسبه و معادل می‌شوند:

$$\rho_{nf} = \rho_s + (1 - \phi)\rho_f \quad (14)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (15)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho \beta)_f + \phi(\rho \beta)_s \quad (16)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (17)$$

$$\left| \frac{Nu_{\text{جدید}} - Nu_{\text{قدیم}}}{Nu_{\text{قدیم}}} \right| \times 100 \quad (28)$$

مطابق جدول ۲ اختلاف بین تعداد المان های 25597 و 103402 کمتر از یک درصد است. اما مدت زمان لازم جهت رسیدن به همگرایی در تعداد المان 103402 تقریباً ۳ برابر مدت زمان سپری شده در تعداد المان 25597 می باشد. لذا تعداد المان 25597 با توجه به هزینه محاسباتی و دقت عددی شبکه با سایز بندی مناسب برای ادامه بررسی های عددی انتخاب شده است.

جدول ۲- عدد ناسلت متوسط به ازای تعداد المان های مختلف

تعداد المان ها	Nu	درصد خطا
2034	5.8892	-
6324	5.7446	2.5171
25597	5.6337	1.9685
103402	5.6115	0.3956

جهت بررسی صحت روش عددی بکار رفته در این پژوهش، در دو حالت، نتایج بدست آمده را با سایر پژوهشگران مقایسه می کنیم. تا مقدار اختلاف میان نتایج، مشاهده و مقایسه گردد. در حالت اول نتایج حاصل با کار کمینسکی و پراکاش [۶] که محفظه با دیواره سمت چپ عمودی دارای ضخامت و هدایت بوده و سایر دیواره های آن بدون ضخامت می باشند و همچنین سطح عمودی دیواره های سمت چپ و راست آن در دما های ثابت گرم و سرد نگه داشته شده اند در حالی که دیواره های افقی آن آدیاباتیک هستند در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از کار حاضر با نتایج کار کمینسکی و پراکاش [۶] با هم مقایسه شده اند. شکل ۳ مقادیر اعداد ناسلت متوسط در امتداد سطح دیواره گرم دارای ضخامت را در کار حاضر و کار کمینسکی و پراکاش [۶] را نشان می دهد. مشاهده می شود مقدار خطای نسبی، در نتایج بدست آمده کمتر از ۱ درصد است.

$$q_w = -k_f \nabla \cdot T \cdot n \quad (24)$$

ضریب انتقال حرارت جابجایی با استفاده از شار حرارتی از رابطه زیر بدست می آید:

$$h_{nf} = \frac{q_w}{(T_w - T_{ref})} \quad (25)$$

رابطه ی ناسلت محلی در امتداد دیواره بصورت زیر بیان می شود:

$$Nu_s = - \frac{k_{nf} \partial T}{k_f \partial N} \quad (26)$$

در روابط فوق  $T_w$  دمای دیواره،  $T_{ref}$  دمای مرجع،  $h$  ضریب انتقال حرارت جابجایی،  $q_w$  شار حرارتی محلی،  $L_{ref}$  طول مشخصه موثر محفظه  $N$  مولفه عمود بر سطح و  $s$  مولفه مماس بر سطح است و  $k$  ضریب انتقال حرارت هدایت است. ناسلت متوسط در امتداد دیواره از رابطه (۲۷) محاسبه می شود.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int_A \frac{h_{nf} L}{k_f} dA \quad (27)$$

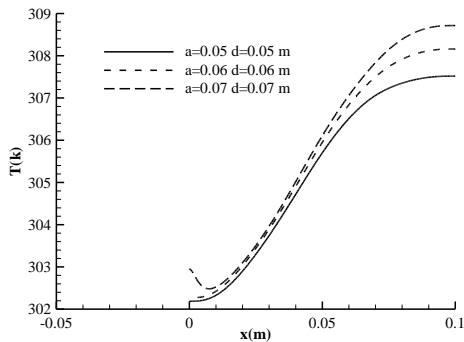
### روش حل عددی

معادلات حاکم و شرایط مرزی با استفاده از روش عددی حجم محدود حل شده و برای کوپل سرعت و فشار الگوریتم SIMPLE استفاده شده است. یک شبکه مناسب و تا حد امکان یکنواخت در دقت جواب ها و همچنین پایداری حل عددی اهمیت زیادی دارد. عموماً برای حصول جواب دقیق، شبکه را ریز می نمایند، از طرف دیگر برای کم کردن حجم محاسبات، شبکه بندی مورد استفاده نباید بیش از حد مورد نیاز ریز باشد. برای حصول مش اقتصاددی و بررسی استقلال شبکه یک محفظه دوبعدی مستطیلی به ارتفاع  $H^* = 1$  و طول  $L^* = 1.5$  حاوی سیال خالص آب با مشخصات جدول ۱ انتخاب گردید که دیواره سمت راست دارای دمای ثابت  $T_c^* = 0$  و در سمت چپ، بخشی از دیواره محفظه به شکل جامد مثلی شکل از جنس مس به قاعده  $d/H = 0.6$  و ارتفاع  $a/H = 0.6$  در دمای ثابت  $T_H^* = 1$  بقیه وجوه محفظه آدیاباتیک و عایق می باشد همچنین عدد رایلی  $Ra = 10^5$  در نظر گرفته شده است. میزان عدد ناسلت متوسط به ازای تعداد المان های مختلف در جدول ۲ نشان داده شده است. رابطه ۲۸ محاسبه درصد خطای نسبی اعداد ناسلت به ازای تعداد المان های مختلف در هر مرحله را نشان می دهد.

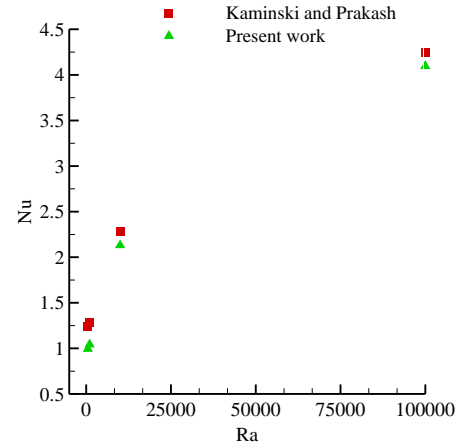
### نتایج و بحث

#### ۱- بررسی اثرات نسبت ابعاد مانع جامد مثلثی (اثر ضخامت ناحیه جامد مثلثی) بر روی پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی

جهت بررسی اثر تغییرات ابعاد ناحیه جامد مثلثی و تغییرات قاعده و ارتفاع ناحیه جامد مثلثی شکل (اثر ضخامت ناحیه جامد) به شکل بعددار، یک محفظه دوبعدی مستطیلی به ارتفاع  $H=0.1$  m و طول  $L=0.15$  m حاوی نانوسیال آب-مس با کسر حجمی  $\phi=0.02$  با مشخصات جدول ۱ در نظر گرفته شده است. دیواره سمت راست دارای دمای ثابت و مرجع  $T_c=300$  k و در سمت چپ، بخشی از دیواره محفظه به شکل جامد مثلثی شکل از جنس مس در دمای ثابت  $T_h=310$  k می‌باشد. بقیه وجوه محفظه آدیاباتیک و عایق می‌باشند. در این بخش به بررسی اثر ضخامت برای سه حالت  $a=0.05$  m و  $d=0.05$  m ،  $a=0.06$  m و  $d=0.06$  m ،  $a=0.07$  m و  $d=0.07$  m ( بر روی پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی) انتقال حرارت جابه جایی آزاد) می‌پردازیم. شکل ۴، ۵، ۶ به ترتیب تغییرات ابعاد ناحیه جامد مثلثی (اثر ضخامت ناحیه جامد) بر پروفیل دما، پروفیل سرعت، کانتورهای دما برای سه حالت را در محفظه نشان می‌دهد.

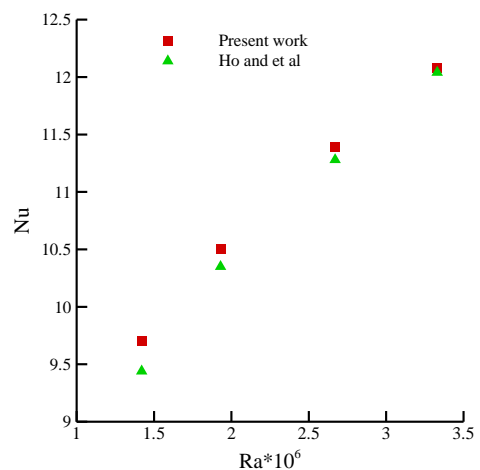


شکل ۴- نمایش تغییرات پروفیل دما در امتداد خط  $y=0.075$  m در محفظه برای سه حالت ابعاد ناحیه جامد مثلثی شکل



شکل ۲ - مقایسه عدد ناسلت متوسط در امتداد دیواره بین کار حاضر و کار کمینسکی و پراکاش [۶] در عدد رایلی های مختلف در محفظه ای با  $K_f=5$  و دمای مرجع  $T^*=0$

در مرحله دوم نتایج عددی با داده های کار تجربی هو و همکاران [۲۸] که به بررسی جابجایی آزاد نانوسیال در یک محفظه پرداختند مقایسه شده است. نتایج حاصل نشان داد که مطابقت خوبی بین کار عددی حاضر و نتایج تجربی آنها وجود دارد شکل ۴ مقایسه مقادیر ناسلت متوسط در مقادیر اعداد رایلی مختلف را بین دو کار را نشان می‌دهد مشاهده می‌شود خطای نسبی بین نتایج کار حاضر و تجربی هو و همکاران [۲۸] ۰,۴ تا ۵ درصد است.

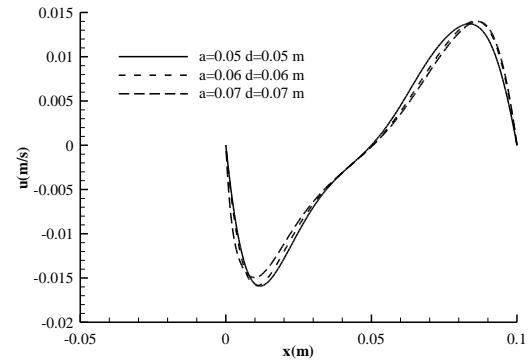


شکل ۳ - مقایسه مقادیر ناسلت متوسط در مقادیر مختلف اعداد رایلی کار حاضر و کار تجربی هو و همکاران [۲۸]

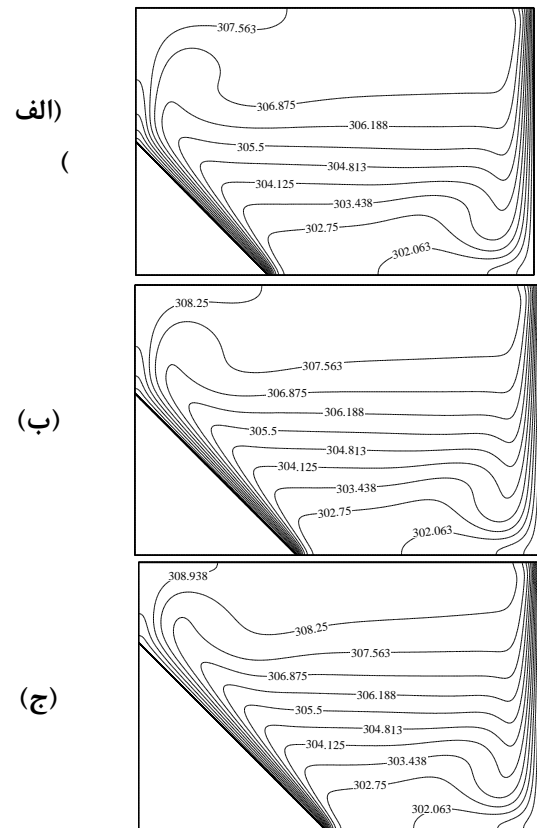
جامد مثلثی و فاصله دو دیواره سرد و گرم، گرادیان های دما و انرژی نانوسیال افزایش می یابد، از طرفی چون کسر حجمی نانوسیال ثابت می باشد پس خواص فیزیکی نانوسیال ثابت هستند. بنابراین با افزایش ابعاد ناحیه جامد مثلثی مقدار حرارت کل ورودی افزایش می یابد که این امر موجب افزایش نیروهای شناوری، سرعت و دمای نانوسیال می شود. همچنین این امر سبب سهولت انتقال حرارت جابه جایی آزاد می گردد.

## ۲- بررسی اثر نسبت ضریب هدایت بر روی پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی

جهت بررسی اثر نسبت ضریب هدایت بر روی انتقال حرارت جابجایی آزاد توام با رسانش ناحیه جامد مثلثی یک محفظه مستطیلی به ارتفاع بی بعد  $H^*=1$  و طول بی بعد  $L^*=1.5$  حاوی نانو سیال با کسر حجمی ثابت و عدد رایلی ثابت  $Ra = 10^5$  در نظر گرفته شده است. دیواره سمت راست دارای دمای بی بعد  $T_c^*=0$  و در سمت چپ، بخشی از دیواره محفظه به شکل جامد مثلثی از جنس مس به قاعده بی بعد  $0.6$  و ارتفاع بی بعد  $d^*=0.6$  در دمای بی بعد  $T_h^*=1$  می باشد. بقیه وجوه محفظه آدیاباتیک و عایق می باشند. برای بررسی تغییرات نسبت ضریب هدایت حرارتی دیواره جامد به ناحیه نانوسیال بر روی پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی ( جریان و انتقال حرارت جابه جایی آزاد) شامل کانتورهای دما، پروفیل سرعت طولی، عدد ناسلت و پروفیل دما از سه نسبت ضریب هدایت  $K_r=0.1$ ،  $K_r=1$  و  $K_r=10$  استفاده شده است در این بخش کسر حجمی و ضریب هدایت نانوسیال ثابت می باشد. با تغییر نسبت ضریب هدایت ناحیه جامد مثلثی به ضریب هدایت نانوسیال، ضریب هدایت دیواره تغییر می نماید. جدول ۳ مقادیر اعداد ناسلت متوسط در امتداد دیواره های محفظه را در نسبت ضرایب هدایت مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که با افزایش نسبت ضریب هدایت در یک عدد رایلی ثابت مقادیر ناسلت در امتداد دیواره ها افزایش می یابند. شکل ۷ و ۸ به ترتیب نمودار تغییرات دما و نمودار پروفیل های طولی سرعت بی بعد را در امتداد خط  $y^*=0.75$  محفظه و همچنین شکل ۹ کانتورهای دما را در نسبت ضریب هدایت های مختلف را نشان می دهد. مشاهده می شود با افزایش ضریب هدایت مقادیر دمای داخل محفظه افزایش می یابند. با افزایش نسبت ضریب هدایت، ضریب هدایت ناحیه جامد مثلثی افزایش یافته



شکل ۵- نمایش تغییرات پروفیل طولی سرعت در امتداد خط  $m$   $y=0.075$  در محفظه برای سه حالت ابعاد ناحیه جامد مثلثی شکل



شکل ۶- نمایش تغییرات کانتورهای دما برای سه حالت ابعاد ناحیه جامد مثلثی شکل

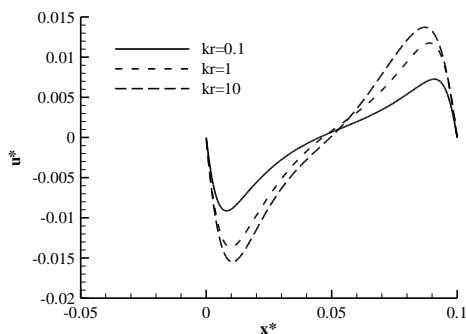
(الف)  $a=0.05$  m ,  $d=0.05$  m

(ب)  $a=0.06$  m ,  $d=0.06$  m

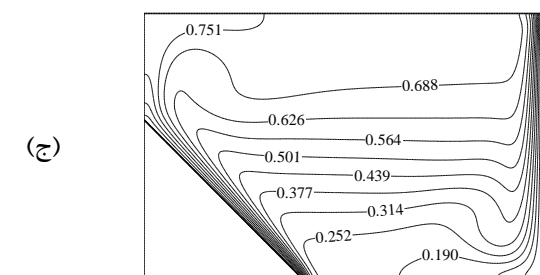
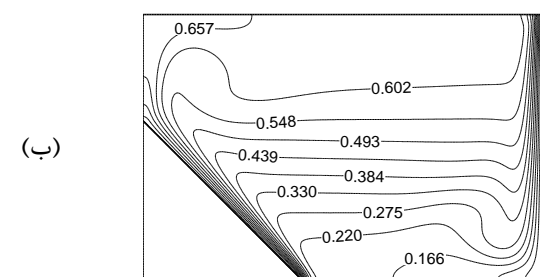
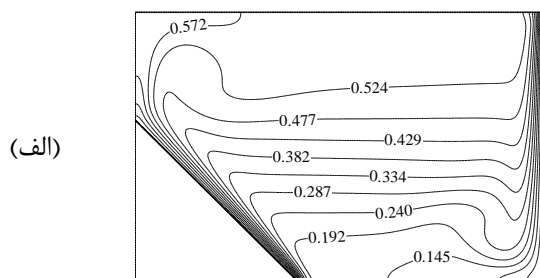
(ج)  $a=0.07$  m ,  $d=0.07$  m

مشاهده می شود با افزایش ابعاد ناحیه جامد مثلثی، مقادیر پروفیل دما، پروفیل مولفه طولی سرعت و کانتورهای دما افزایش می یابند. می توان بیان کرد که با افزایش ابعاد ناحیه





شکل ۸- نمایش تغییرات بی بعد پروفیل سرعت طولی در امتداد خط  $y^*=0.75$  در محفظه در عدد رایلی ثابت و برای  $kr$  مختلف



شکل ۹- نمایش کانتورهای دمای بی بعد در محفظه در عدد رایلی ثابت برای  $kr$  مختلف (الف)  $kr=0.1$  (ب)  $kr=1$  (ج)  $kr=10$

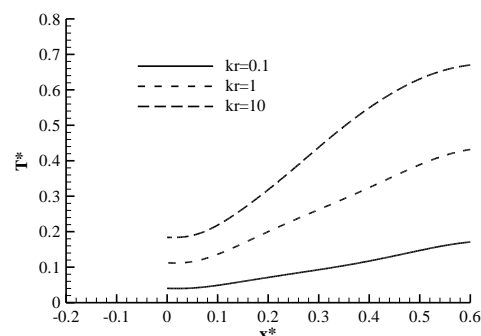
### نتیجه گیری

نتایج حاصل از بررسی های نسبت ابعاد مانع جامد مثلثی (اثر ضخامت ناحیه جامد مثلثی) و نسبت ضریب هدایت های مختلف بر جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه نشان دادند با افزایش نسبت ضریب هدایت و ابعاد ناحیه جامد مثلثی ضریب هدایت دیواره جامد افزایش یافته و انتقال حرارت

و انتقال حرارت بیشتری از سطح مشترک ناحیه جامد و نانوسیال عبور می نماید لذا انتقال حرارت بیشتری از سطوح گرم وارد محفظه و از سمت دیواره سرد خارج می گردد که این امر منجر به افزایش گرادیان دما می شود و بر دمای نانوسیال موثر بوده و منجر به افزایش دمای بی بعد نانوسیال می شود. همچنین با عبور شارحرارتی از سطح دیواره ها قدرت و شدت جریان نانوسیال داخل محفظه افزایش می یابد که این امر منجر به افزایش سرعت نانوسیال می گردد. در نتیجه با افزایش ضریب هدایت ناحیه جامد مثلثی سرعت نانوسیال افزایش می یابد. با توجه به پروفیل مولفه طولی سرعت، گردش جریان به صورت ساعتگرد است.

جدول ۳- مقدار اعداد ناسلت متوسط روی کل دیواره های محفظه با ناحیه جامد مثلثی از جنس مس در عدد رایلی ثابت برای سه نسبت ضریب هدایت مختلف

$kr$	ناسلت متوسط در امتداد دیواره های محفظه
<b>0.1</b>	1.08
<b>1</b>	5.63
<b>10</b>	10.13



شکل ۷- نمایش تغییرات بی بعد پروفیل دما در امتداد خط  $y^*=0.75$  در محفظه در عدد رایلی ثابت و برای  $kr$  مختلف

- effect of conduction in one of the vertical walls*”, Int. J. Thermal Sci., Vol. 29, pp. 1979–1988, Dec. 1986.
- [7]. D. Misra, A. Sarkar, “*Finite element analysis of conjugate natural convection in a square enclosure with a conducting vertical wall*”, Comp. Methods in Applied Mech. and Eng., Vol. 141, pp. 205–219, Feb. 1997.
- [8]. S. Acharya, C.H. Tsang, “*Influence of wall conduction on natural convection in an inclined square enclosure*”, J. Heat Mass Transf., Vol. 21, pp. 19–30, 1987.
- [9]. R.B. Yedder, E. Bilgen, “*Laminar natural convection in inclined enclosures bounded by a solid wall*”, J. Heat Mass Transf., Vol. 32, pp. 455–462, Aug. 1997.
- [10]. B. Abdennacer, B. Smail, A. Said, “*Effect of Wall Conductivity on Conjugate Natural Convection in a Square Enclosure with Finite Vertical Wall Thickness.*” Adv. Theor. Appl. Mech., Vol. 5, no. 4, 179 – 90 . Feb. 2012.
- [11]. A. Al-Amiri, Kh. Khanafer, I. Pop, “*Steady-state conjugate natural convection in a fluid-saturated porous cavity*”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 51, pp. 4260–4275, Aug. 2008.
- [12]. N.H. Saeid, “*Conjugate natural convection in a porous enclosure effect of conduction in one of the vertical walls.*” Int. J. Thermal Sci. Vol. 46, pp. 531-539. June 2007.
- [13]. G.V. Kuznetsov, M. Sheremet, “*Conjugate natural convection with radiation in an enclosure*”, Int. J. Heat Mass Transf., Vol. 52, pp. 2215-2223, Apr. 2009.
- [14]. R.L. Frederick, “*Natural convection in an inclined square enclosure with a partition attached to its cold wall*”, Int. J. Heat Mass Transf., Vol. 32, pp. 87–94, Jan. 1998.
- [15]. J.M. House, C. Beckermann, T.F. Smith, “*Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure*”, Numerical Heat Transf., Part A: Applications, Vol. 18, Issue 2, pp. 213–225, Sep. 1990.
- [16]. J.R. Lee, M.Y. Ha, “*A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body*”, Int. J.

بیشتری از سطح مشترک جامد و سیال عبور می‌نماید که این امر بر دما و سرعت نانوسیال موثر بوده و منجر به افزایش دما و سرعت نانوسیال می‌شود. در نتیجه جهت خنک سازی داخل محفظه هرچه نسبت ضریب هدایت و نسبت ابعاد ناحیه جامد کمتر باشد مناسب تر خواهد بود.

نرخ انتقال حرارت در محفظه، به موقعیت ناحیه جامد داخلی وابسته می باشد به طوری که با افزایش ابعاد مانع و ناحیه جامد، منجر به گرادیان دمای بیشتر و کاهش فاصله دیواره های محفظه می گردد که این امر انتقال حرارت را سهولت می بخشد. همچنین افزایش نسبت ابعادی ناحیه جامد منجر به افزایش سطح گرم و گرادیان دما شده و میزان انتقال حرارت به علت افزایش نیروی شناوری، زیاد می‌شود. همچنین نتایج به دست آمده نشان دادند که بیشترین نرخ انتقال حرارت برای نسبت ضریب هدایت و نسبت ابعاد بیشتر به خصوص در اعداد رایلی بالا مشاهده می‌گردد.

#### منابع و مراجع

- [1]. S. kord, M. Ghalambaz, “*Effect of heater location and size on heat transfer of natural displacement of nanofluid inside a triangular closed chamber saturated with porous medium in the state of no thermal resistance*”, J. Mech. Eng. Heat Transf. Vol. 3, pp. 21-30, 2016. in Persian.
- [2]. A. K. Singh, “*Thermal Conductivity of Nanofluids*”, Defence Sci. J., Vol. 58, pp. 600-607, Sep. 2008.
- [3]. A. Tahmasabi, A. R. Noghrehabadi, A. Azimi, “*Analysis of the effect of the thermal conduction of the chamber walls on the correlated natural convection heat transfer in a square chamber filled with a porous material in a state of thermal imbalance.*” J. Mech. Eng. Heat Transf. Vol. 3, pp. 7-15, 2016. in Persian.
- [4]. D.M., Kim, R, Viskanta, “*Study of the effects of wall conductance on natural convection in differently oriented square cavities*”, J. Fluid Mech., Vol. 144, pp. 153–176, Jul. 1984.
- [5]. D.M., Kim, R, Viskanta, “*Effect of wall heat conduction on natural convection heat transfer in a square enclosure*”. J. Heat Transf., Vol. 107, pp. 139–146, Feb. 1985.
- [6]. D.A. Kaminski, C. Prakash, “*Conjugate natural convection in a square enclosure:*

- CuO- water enclosed in a partially heated rhombus with heated square obstacle*”, Int. J. Heat Mass Transf. Vol. 118 pp. 773–784, 11.04, Mar. 2018.
- [24]. R. Z. Liu, L. Wang, W.C. Zhang, F. Y. Zhao, J. H. Guo, “Conjugate fluid, heat and species transports inside an enclosure containing miscellaneous solid arrays: General models of electronic cooling and pollutant removals”. Int. J. thermal sci. Vol. 166, pp.640-662. Aug. 2021
- [25]. M. Hasnaoui, A. Mansouri, A. Amahmid, M. Alouah, “Numerical analysis of conjugate convection-conduction heat transfer in an air-filled cavity with a rhombus conducting block subjected to subdivision: Cooperating and opposing roles” Int. J. Heat and Mass Transf. Vol. 150, pp.254-270 Apr. 2020
- [26]. M. Izadi, R. Mohebbi, D. Karimi, M.A. Sheremet., “Numerical simulation of natural convection heat transfer inside a  $\perp$  shaped cavity filled by a MWCNT-Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>/water hybrid nanofluids using LBM”, Chem. Eng. & Processing Process Intensification, Vol. 125, p.p. 56–66, Mar. 2018.
- [27]. M.M. Rahmana, M.M. Billah Rahman A.T.M.M., Kalam M.A., Ahsan A. ,”Numerical investigation of heat transfer enhancement of nanofluids in an inclined lid-driven triangular enclosure” Int. Communications Heat Mass Transf. vol. 38, pp 1360–1367. Dec. 2011.
- [28]. J.-T. Hu, X.-H Ren, D. Liu, F.-Y. Zhao, H.-Q. Wang, “Conjugate natural convection inside a vertical enclosure with solid obstacles of unique volume and multiple morphologies” Int. J. Heat Mass Transf. 95 pp. 1096–1114, Apr. 2016
- Heat Mass Transf., Vol. 48, Issue 16, pp. 3308–3318, Jul. 2005.
- [17]. P. Bhawe, A. Narasimhan, D. A. S. Rees, “Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: optimal block size and Prandtl number effect”, Int. J. Heat Mass Transf., Vol. 49, Issues 21–22, pp. 3807–3818, Oct. 2006.
- [18]. M. E. L. Abdallaoui, M. Hasnaoui, A. Amahmid, “Lattice-Boltzmann modeling of natural convection between a square outer cylinder and an inner isosceles triangular heating body”, Numerical Heat Transf., Part A: Applications, Vol. 66, pp. 1076–1096, Nov. 2014.
- [19]. Boulahia Z., Wakif A., Sehaqui R, “ Natural Convection Heat Transfer of the nanofluids in a Square Enclosure with an Inside Cold Obstacle“, J. Heat Transf., Vol. 21, pp 367-375. Apr. 2016.
- [20]. Dzodzo D.M.C., Dzodzo M.B., Pavlovic M.D., “Laminar natural convection in a fully partitioned enclosure containing fluid with nonlinear thermophysical properties“ J. Heat Mass Transf. Vol. 20, pp. 614 -623. Dec. 1999
- [21]. F. Selimefendigil, O. Hakan, “Conjugate natural convection in a cavity with a conductive partition and filled with different nanofluids on different sides of the partition“ , J. Molecular Liquids, Vol. 216, pp 67-77. Apr. 2016
- [22]. A.S. Dogonchi., “Heat transfer by natural convection of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>-water nanofluid in an annulus between a wavy circular cylinder and a rhombus“, Int. J. Heat Mass Transf. Vol. 232, pp. 130 320,. Mar. 2019
- [23]. F.A. Rizwan-ul-Haq, Soomro, Z. Hammouch, “Heat transfer analysis of