

مدل سازی و کنترل مود لغزشی جستجوگر رول-پیچ

مهسا قاسمی^۱، هادی نوبهاری^۲، حامد محمدکریمی^{۳*}

۱- کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۲- دانشیار، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۳- استادیار، گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۰۷)

چکیده

این پژوهش به مدل سازی ریاضی و کنترل مود لغزشی یک جستجوگر رول-پیچ می پردازد. ابتدا مدل دینامیکی قاب های رول و پیچ جستجوگر به روش نیوتون-اولیتر استخراج شده است. اثر نامتقارنی جرمی و عدم تقارن ماتریس ممان اینرسی بر دینامیک جستجوگر نیز لحاظ شده است. دینامیک جستجوگر رول-پیچ رفتار غیرخطی شدید دارد. همچنین، وجود نامعینی ها و اغتشاشات مدل نشده باعث ایجاد عدم قطعیت در مدل می شود. به منظور کنترل دینامیک غیرخطی جستجوگر و مقابله با عدم قطعیت های مدل سازی، یک کنترل کننده مود لغزشی انتگرالی دو ورودی-دو خروجی طراحی شده است. در شبیه سازی، تابع تبدیل موتور هر دو قاب درونی و بیرونی و همچنین حد اشباع ولتاژ ورودی و جریان خروجی در نظر گرفته شده است. نتایج شبیه سازی عددی نشان می دهد که حلقه پایدارسازی در هر دو کانال رول و پیچ، عملکرد مناسبی دارد. همچنین، با بررسی عملکرد کنترل کننده طراحی شده در حضور عدم قطعیت جرمی قاب ها، مشاهده می شود که این کنترل کننده از مقاومت خوبی برخوردار است.

واژه های کلیدی: جستجوگر رول-پیچ، انتقال دستگاه مختصات، کنترل مودلغزشی، حلقه پایدارسازی، حرکت سریع رول.

Modeling and Sliding Mode Control of a Roll-Pitch Seeker

Abstract

In this paper, mathematical modeling and sliding mode control of a roll-pitch seeker is explored. First, the dynamic model of the roll and pitch frames is obtained by the Newton-Euler equations of motion. Additionally, the effect of mass asymmetry and the asymmetry of the moment of inertia matrix on the dynamics of the seeker is considered. The dynamics of the roll-pitch seeker act in a sharp nonlinear way. Furthermore, the presence of unmodified uncertainties and perturbations cause uncertainty in the model. To control the nonlinear dynamics of the seeker and to deal with the uncertainties, a two-input two-output integrated sliding mode controller is designed. The motor transfer function of the inner and outer frames as well as the input voltage and output current saturation limits are also considered in the simulation. Numerical simulation results show that the stabilization loop has good performance in both roll and pitch channels. Besides, examining the performance of the designed controller in the presence of mass uncertainty of the frames shows that the controller has good robustness.

Keywords: *Roll-Pitch seeker, Coordinate transformation, Sliding mode control, Stabilization loop, Rapid roll motion*

مقدمه

در برخی از وسایل پرنده هدایت‌شونده هوا به هوا، از جستجوگر اپتیکی برای تشخیص و ردگیری هدف و حرکت به سمت آن استفاده می‌شود. بعد از قرارگیری جستجوگر به سمت هدف، فرامین کنترلی سرووها بر اساس خطای ردگیری محاسبه شده و اعمال می‌شود. با توسعه اپتیک و الکترونیک، جستجوگر اپتیکی در بسیاری از وسایل پرنده به خصوص از نوع هوا به هوا به کار گرفته شده است. جستجوگرهای قاب‌دار از نظر ساختاری به دو دسته سه‌محوره و دومحوره تقسیم می‌شوند. نوع سه‌محوره در مواردی به کار می‌رود که نیاز به میدان نظر وسیع باشد. این نوع جستجوگر به فضای نصب بزرگی نیاز دارد و در وسایل پرنده با قطر زیاد استفاده می‌شود. در عوض، جستجوگر دومحوره به فضای کمتری نیاز داشته و در وسایل پرنده با قطر کمتر استفاده می‌شود؛ اما، به دلیل محدودیت در چرخش، میدان نظر کمتری نسبت به نوع سه‌محوره دارد [۱].

جستجوگرهای دومحوره به دو دسته رول-پیچ و پیچ-یاو تقسیم می‌شوند. نوع متداولی که در اغلب وسایل پرنده استفاده می‌شود، جستجوگر پیچ-یاو است [۱]. این نوع جستجوگر از طریق دو کانال کنترلی مستقل (کانال‌های پیچ و یاو) کنترل می‌شود که کوپلینگ کم و کنترل‌پذیری آسان‌تری دارد اما، مشکل جستجوگر پیچ-یاو میدان نظر محدود آن است. لذا، اهدافی که مانور زیادی دارند سریع‌تر از محدوده‌ی دید آن خارج می‌شود که به تبع آن، هدف از دست می‌رود. در عوض، جستجوگر رول-پیچ میدان نظر وسیع‌تری دارد که برتری این جستجوگر را نسبت به جستجوگر پیچ-یاو نشان می‌دهد.

ساختار جستجوگر رول-پیچ شامل دو قاب رول و پیچ است که روی بدنه رهگیر نصب می‌شود. قاب بیرونی نسبت به بدنه حرکت رول و قاب درونی نسبت به قاب بیرونی حرکت پیچ انجام می‌دهد. آشکارساز و ژيروسکوپ‌های نرخی روی قاب درونی فرض شده‌اند. به منظور آشکارسازی و ردگیری هدف، ابتدا قاب خارجی حرکت رول انجام می‌دهد و سپس، قاب داخلی با حرکت پیچ به سمت هدف متمایل می‌شود. از این رو، قاب خارجی باید دینامیک سریع‌تری نسبت به قاب داخلی داشته باشد. دینامیک این دو کانال حرکتی با هم تداخل دارند و در معادلات دیفرانسیل آن‌ها جملات غیرخطی وجود دارد.

به‌علاوه، نامعینی‌هایی ناشی از اتصال کابل به هر یک از قاب‌ها و نیز، خطای مدل‌سازی گشتاورهای اصطکاکی و عوامل اغتشاشی نظیر مانور هدف وجود دارد [۲].

قاب بیرونی قادر به چرخش تا 360° درجه و قاب داخلی قادر به چرخش تا نزدیک 90° درجه است که گستره دید وسیعی را نتیجه می‌دهد. هدف جستجوگر ثابت نگه‌داشتن نرخ چرخش خط‌دید در فضای اینرسی است و این مسئله مستلزم قرارگیری محور طولی قاب درونی جستجوگر رو به هدف است. اما، وقتی خطای ردگیری نزدیک به صفر می‌شود، نرخ چرخش رول (قاب بیرونی) بی‌نهایت شده و تکینگی رخ می‌دهد. مسئله تکینگی در جستجوگر رول-پیچ از معایب این جستجوگر است که باید رفع شود [۱۰-۱].

در اغلب مراجعی که در ادامه بررسی شده است با توجه به مدل‌سازی ریاضی، قاب بیرونی جستجوگر حرکت رول، و قاب درونی حرکت یاو انجام می‌دهد؛ اما، تحت عنوان جستجوگر رول-پیچ نام‌گذاری شده است.

در مرجع [۱] به منظور کمینه‌کردن زاویه رول، چهار روش کنترل بهینه طراحی شده است و موثر بودن این الگوریتم‌ها با خطای ردگیری کمتر از 0.15° درجه از طریق شبیه‌سازی نشان داده شده است.

در مرجع [۲]، یک روش ردگیری و تخمین برای به‌دست‌آوردن نرخ چرخش خط‌دید وسیله پرنده با جستجوگر رول-پیچ، ارائه شده است. برای تخمین خط‌دید از فیلتر کالمن بی‌اثر استفاده شده است. نتیجه تخمین در مقایسه با حالتی که نرخ چرخش خط‌دید به‌طور مستقیم از جستجوگر گرفته شود، بهبود یافته است.

در مرجع [۳]، مسئله ردگیری هدف توسط یک جستجوگر رول-پیچ بررسی شده است. خطای سیگنال‌های ردگیری چهارچوب‌های زاویه‌ای (چهارچوب‌های رول و پیچ) با توجه به مختصات زاویه‌ای هدف در آشکارساز، هندسه جستجوگر رول-پیچ و موقعیت جستجوگر نسبت به رهگیر مدل شده است. این مدل برای طراحی کنترل حلقه‌بسته جستجوگر رول-پیچ استفاده می‌شود.

در مرجع [۴] یک روش برای حل مشکل تکینگی در جستجوگر رول-پیچ ارائه شده است. در این مقاله، با توجه به ارتباط بین تغییرات عملکرد جستجوگر با تغییر پارامترها، ناحیه

پرداخته شده‌است. به‌منظور تخمین نرخ چرخش خط‌دید از یک فیلتر کالمن استفاده شده‌است. روش پیشنهادشده با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی در حضور مانورهای مختلف هدف اعتبارسنجی شده‌است.

در مرجع [۱۰] از یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی^۳ فازی با در نظر گرفتن نویز جاپرو استفاده شده‌است. مدل‌سازی ریاضی سیستم نیز با توجه به سرعت و گشتاور وسیله پرنده استخراج شده‌است. در انتها کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی فازی با یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی^۴ مقایسه شده‌است. در مرجع [۱۱] یک روش جبران‌سازی DRR^۵ بر پایه ESO^۶ برای جستجوگر رول-پیچ معرفی شده‌است. مشخصات جستجوگر رول-پیچ و حدود DRR تحلیل و بررسی شده‌است. همچنین، تاثیر گشتاورهای اغتشاشی مختلف بررسی شده‌است. مدل‌سازی و شبیه‌سازی حلقه هدایت با استفاده از یک جستجوگر رول-پیچ با روش جبران‌سازی پیشنهادی ارائه گردیده و سپس با روش‌های موجود مانند فیلتر کالمن مقایسه شده‌است که نتایج شبیه‌سازی موید نتایج بهتر روش پیشنهادی است.

با توجه به پژوهش‌های پیشین، در هیچ یک از مقالات از رویکرد کنترلی مود لغزشی انتگرالی استفاده نشده‌است. در این مقاله پس از مدل‌سازی بسیار دقیق دینامیک جستجوگر، از کنترل مود لغزشی انتگرالی به‌منظور کنترل قاب‌های رول و پیچ استفاده شده‌است.

ابتدا به مدل‌سازی ریاضی جستجوگر پرداخته شده‌است. سپس، کنترل جستجوگر رول-پیچ برای یک وسیله پرنده هوا به هوا به‌نحوی انجام می‌شود که در مقابل اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها مقاوم باشد. با توجه به بررسی پژوهش‌های پیشین، در این پژوهش، با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود در سیستم غیرخطی این جستجوگر، از رویکرد کنترل مود لغزشی انتگرالی چندرودی-چندخروجی استفاده می‌شود که بنابر اطلاع نویسندگان تا به حال از این رویکرد کنترلی در کنترل جستجوگر رول-پیچ استفاده نشده‌است.

ساختار مقاله حاضر به این صورت است: ابتدا، پس از تعریف دستگاه‌های مختصات موجود در مسئله حاضر، معادلات سینماتیکی و دینامیکی جستجوگر استخراج خواهد شد. در ادامه، ساختار حلقه پایدارسازی جستجوگر رول-پیچ معرفی می‌شود. سپس، روش کنترل مود لغزشی معرفی شده و در

کاری جستجوگر به سه قسمت تقسیم شده و راهبرد کنترلی هر بخش، به‌طور مجزا فرمول‌بندی شده‌است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این راهبرد به‌طور مؤثری مانع ایجاد مشکل تکینگی در عملکرد جستجوگر می‌شود. مرجع [۵] بر حل مشکل تکینگی جستجوگر رول-پیچ متمرکز شده‌است. در این مقاله، برای جلوگیری از به‌وجود آمدن نرخ چرخش رول بی‌نهایت، با توجه به زاویای رول و پیچ، سرعت چرخش خط‌دید و انحراف از مرکز تصویر، کنترل زاویه رول به سه ناحیه با نرخ چرخش حداقل، متوسط و حداکثر تقسیم شده‌است. با این تقسیم‌بندی، کنترل به نحوی انجام می‌شود که در نواحی مستعد تکینگی، هدف همچنان در صفحه تصویر باقی بماند و از دست نرود.

در مرجع [۶] با توجه به نظریه جبر لی، سینماتیکی جستجوگر رول-پیچ با روش حاصل‌ضرب نمایی بررسی شده و معادله پایداری خط‌دید نوشته شده‌است. سپس طرح‌های مختلفی از پیکربندی و نحوه قرارگیری ژيروسکوپ‌ها در قاب‌های درونی و بیرونی، ارائه شده و معایب و مزایای هر پیکربندی بیان شده‌است. در مرجع [۷] از یک روش کنترل بهینه به‌منظور کنترل قاب‌های جستجوگر رول-پیچ استفاده شده‌است. در این روش، تابع هزینه شامل بردارهای انرژی کنترلی و خطای ردگیری در نظر گرفته شده‌است. وقتی هدف از محل وقوع تکینگی دور است، جستجوگر به‌منظور ردگیری هدف باید چرخش سریعی داشته باشد؛ از طرفی، در نزدیکی نواحی مستعد تکینگی حساسیت قاب خارجی نسبت به موقعیت هدف باید به کمترین حد برسد. در این صورت تکینگی اتفاق نمی‌افتد. در تابع هزینه، توابع وزنی بردار انرژی کنترلی و بردار خطا به نحوی انتخاب شده‌اند که سناریو کنترلی مطرح شده اجرا شود.

در مرجع [۸] در ابتدا به‌منظور پیش‌بینی ناحیه‌ای که در آن تکینگی اتفاق می‌افتد و به‌دست آوردن خطای زاویه‌ای بین قاب‌ها و خط‌دید، از یک تخمینگر استفاده شده‌است. با استفاده از روش کمترین مربعات و با اطلاعات به‌دست‌آمده از اندازه‌گیری‌های متوالی، پارامترهای مدل به‌روزرسانی می‌شوند. سپس، یک کنترل مود پیش‌بین برای قاب خارجی طراحی می‌شود که هدف آن کم کردن خطای ردگیری است.

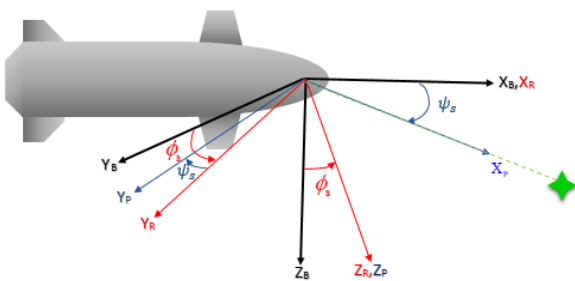
در مرجع [۹] به بررسی روشی برای دریافت اطلاعات جستجوگر رول-پیچ تحت شرایط ضد مادون قرمز فریب^۲

مرکز جرم پرنده ثابت است. در این شکل X_B ، Y_B و Z_B محورهای اصلی چهارچوب بدنی را نشان می‌دهد. چهارچوب بیرونی جستجوگر (نسبت به بدنه پرنده) قادر به حرکت یک‌درجه‌آزادی رول است. با چرخش به اندازه زاویه ϕ_s حول محور X_B ، چهارچوب بدنی بر چهارچوب بیرونی منطبق می‌شود. X_R ، Y_R و Z_R بیانگر محورهای اصلی چهارچوب بیرونی (چهارچوب رول) هستند.

با چرخش چهارچوب بیرونی به اندازه زاویه ψ_s حول محور Z_R ، چهارچوب درونی (چهارچوب پیچ) با بردارهای X_P ، Y_P و Z_P به دست می‌آید. لازم به ذکر است که چرخش قاب درونی، علیرغم چرخش حول محور سوم قاب رول (به منظور هماهنگی مدل‌سازی با نام جستجوگر رول-پیچ)، حرکت پیچ نامیده می‌شود. به چهارچوب درونی، چهارچوب خط‌دید نیز گفته می‌شود. ماتریس تبدیل از چهارچوب بدنی به چهارچوب بیرونی و ماتریس تبدیل از چهارچوب بیرونی به چهارچوب درونی از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$[T]^{RB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_s & \sin \phi_s \\ 0 & -\sin \phi_s & \cos \phi_s \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[T]^{PR} = \begin{bmatrix} \cos \psi_s & \sin \psi_s & 0 \\ -\sin \psi_s & \cos \psi_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$



شکل ۱ معرفی چهارچوب‌های مورد استفاده در مدل‌سازی جستجوگر

معادلات دینامیکی جستجوگر

در این بخش، معادلات دینامیکی جستجوگر استخراج می‌شود. از آنجا که چهارچوب بیرونی جستجوگر حرکت رول و

ادامه، برای دو کانال رول و پیچ حلقه پایدارسازی، کنترل‌کننده مود لغزشی انتگرالی طراحی خواهد شد. در انتها، نتایج شبیه‌سازی حلقه پایدارسازی ارائه خواهد شد.

مدل‌سازی دینامیکی جستجوگر رول-پیچ

در این بخش، بعد از معرفی چهارچوب‌ها و دستگاه‌های مختصات به مدل‌سازی ریاضی جستجوگر رول-پیچ پرداخته شده است. به منظور مدل‌سازی دینامیکی، از روش نیوتون اولر استفاده شده است.

تعریف چهارچوب‌ها و دستگاه‌های مختصات

به منظور استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی جستجوگر، از چهارچوب‌های اینرسی، بدنی، چهارچوب بیرونی و چهارچوب درونی استفاده می‌شود. در این پژوهش چهارچوب زمین تخت به عنوان چهارچوب اینرسی در نظر گرفته شده است. مرکز چهارچوب زمین تخت روی یک نقطه دلخواه بر سطح زمین قرار دارد و محور اول آن به سمت شمال، محور دوم آن به سمت شرق و محور سوم آن رو به پایین تعریف می‌شود. چهارچوب بدنی، متصل به بدنه پرنده است و همراه پرنده حرکت می‌کند. مرکز این چهارچوب بر مرکز جرم پرنده منطبق است. محور اول چهارچوب بدنی (یعنی X_B) رو به جلو و به سمت دماغه پرنده، محور دوم (یعنی Y_B) به سمت راست و طبق قانون دست راست، محور سوم (یعنی Z_B) به سمت پایین است. چهارچوب‌های بدنی و اینرسی، با استفاده از ماتریس تبدیل $[T]^{BI}$ با یکدیگر مرتبط می‌شوند. رابطه (۱) ماتریس تبدیل از چهارچوب اینرسی به چهارچوب بدنی است [۱۲].

$$[T]^{BI} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

در رابطه (۱) θ و ψ به ترتیب بیانگر زوایای رول، پیچ و یاو چهارچوب بدنی نسبت به چهارچوب اینرسی است. در شکل ۱، علاوه بر چهارچوب بدنی، چهارچوب‌های درونی و بیرونی نیز نشان داده شده است. مرکز مختصات هر سه چهارچوب روی

(۱۰)

$$\begin{bmatrix} p_p \\ q_p \\ r_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi_s & \sin \psi_s & 0 \\ -\sin \psi_s & \cos \psi_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi_s & \sin \psi_s & 0 \\ -\sin \psi_s & \cos \psi_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_s & \sin \phi_s \\ 0 & -\sin \phi_s & \cos \phi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

(۱۱)

$$\begin{cases} p_p = (q \cos \dot{\phi}_s + r \sin \dot{\phi}_s) \sin \psi_s + (p + \dot{\phi}_s) \cos \psi_s \\ q_p = (q \cos \dot{\phi}_s + r \sin \dot{\phi}_s) \cos \psi_s - (p + \dot{\phi}_s) \sin \psi_s \\ r_p = (-q \sin \dot{\phi}_s + r \cos \dot{\phi}_s) + \dot{\psi}_s \end{cases}$$

بردار سرعت زاویه‌ای چهارچوب بیرونی نسبت به چهارچوب

اینرسی، بیان شده در چهارچوب بیرونی با توجه به $[\omega^{BI}]^R$ و

به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[\omega^{RI}]^R = [\omega^{RB}]^R + [T]^{RB} [\omega^{BI}]^B \quad (۱۲)$$

$$\begin{bmatrix} p_R \\ q_R \\ r_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_s & \sin \phi_s \\ 0 & -\sin \phi_s & \cos \phi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} p_R = p + \dot{\phi}_s \\ q_R = q \cos \phi_s + r \sin \phi_s \\ r_R = -q \sin \phi_s + r \cos \phi_s \end{cases} \quad (۱۴)$$

با استفاده از (۱۴) رابطه (۱۱) به فرم ساده زیر قابل بازنویسی

است:

$$\begin{cases} p_p = q_R \sin \psi_s + p_R \cos \psi_s \\ q_p = q_R \cos \psi_s - p_R \sin \psi_s \\ r_p = r_R + \dot{\psi}_s \end{cases} \quad (۱۵)$$

برای به دست آوردن معادلات حرکت قاب‌ها، از قوانین اوپلر

استفاده شده است. اندازه حرکت زاویه‌ای I_1^{BI} جسم صلب B

نسبت به چهارچوب مرجع I و حول نقطه مرجع I است و از

چهارچوب درونی حرکت پیچ انجام می‌دهد، ابتدا سرعت زاویه‌ای هر یک از چهارچوب‌ها را به دست می‌آوریم. بردار سرعت زاویه‌ای چهارچوب بدنی نسبت به چهارچوب اینرسی، بیان شده در دستگاه بدنی عبارت است از:

$$[\omega^{BI}]^B = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (۴)$$

در رابطه فوق مولفه‌های p ، q و r به ترتیب بیانگر نرخ‌های رول، پیچ و یاورهگیر است. سرعت زاویه‌ای چهارچوب بیرونی نسبت به چهارچوب اینرسی، بیان شده در دستگاه چهارچوب بیرونی و سرعت زاویه‌ای چهارچوب درونی نسبت به چهارچوب اینرسی، بیان شده در دستگاه درونی نیز به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$[\omega^{RI}]^R = \begin{bmatrix} p_R \\ q_R \\ r_R \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$[\omega^{PI}]^P = \begin{bmatrix} p_p \\ q_p \\ r_p \end{bmatrix} \quad (۶)$$

اما داریم:

$$\omega^{PB} = \omega^{PR} + \omega^{RB} \quad (۷)$$

با بیان رابطه تنسوری فوق در دستگاه چهارچوب درونی

خواهیم داشت:

$$[\omega^{PB}]^P = [\omega^{PR}]^P + [\omega^{RB}]^P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_s \end{bmatrix} + [T]^{PR} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

که در آن $[T]^{PR}$ ماتریس تبدیل از چهارچوب بیرونی بهچهارچوب درونی، $\dot{\psi}_s$ نرخ چرخش چهارچوب درونی نسبت بهچهارچوب بیرونی و $\dot{\phi}_s$ نرخ چرخش چهارچوب بیرونی نسبتبه چهارچوب بدنی است. با داشتن $[\omega^{BI}]^P$ و $[\omega^{PB}]^P$ ،

از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$[\omega^{PI}]^P = [\omega^{PB}]^P + [\omega^{BI}]^P \quad (۹)$$

$$[\sum \mathbf{m}_p]^P = \begin{bmatrix} I_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Py} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Pz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_p \\ \dot{q}_p \\ \dot{r}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r_p & q_p \\ r_p & 0 & -p_p \\ -q_p & p_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Px} p_p \\ I_{Py} q_p \\ I_{Pz} r_p \end{bmatrix} = \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} I_{Px} \dot{p}_p - I_{Py} q_p r_p + I_{Pz} r_p q_p \\ I_{Py} \dot{q}_p + I_{Px} p_p r_p - I_{Pz} r_p p_p \\ I_{Pz} \dot{r}_p - I_{Px} p_p q_p + I_{Py} q_p p_p \end{bmatrix}$$

از آنجا که قاب درونی فقط حرکت چرخشی حول محور Z دارد، از سومین مولفه رابطه فوق به‌عنوان معادله حاکم بر چرخش قاب درونی استفاده می‌شود.

$$m_{Pz} = I_{Pz} \dot{r}_p + p_p q_p (I_{Py} - I_{Px}) \quad (20)$$

در نتیجه داریم:

$$\dot{r}_p = \frac{m_{Pz} + p_p q_p (I_{Px} - I_{Py})}{I_{Pz}} \quad (21)$$

با تعریف $T_{d_{pitch}} = p_p q_p (I_{Px} - I_{Py})$ معادله (۲۱) به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{r}_p = \frac{m_{Pz} + T_{d_{pitch}}}{I_{Pz}} \quad (22)$$

در ادامه، به‌منظور ارائه نحوه مدل‌سازی ریاضی با در نظر گرفتن نامتقارنی جرمی، فرض می‌شود در ماتریس ممان اینرسی قاب درونی نامتقارنی جرمی وجود دارد. با توجه به شکل ۲ سطح مقطع قاب درونی در صفحه Z-Y نشان داده شده‌است. همان‌طور که مشخص است نامتقارنی جرمی در صفحه Z-Y فرض شده‌است و مرکز جرم در مرکز قاب نیست. در نتیجه $J_{pyz} \neq 0$ می‌شود.

رابطه $I_1^{BI} = I_B^B \omega^{BI}$ محاسبه می‌شود که در آن I_B^B تنسور ممان اینرسی و ω^{BI} بردار سرعت زاویه‌ای است. در این حالت می‌توان نوشت [۱۲]:

$$\mathbf{m}_B = D^I I_1^{BI} \quad (16)$$

در رابطه فوق \mathbf{m}_B بردار گشتاور خارجی وارد بر مرکز جرم B است. در شرایط ایده‌آل، ماتریس ممان اینرسی جستجوگر قطری است و نامیزانی جرمی وجود ندارد. بردار گشتاورهای لازم برای دوران قاب‌ها نیز با \mathbf{m}_p و \mathbf{m}_r بیان می‌شود که به ترتیب معرف گشتاورهای لازم برای چرخش قاب درونی و قاب بیرونی است. ماتریس $[I_p^P]^P$ ممان اینرسی قاب درونی و ماتریس $[I_r^R]^R$ ممان اینرسی قاب بیرونی است که با فرض ساده‌سازی به‌صورت قطری در نظر گرفته می‌شود و از نامیزانی جرمی صرف‌نظر می‌شود.

$$[I_r^R]^R = \begin{bmatrix} I_{Rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Rz} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[I_p^P]^P = \begin{bmatrix} I_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Py} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Pz} \end{bmatrix}$$

در ادامه، معادلات دینامیکی قاب درونی و قاب بیرونی با فرض یکسان‌بودن مرکز قاب‌های P و R به‌دست می‌آید. برای دینامیک چرخشی حاکم بر قاب درونی از قانون اوپلر می‌توان نوشت [۱۲]:

$$[\sum \mathbf{m}_p]^P = [m_{Px} \quad m_{Py} \quad m_{Pz}]^T = [I_p^P]^P \left[\frac{d\omega^{PI}}{dt} \right]^P + [\Omega^{PI}]^P [I_p^P]^P [\omega^{PI}]^P \quad (18)$$

در رابطه فوق Ω^{PI} تنسور سرعت زاویه‌ای چهارچوب P نسبت به چهارچوب I است. بسط این رابطه به‌صورت زیر است:

$$[\sum \bar{\mathbf{m}}_P]^P = \begin{bmatrix} I_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Py} & I_{Pyz} \\ 0 & -I_{Pyz} & I_{Pz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_P \\ \dot{q}_P \\ \dot{r}_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r_P & q_P \\ r_P & 0 & -p_P \\ -q_P & p_P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Px} p_P \\ I_{Py} q_P + I_{Pyz} r_P \\ I_{Pz} r_P - I_{Pyz} q_P \end{bmatrix} = \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} I_{Px} \dot{p}_P - r_P (I_{Py} q_P + I_{Pyz} r_P) + q_P (I_{Pz} r_P - I_{Pyz} q_P) \\ I_{Py} \dot{q}_P + I_{Pyz} \dot{r}_P + I_{Px} p_P r_P - p_P (I_{Pz} r_P - I_{Pyz} q_P) \\ -I_{Pyz} \dot{q}_P + I_{Pz} \dot{r}_P - I_{Px} p_P q_P + p_P (I_{Py} q_P + I_{Pyz} r_P) \end{bmatrix}$$

در نتیجه داریم:

$$\dot{r}_P = \frac{\bar{m}_{Pz} + I_{Pyz} \dot{q}_P + I_{Px} p_P q_P - p_P (I_{Py} q_P + I_{Pyz} r_P)}{I_{Pz}} \quad (25)$$

در ادامه، دینامیک قاب بیرونی استخراج می‌شود. برای دینامیک چرخشی حاکم بر قاب بیرونی مطابق قانون اوپلر می‌توان نوشت [۱۲]:

$$\mathbf{m}_R = D^I \mathbf{I}_R^{RI} = D^I (\mathbf{I}_R^R \boldsymbol{\omega}^{RI}) \quad (26)$$

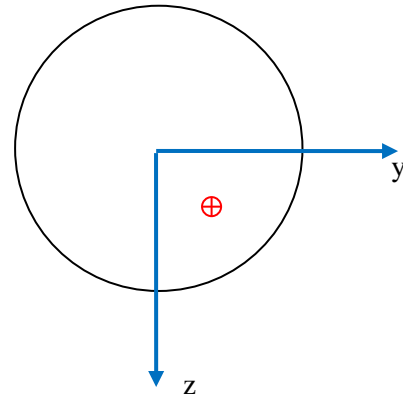
$$[\sum \mathbf{m}_R]^R = [m_{Rx} \quad m_{Ry} \quad m_{Rz}]^T = [\mathbf{I}_R^R]^R \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}^{RI}}{dt} \right]^R + [\boldsymbol{\Omega}^{RI}]^R [\mathbf{I}_R^R]^R [\boldsymbol{\omega}^{RI}]^R \quad (27)$$

اندازه حرکت زاویه‌ای قاب بیرونی از دو قسمت تشکیل شده‌است. یک قسمت مربوط به اندازه حرکت زاویه‌ای قاب بیرونی و قسمت دیگر ناشی از اندازه حرکت زاویه‌ای قاب درونی است. اندازه حرکت زاویه‌ای قاب بیرونی با استفاده از ماتریس تبدیل $[T]^{RP}$ در چهارچوب درونی بیان می‌شود.

$$[\mathbf{I}_R^{RI}]^R = \begin{bmatrix} I_{Rx} \\ I_{Ry} \\ I_{Rz} \end{bmatrix} = [\mathbf{I}_R^{RI}]^R + [T]^{RP} [\mathbf{I}_P^{PI}]^P = \quad (28)$$

$$[\mathbf{I}_R^R]^R [\boldsymbol{\omega}^{RI}]^R + [T]^{RP} [\mathbf{I}_P^P]^P [\boldsymbol{\omega}^{PI}]^P$$

با جایگذاری رابطه (۲۸) در معادله (۲۷)، گشتاورهای خارجی وارد بر مرکز جرم R به دست می‌آید. از آنجا که قاب بیرونی فقط حرکت چرخشی حول محور X دارد، از اولین مولفه رابطه



شکل ۲ سطح مقطع قاب درونی در صفحه z-y

اندازه حرکت زاویه‌ای بدون در نظر گرفتن نامتقارنی جرمی در رابطه (۱۹) بیان شد. در صورت در نظر گرفتن نامتقارنی جرمی در ترم J_{Pyz} ماتریس ممان اینرسی، اندازه حرکت زاویه‌ای به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

(۲۳)

$$[\bar{\mathbf{I}}_I^{PI}]^P = \begin{bmatrix} I_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Py} & I_{Pyz} \\ 0 & -I_{Pyz} & I_{Pz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_P \\ q_P \\ r_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{Px} \\ I_{Py} \\ I_{Pz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{I}_{Px} \\ \bar{I}_{Py} \\ \bar{I}_{Pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{Px} p_P \\ I_{Py} q_P + I_{Pyz} r_P \\ I_{Pz} r_P - I_{Pyz} q_P \end{bmatrix}$$

که در آن \bar{I}_{Px} ، \bar{I}_{Py} و \bar{I}_{Pz} مولفه‌های بردار اندازه حرکت زاویه‌ای متاثر از نامتقارنی جرمی هستند.

با داشتن اندازه حرکت جدید و استفاده از رابطه (۱۸) معادله دینامیکی این قاب با در نظر گرفتن نامتقارنی جرمی در صفحه z-y به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} T_{d2} = & -I_{Px} \cos \psi_s [\sin \psi_s (\dot{q} \cos \phi_s + \\ & \dot{r} \sin \phi_s - q \sin \phi_s \dot{\phi}_s + r \cos \phi_s \dot{\phi}_s)] + \\ & I_{Py} \sin \psi_s [\cos \psi_s (\dot{q} \cos \phi_s + \\ & \dot{r} \sin \phi_s - q \sin \phi_s \dot{\phi}_s + r \cos \phi_s \dot{\phi}_s)] \\ & + r_R (p_P I_{Px} \sin \psi_s + q_P I_{Py} \cos \psi_s + \\ & I_{Ry} q_R) - q_R (r_P I_{Pz} + I_{Rz} r_R) \end{aligned} \quad (35)$$

در نتیجه:

$$I_{eq} \dot{p}_R = m_{Rx} + T_{d1} \dot{\psi}_s + T_{d2} \quad (36)$$

$$\dot{p}_R = \frac{T_{d1}}{I_{eq}} (r_P - r_R) + \frac{1}{I_{eq}} (m_{Rx} + T_{d2}) \quad (37)$$

اگر یک حسگر ژيروسکوپ نرخی در امتداد محور x_p قاب درونی نصب شود، \dot{p}_p را اندازه‌گیری می‌کند. با توجه به مولفه اول رابطه (۳۰)، معادله (۳۷) بر حسب \dot{p}_p به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{p}_p = \dot{p}_R \cos \psi_s - (-\dot{q}_R \sin \psi_s - q_P \dot{\psi}_s) \quad (38)$$

با تعریف $T_{d_{roll}}$ داریم:

$$\begin{aligned} T_{d_{roll}} = & \cos \psi_s (T_{d1} \dot{\psi}_s + T_{d2}) - \\ & I_{eq} (-\dot{q}_R \sin \psi_s - q_P (r_P - r_R)) \end{aligned} \quad (39)$$

معادله (۳۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{p}_p = \frac{\cos \psi_s m_{Rx} + T_{d_{roll}}}{I_{eq}} \quad (40)$$

دیگرام بلوکی شکل ۳ کانال‌های رول و پیچ جستجوگر را نشان می‌دهد که در کانال پیچ از معادله (۲۲) و در کانال رول از معادله (۴۰) استفاده شده‌است. لازم به ذکر است در کانال رول پس از محاسبه p_p ، با توجه به مولفه اول رابطه (۱۵)، محاسبه می‌شود.

(۲۶) به عنوان معادله حاکم بر چرخش قاب بیرونی استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} m_{Rx} = & (\dot{p}_P I_{Px} \cos \psi_s - \dot{q}_P I_{Py} \sin \psi_s + \\ & I_{Rx} \dot{p}_R - p_P I_{Px} \sin \psi_s \dot{\psi}_s - q_P I_{Py} \cos \psi_s \dot{\psi}_s) \\ & - r_R (p_P I_{Px} \sin \psi_s + q_P I_{Py} \cos \psi_s + I_{Ry} q_R) \\ & + q_R (r_P I_{Pz} + I_{Rz} r_R) \end{aligned} \quad (29)$$

\dot{p}_p و \dot{q}_p از مشتق مولفه‌های اول و دوم رابطه (۱۵) به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \dot{p}_P = \dot{q}_R \sin \psi_s + \dot{p}_R \cos \psi_s + \\ q_R \cos \psi_s \dot{\psi}_s - p_R \sin \psi_s \dot{\psi}_s \\ \dot{q}_P = \dot{q}_R \cos \psi_s - \dot{p}_R \sin \psi_s \\ -q_R \sin \psi_s \dot{\psi}_s - p_R \cos \psi_s \dot{\psi}_s \end{cases} \quad (30)$$

با مشتق‌گیری از مولفه دوم رابطه (۱۴)، محاسبه می‌شود.

$$\dot{q}_R = \dot{q} \cos \phi_s + \dot{r} \sin \phi_s - q \sin \phi_s \dot{\phi}_s + r \cos \phi_s \dot{\phi}_s \quad (31)$$

در نتیجه:

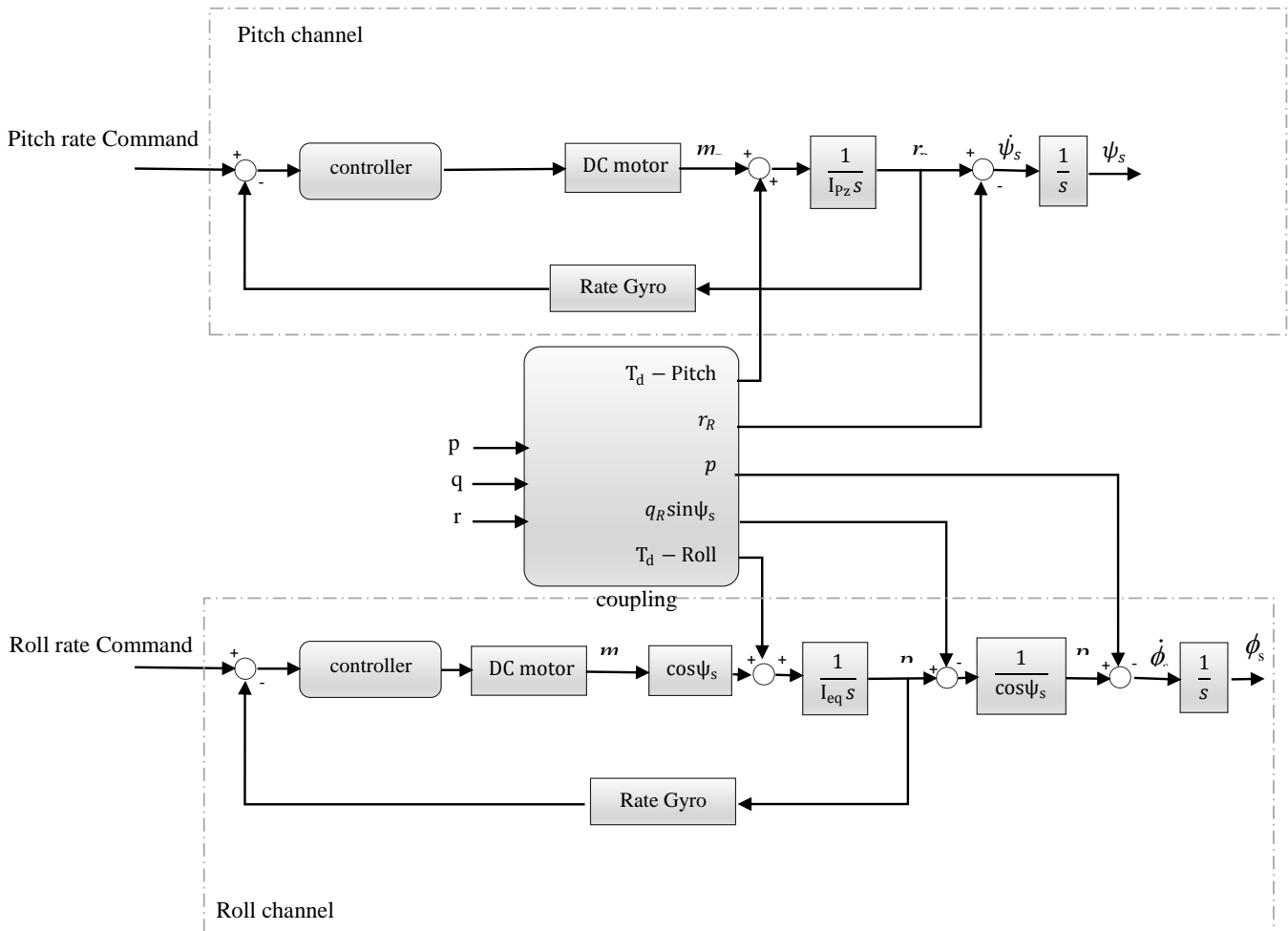
$$\begin{aligned} m_{Rx} = & I_{Px} \cos \psi_s [\sin \psi_s (\dot{q} \cos \phi_s + \\ & \dot{r} \sin \phi_s - q \sin \phi_s \dot{\phi}_s + r \cos \phi_s \dot{\phi}_s) + \\ & \dot{p}_R \cos \psi_s + q_R \cos \psi_s \dot{\psi}_s - p_R \sin \psi_s \dot{\psi}_s] \\ & - I_{Py} \sin \psi_s [\cos \psi_s (\dot{q} \cos \phi_s + \dot{r} \sin \phi_s \\ & - q \sin \phi_s \dot{\phi}_s + r \cos \phi_s \dot{\phi}_s) - \dot{p}_R \sin \psi_s \\ & - q_R \sin \psi_s \dot{\psi}_s - p_R \cos \psi_s \dot{\psi}_s] + I_{Rx} \dot{p}_R \\ & - p_P I_{Px} \sin \psi_s \dot{\psi}_s - q_P I_{Py} \cos \psi_s \dot{\psi}_s \\ & - r_R (p_P I_{Px} \sin \psi_s + q_P I_{Py} \cos \psi_s + I_{Ry} q_R) \\ & + q_R (r_P I_{Pz} + I_{Rz} r_R) \end{aligned} \quad (32)$$

با در نظر گرفتن ضرایب \dot{p}_R به عنوان ممان اینرسی معادل داریم:

$$I_{eq} = I_{Rx} + I_{Px} \cos^2 \psi_s + I_{Py} \sin^2 \psi_s \quad (33)$$

با تعریف T_{d1} و T_{d2} می‌توان نشان داد:

$$\begin{aligned} T_{d1} = & -I_{Px} \cos \psi_s (q_R \cos \psi_s - p_R \sin \psi_s) + \\ & I_{Py} \sin \psi_s (-q_R \sin \psi_s - p_R \cos \psi_s) \\ & + p_P I_{Px} \sin \psi_s + q_P I_{Py} \cos \psi_s \end{aligned} \quad (34)$$

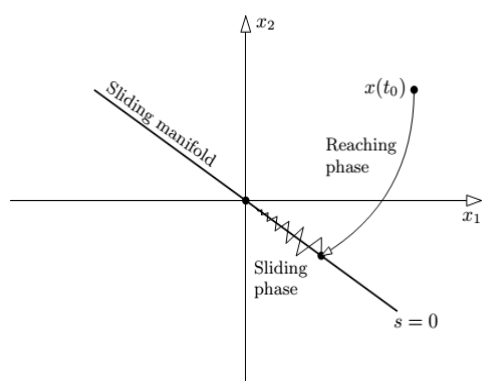


شکل ۳ دیاگرام بلوکی کانال‌های رول و پیچ

وقتی سر جستجوگر (محور x قاب داخلی) رو به هدف قرار می‌گیرد، با توجه به معادله سینماتیکی خطای زاویه رول، نرخ چرخش قاب رول بی‌نهایت شده و تکنیکی اتفاق می‌افتد. از آن جا که وظیفه جستجوگر نگاه داشتن هدف در مرکز دید و ردگیری هدف است، در حلقه ردگیری در کنار طراحی کنترل کننده باید روشی برای جلوگیری از تکنیکی پیشنهاد شود.

طراحی کنترل کننده مود لغزشی

طراحی کنترل کننده مود لغزشی در دو مرحله انجام می‌شود. مرحله اول تعریف سطح لغزش پایدار است. به طوری که اگر حالت سیستم روی سطح لغزش قرار گرفت، روی سطح لغزش باقی بماند و با حرکت روی سطح لغزش به سمت حالت تعادل میل کند. به تعداد ورودی‌های کنترلی سطح لغزش وجود دارد. مرحله دوم طراحی قانون کنترلی است که در هر لحظه حالت سیستم را به سمت سطح لغزش $s(\mathbf{x}, t) = 0$ هدایت کند. شماتیک قانون کنترلی مود لغزشی در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴ شماتیک قانون کنترل مود لغزشی

جستجوگر رول-پیچ دو ورودی کنترلی دارد. بنابراین، طراحی کنترل کننده مود لغزشی برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی انجام می‌شود. از طرفی، وزوز موجود در این روش کنترلی برای یک جستجوگر نامطلوب است و باید حذف شود. برای حذف وزوز باید خطای اختیاری برای سیستم در نظر گرفته شود. این خطا با استفاده از کنترل کننده مود لغزشی انتگرالی از بین می‌رود. در ادامه، کنترل کننده مود لغزشی انتگرالی برای حلقه‌های پایدارسازی جستجوگر رول-پیچ، که یک سیستم دو ورودی-دو خروجی است، طراحی می‌شود.

طراحی کنترل کننده مود لغزشی

دینامیک جستجوگر رول-پیچ که در بخش قبل استخراج شد، یک دینامیک غیرخطی با تداخل شدید است. همچنین، وجود اغتشاشات و نامیزانی جرمی باعث ایجاد نامعینی در مدل می‌شود. نامعینی می‌تواند باعث عملکرد نامطلوب سیستم شود. در این قسمت از کنترل کننده مود لغزشی برای کنترل این سیستم غیرخطی دارای نامعینی استفاده می‌شود.

در ادامه، ساختار کنترلی جستجوگر رول-پیچ که شامل حلقه پایدارسازی و حلقه ردگیری است معرفی شده و با تفکیک کانال‌های رول و پیچ بررسی می‌شود. سپس، کنترل کننده مود لغزشی معرفی شده و برای کنترل سیستم غیرخطی جستجوگر رول-پیچ استفاده می‌شود.

حلقه پایدارسازی

در حلقه پایدارسازی، دو هدف کنترلی اصلی وجود دارد. هدف اول، ثابت نگاه داشتن قاب درونی در فضای اینرسی است. حسگرها نیز روی قاب درونی جستجوگر نصب می‌شوند. با ثابت بودن حسگرها در فضای اینرسی، خطای زوایا مستقل از گشتاورهای اغتشاشی محاسبه می‌شوند. هدف دوم، ردگیری سرعت‌های زاویه‌ای رول و پیچ مطلوب که در حلقه ردگیری تولید می‌شود، توسط قاب درونی است. کنترل کننده طراحی شده برای حلقه پایدارسازی کنترل مود لغزشی است که در ادامه طراحی می‌شود.

حلقه ردگیری

در حلقه ردگیری، خطای ردگیری باید به صفر برسد. به عبارت دیگر، در این حلقه سر جستجوگر در امتداد بردار خطا دید بیان شده در چهارچوب درونی قرار می‌گیرد. برای این منظور، ابتدا اختلاف رول و اختلاف پیچ مورد نیاز سر جستجوگر برای قرارگیری به سمت هدف محاسبه می‌شود. سپس، با طراحی کنترل کننده مناسب دستور نرخ چرخش مورد نیاز برای صفر کردن خطای زاویه‌ای در کانال‌های رول و پیچ به حلقه پایدارسازی وارد می‌شود. در حلقه پایدارسازی، برای این که سر جستجوگر رو به هدف قرار بگیرد، گشتاور مطلوب برای چرخاندن قاب‌های رول و پیچ تولید و به قاب‌ها اعمال شده و هدف ردگیری می‌شود.

سیگنال کنترل مود لغزشی به صورت زیر است:

$$u = u_{eq} - k\hat{b}^{-1} \text{sgn}(s) = \hat{b}^{-1}(\hat{u} - k \text{sgn}(s)) \quad (47)$$

که در آن k ضریب sgn است که از شرط لغزش به دست می آید. شرط لغزش به صورت زیر است:

$$s\dot{s} \leq -\eta |s| \quad (48)$$

با جایگذاری \dot{s} در شرط لغزش، بازه مجاز k به دست می آید:

$$(49)$$

$$s\dot{s} = s(bu + d - \dot{x}_d + \lambda e) =$$

$$s(b(\hat{b}^{-1}(\dot{x}_d - \lambda e - k \text{sgn}(s))) + d - \dot{x}_d + \lambda e) =$$

$$s(b\hat{b}^{-1}\dot{x}_d - b\hat{b}^{-1}\lambda e - b\hat{b}^{-1}k \text{sgn}(s) + d - \dot{x}_d + \lambda e) =$$

$$s((b\hat{b}^{-1} - 1)\dot{x}_d + (1 - b\hat{b}^{-1})\lambda e - b\hat{b}^{-1}k \text{sgn}(s) + d)$$

با فاکتورگیری از $(1 - b\hat{b}^{-1})$ و با توجه به این که $\text{sgn}(s) = |s|/s$ داریم:

$$s(1 - b\hat{b}^{-1})(\dot{x}_d - \lambda e) - b\hat{b}^{-1}k |s| + sd = \quad (50)$$

$$s(1 - b\hat{b}^{-1})\hat{u} - b\hat{b}^{-1}k |s| + sd$$

با استفاده از نامساوی مثلث:

$$s\dot{s} \leq |s| |1 - b\hat{b}^{-1}| |\hat{u}| - b\hat{b}^{-1}k |s| + |s| d \quad (51)$$

با توجه به این که $d \leq \delta$ و رابطه (۴۲)، برای دومین عبارت سمت راست نامعادله (۵۱) می توان نوشت:

$$\beta^{-1} \leq b\hat{b}^{-1} \leq \beta \Rightarrow -b\hat{b}^{-1} \leq -\beta^{-1} \quad (52)$$

همچنین، برای عبارت اول سمت راست نامعادله (۵۱) داریم:

$$|1 - b\hat{b}^{-1}| \leq |1 - \beta^{-1}| \quad (53)$$

از طرفی:

$$\beta = \sqrt{\frac{b^+}{b^-}} \geq 1 \Rightarrow 0 \leq \beta^{-1} \leq 1 \quad (54)$$

پس:

$$|1 - \beta^{-1}| = |1 - \beta^{-1}| \quad (55)$$

نامعادله (۵۳) به صورت زیر به دست می آید:

$$|1 - b\hat{b}^{-1}| \leq |1 - \beta^{-1}| \quad (56)$$

نامعادله (۵۱) به صورت زیر بازنویسی می شود:

با توجه به معادلات (۲۲) و (۴۰) که معرف دینامیک سیستم است، $T_{d_{\text{Roll}}}$ و $T_{d_{\text{Pitch}}}$ به عنوان ورودی اغتشاشی در نظر گرفته شده است، معادلات دینامیکی به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = b_{\text{Pitch}}(x)u + d_{\text{Pitch}}(x) \Rightarrow \begin{cases} d_{\text{Pitch}}(x) = \frac{T_{d_{\text{Pitch}}}}{I_{Pz}} \\ b_{\text{Pitch}}(x) = \frac{1}{I_{Pz}} \end{cases} \\ \dot{x}_2 = b_{\text{Roll}}(x)u + d_{\text{Roll}}(x) \Rightarrow \begin{cases} d_{\text{Roll}}(x) = \frac{T_{d_{\text{Roll}}}}{I_{eq}} \\ b_{\text{Roll}}(x) = \frac{\cos \psi_s}{I_{eq}} \end{cases} \end{cases} \quad (41)$$

برای طراحی سیگنال کنترلی کران نامعینی ها را به صورت زیر فرض می کنیم:

$$\begin{cases} \dot{x} = b(x)u + d(x) \Rightarrow \\ y = x \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} 0 \leq b^- \leq b \leq b^+ \\ \hat{b} = \sqrt{b^+ b^-}, \beta = \sqrt{\frac{b^+}{b^-}}, |d| \leq \delta(x, t) \end{cases}$$

که در آن، β حد بهره و $\delta(x, t)$ کران اغتشاشات است. از آن جا که متغیر کنترلی خطای انتگرال است، معادله یک مرتبه افزایش می یابد.

$$\int \ddot{x} = \dot{x} = b(x)u + d(x) \rightarrow n = 2 \quad (43)$$

مرتبه سیستم ۲ است. سطح لغزش به صورت زیر تعریف می شود:

$$s(\mathbf{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right) \int_0^t e = e + \lambda \int e \quad (44)$$

دینامیک سطح لغزش باید صفر باشد:

$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = \dot{e} + \lambda e = 0 \quad (45)$$

با حل معادله بالا بر حسب ورودی کنترلی، کنترل معادل به دست می آید که با u_{eq} نشان داده شده است. قانون کنترلی پیوسته ای است که وقتی دینامیک دقیق معلوم باشد رابطه $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$ را برقرار نگه می دارد.

$$u_{eq} = \hat{b}^{-1}(\dot{x}_d - \lambda e) = \hat{b}^{-1}\hat{u} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}_R^R]^R &= \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \\ [\mathbf{J}_P^P]^P &= \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۶۱)$$

جدول ۱ - پارامترهای کنترل کننده مود لغزشی برای حلقه پایداری سازی جستجوگر رول-پیچ.

توصیف	مقدار	پارامتر
بهره کنترلی کانال پیچ	۲۰۰	η_1
شیب سطح لغزش کانال پیچ	۲۰۰۰۰	λ_1
بهره کنترلی کانال رول	۱۵۰	η_2
شیب سطح لغزش کانال رول	۱۲۰۰۰	λ_2
ضخامت لایه مرزی کانال پیچ	۰/۴	ϕ_1
ضخامت لایه مرزی کانال رول	۰/۴	ϕ_2
حد بالای نامعینی ضریب کنترلی کانال پیچ	$۰/۵b_1$	b_1^+
حد پایین نامعینی ضریب کنترلی کانال پیچ	$-۰/۵b_1$	b_1^-
حد بالای نامعینی ضریب کنترلی کانال رول	$۰/۵b_2$	b_2^+
حد پایین نامعینی ضریب کنترلی کانال رول	$-۰/۵b_2$	b_2^-

برای تولید گشتاور، از اطلاعات یک موتور جریان مستقیم (موتور DC) محصول شرکت نورثروپ گرامن استفاده شده است که در جدول ۲ آمده است [۱۴].

جدول ۲ - مشخصات موتور DC.

توصیف	واحد	مقدار	پارامتر
مقاومت پایانه	Ω	۴/۵	R_a
اندوکتانس پایانه	H	۰/۰۰۳	L_a
ثابت گشتاور	N.m/A	۰/۸۵	K_{TM}
نیروی محرکه الکتریکی معکوس	v/Rad/s	۰/۸۵	k_e

تابع تبدیل موتور به صورت زیر است:

$$\frac{K_{TM}}{(L_a s + R_a) \times (J_m^* s + a_m^*) + K_e K_{TM}} \quad (۶۲)$$

$$s\dot{s} \leq |s| (|1 - \beta^{-1}| |\hat{u}| - \beta^{-1}k + \delta) \quad (۵۷)$$

با استفاده از شرط لغزش، بازه مناسب برای k به دست می آید:

$$|s| (|1 - \beta^{-1}| |\hat{u}| - \beta^{-1}k + \delta) \leq -\eta |s| \quad (۵۸)$$

در نتیجه:

$$k \geq (\beta - 1) |\hat{u}| + \beta(\delta + \eta) \quad (۵۹)$$

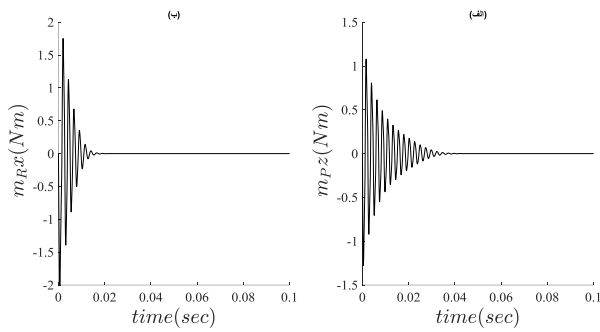
مقدار k اثر مستقیمی بر مقدار چترینگ دارد. برای حذف چترینگ، به جای $\text{sgn}(s)$ از $\tanh(s/\phi)$ استفاده می شود که در آن ϕ ضخامت لایه مرزی است. سیگنال کنترلی دو کانال رول و پیچ به صورت زیر بازنویسی شده است:

(۶۰)

$$\begin{cases} u_{\text{Pitch}} = u_{\text{eqPitch}} - k_{\text{Pitch}} \hat{b}_{\text{Pitch}}^{-1} \tanh\left(\frac{s_{\text{Pitch}}}{\phi}\right) = \\ \hat{b}_{\text{Pitch}}^{-1} (\hat{u}_{\text{Pitch}} - k_{\text{Pitch}} \tanh\left(\frac{s_{\text{Pitch}}}{\phi}\right)) \\ u_{\text{Roll}} = u_{\text{eqRoll}} - k_{\text{Roll}} \hat{b}_{\text{Roll}}^{-1} \tanh\left(\frac{s_{\text{Roll}}}{\phi}\right) = \\ \hat{b}_{\text{Roll}}^{-1} (\hat{u}_{\text{Roll}} - k_{\text{Roll}} \tanh\left(\frac{s_{\text{Roll}}}{\phi}\right)) \end{cases}$$

بررسی عملکرد کنترل مود لغزشی جستجوگر رول-پیچ

در این بخش، عملکرد کنترل مود لغزشی جستجوگر رول-پیچ در حلقه پایداری سازی بررسی می شود. به این منظور، شبیه سازی حلقه پایداری سازی اجرا و نتایج ارائه شده است. مقادیر استفاده شده در کنترل کننده در جدول ۱ آمده است. پارامترهای کنترلی با سعی و خطا به گونه ای تنظیم شده اند که در حلقه ی هدایت، خطای ردگیری و فاصله از دست دهی هدف کمینه شود. برای این منظور حلقه هدایت مد نظر قرار گرفته است و پارامترهای کنترلی بر اساس شبیه سازی سناریوهای متعدد انتخاب شده اند. ابتدا به بررسی عملکرد کنترل کننده در حلقه پایداری سازی پرداخته می شود. سپس، عملکرد کنترل کننده در حضور نامعینی در مدل بررسی شده است. در این پژوهش، مقادیر ماتریس های ممان اینرسی جستجوگر رول-پیچ به صورت زیر در نظر گرفته شده است که واحد آن L^4 است:

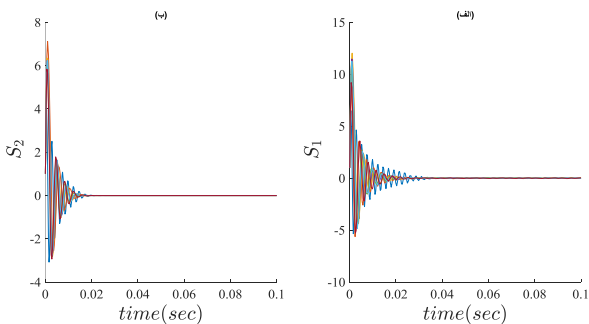


شکل ۷ گشتاور کنترلی حلقه پایدارسازی جستجوگر رول-پیچ:

الف) کانال پیچ، ب) کانال رول.

بررسی عملکرد حلقه پایدارسازی در حضور عدم قطعیت در این بخش، به بررسی نتایج شبیه‌سازی حلقه پایدارسازی در حضور عدم قطعیت در پارامتر ممان اینرسی گیمبال‌ها پرداخته شده است. به این منظور، شبیه‌سازی با در نظر گرفتن خطای مدل‌سازی در بازه $[-50\% \quad 100\%]$ چندین بار اجرا شده است. نتایج این شبیه‌سازی به صورت یک‌جا در شکل ۸ نشان داده شده است. همچنین، گشتاورهای کنترلی نیز در شکل ۹ نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده مود لغزشی طراحی شده در حضور عدم قطعیت در بازه فوق، قادر است به مقدار مطلوب برسد. همچنین، با توجه به بازه عدم قطعیت و اثر آن بر روی نمودارها، واضح است که حساسیت کنترل‌کننده به این پارامتر بسیار کم است و کنترل‌کننده نسبت به عدم قطعیت در ماتریس ممان اینرسی مقاوم است.



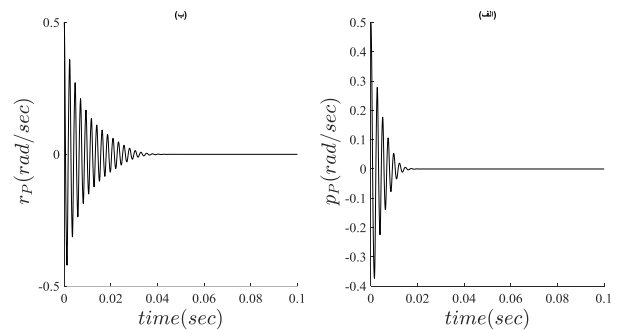
شکل ۸ فاصله از سطح لغزش در حلقه پایدارسازی جستجوگر

رول-پیچ، در به صفر رساندن نرخ رول و پیچ از مقدار اولیه

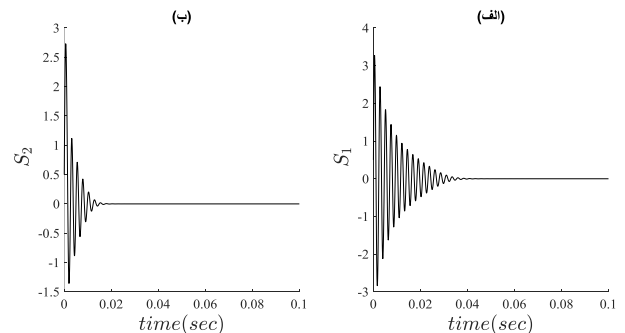
0.5 rad/sec در حضور $[-50\% \quad 100\%]$ عدم قطعیت در ممان اینرسی: الف) کانال پیچ، ب) کانال رول.

که در آن $a_m^* = 0$ و $J_m^* = J_m + J_L$ است. لازم به ذکر است، در دیگرام بلوکی‌های حلقه‌های ردگیری و پایدارسازی منظور از بلوک DC-motor تابع تبدیل موتور است. همچنین، در شبیه‌سازی برای حد اشباع ولتاژ ورودی $\pm 20V$ و جریان خروجی $\pm 2A$ در نظر گرفته شده است.

در شکل ۵ و شکل ۶، نمودارهای پاسخ زمانی جستجوگر در ردگیری مقادیر مطلوب نشان داده شده است. همچنین، فرامین کنترل در حلقه پایدارسازی که شامل m_{Rx} و m_{pz} است، در شکل ۷ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، در حلقه پایدارسازی، نرخ رول و پیچ به سرعت صفر شده‌اند. همچنین، در شکل ۶ ابتدای زمان اجرا، سطح لغزش صفر نیست و کنترل‌کننده در فاز ریش است که بعد از گذشت مدت‌زمان بسیار کوتاهی در فاز لغزش قرار گرفته است.

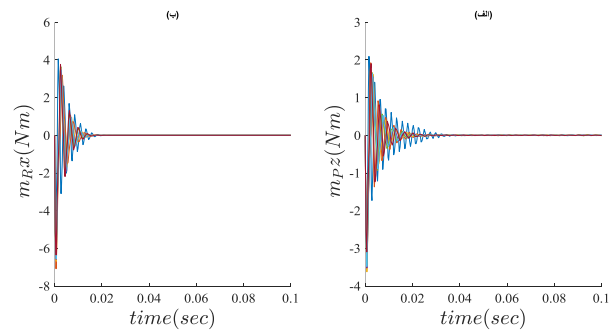


شکل ۵ عملکرد حلقه پایدارسازی جستجوگر رول-پیچ در به صفر رساندن نرخ رول و پیچ از مقدار اولیه 0.5 rad/sec: الف) نرخ رول قاب درونی نسبت به قاب اینرسی بیان شده در قاب درونی، ب) نرخ پیچ قاب درونی نسبت به قاب اینرسی بیان شده در قاب درونی



شکل ۶ فاصله از سطح لغزش در حلقه پایدارسازی جستجوگر رول-پیچ، در به صفر رساندن نرخ رول و پیچ از مقدار اولیه 0.5 rad/sec:

الف) کانال پیچ، ب) کانال رول



شکل ۹ گشتاور کنترلی حلقه پایدارسازی جستجوگر رول-پیچ در حضور [100% -50%] عدم قطعیت در ممان اینرسی الف) کانال پیچ، ب) کانال رول.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، ابتدا دینامیک جستجوگر دو درجه آزادی رول-پیچ به روش نیوتون-اولر مدل‌سازی شد که رفتار غیرخطی و کوپلینگ شدیدی داشت. سپس، یک کنترل‌کننده مود لغزشی برای سیستم دو ورودی دو خروجی جستجوگر رول-پیچ طراحی شد. نتایج به‌دست‌آمده در شبیه‌سازی حلقه پایدارسازی، نشان می‌دهد که کنترل‌کننده به‌سرعت به مقدار مطلوب رسیده‌است. از آن‌جا که کنترل مود لغزشی یکی از روش‌های کنترل مقاوم است، با اجرای شبیه‌سازی در حضور نامعینی نشان داده شد که کنترل‌کننده نسبت به عدم قطعیت مقاوم است. لازم به ذکر است مشکل تکینگی که در پژوهش‌های پیشین ذکر شد، در حلقه ردگیری اتفاق می‌افتد که در پژوهش‌های بعدی می‌توان به رفع این مشکل پرداخت.

پی‌نوشت‌ها

- ۱ Unscented Kalman Filter
- ۲ Anti-infrared decoy state
- ۳ PID
- ۴ PI
- ۵ Disturbance Rejection Rat
- ۶ Extended State Observer

منابع و مراجع

- [7]. P., Jaemin, et al., "Optimal control of roll-pitch seeker with singularity avoidance," *2018 26th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. IEEE, 2018.
- [8]. X. Wang, et al., "Predictive functional control-based zenith pass controller design for roll-pitch seeker," *International Journal of Aerospace Engineering*, 2020.
- [9]. L. I., Yue, H. E. Lei and X. I. A. Qunli, "Line-of-sight rates extraction of roll-pitch seeker under anti-infrared decoy state," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 32.1, 178-196, 2021.
- [10]. A. Fathi, et al., "Modelling and simulation of two axes gimbal fuzzy PI stabilization system in the presence of feedback sensors noise," *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 1172. No. 1. IOP Publishing, 2021.
- [11]. L. Yue, et al., "A new compensation method for DRR of a roll-pitch seeker based on ESO," *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021.
- [12]. P. H. Zipfel, "Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics—Third edition," 2014.
- [13]. S. E. Jean-Jacques and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Vol. 199. No. 1. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1991.
- [14]. A. Maher Mahmoud, et al., "Stabilization loop of a two axes gimbal system using self-tuning PID type fuzzy controller," *ISA transactions* 53.2, 591-602, 2014.
- [1]. H. Wu., H. Jia and Q. Wei, "Optimization of angle increments in tracking loop for roll-pitch seekers," *Opt Precis Eng* 22, 2787-2795, 2014.
- [2]. Liu, Xiao and Bo Mo, "Line-of-sight estimation for missile with roll-pitch seeker," *2018 37th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2018.
- [3]. Z.-W, Wang, , Zai-kang Q. and J. Wang, "Tracking principle for roll-pitch seeker," *Infrared and Laser Engineering*, 2, 2008.
- [4]. L. De-fu, Z.-W. Wang and J. Wang, "Singularity analysis of roll-pitch seeker and its control strategy," *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 30.11 (2010), 1265-1269.
- [5]. J., Huhai, H. Jia and Q. Wei, "Analysis of zenith pass problem and tracking strategy design for roll-pitch seeker," *Aerospace Science and Technology*, 23.1, 345-351, 2012.
- [6]. L., Hui, et al., "LOS stabilization and gyro configuration analysis for roll-pitch seeker," *Applied Mechanics and Materials*. Vol. 397. Trans Tech Publications Ltd, 2013.