

# افزایش دقت در تخمین مدار ماهواره با استفاده از مدل‌های میدان مغناطیسی و فیلتر کالمن گسترش یافته

هادی لطفی<sup>۱</sup>، محمدعلی امیری آتشگاه<sup>۲</sup>، محمود واصلی خباز<sup>۳\*</sup>، مصطفی مرادی<sup>۴</sup>

۴،۳،۱- کارشناسی ارشد هوافضا، دانشکده پرواز، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

۲- استاد، دانشکده فناوری های نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰

## چکیده

استفاده از حسگرهای کارآمد و کم‌هزینه یکی از راه‌های مهم برای برآورده ساختن شرایط لازم برای ماهواره‌های کوچک امروزی به شمار می‌رود. مغناطیس‌سنج یکی از این نوع حسگرها است که ابزاری کم‌هزینه و قابل اطمینان محسوب می‌شود. با استفاده از اندازه‌گیری‌های مغناطیس‌سنج و الگوریتم مستقل می‌توان مسیر فضایی ماهواره را تخمین زد. دقت و درستی این تخمین‌ها معمولاً برای ماهواره‌های در حال گردش به دور زمین در ارتفاع پایین کفایت می‌کند. در این پژوهش هدف بهبود الگوریتم‌های مدل‌های مغناطیسی زمین با علم به تغییرات آن در طول زمان و افزایش دقت حسگر مغناطیس‌سنج است که در نهایت منجر به افزایش دقت نایبری و تخمین مدار دقیق می‌گردد. روش انجام پژوهش بدین صورت است که ابتدا به وسیله قرائت مغناطیس‌سنج‌های فضایی و استفاده از به‌روزترین مدل‌های میدان مغناطیسی زمین موقعیت ماهواره محاسبه می‌گردد. استفاده از تکنیک فوق با خطاهایی همراه است که برای کاستن از آن روش فیلتر کالمن گسترش یافته می‌باشد. فیلتر به کار رفته قادر به غلبه کردن بر خطاهای اولیه و نزدیک شدن به دقت رضایت‌بخش است. در این مرحله با استفاده از بردارهای مکان به دست آمده و با کمک روش‌هایی مانند گیبس و لمبرت، می‌توان بردار سرعت مربوط به هر مشاهده را برای مشاهدات مغناطیس‌سنج به دست آورد. حال با داشتن بردارهای سرعت و مکان می‌توان المان‌های مداری را محاسبه و مدار ماهواره را تخمین زد. نتایج حاصله برای یک مدار دایروی، دلالت بر دقت و درستی این تخمین‌ها برای ماهواره‌های در حال گردش به دور زمین در ارتفاع پایین خواهد داشت.

واژه‌های کلیدی: تعیین موقعیت ماهواره، تخمین مدار، ماهواره، میدان مغناطیسی زمین، مغناطیس‌سنج، فیلتر کالمن گسترش یافته

## Increasing the Accuracy of Satellite Orbit Estimation Using Magnetic Field Models and Kalman Filter Expanded

### Abstract

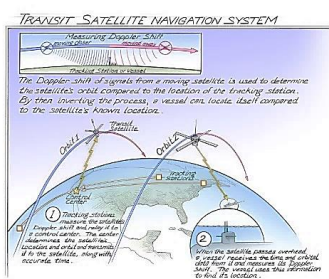
One of the significant methods for satisfying the requirements of modern small-satellites is to utilize the efficient and low-cost sensors, one important of which is magnetometer that is an inexpensive and reliable sensor, through which the trajectory of spacecraft can be estimated. The accuracy of these estimations are generally reputable for the low Earth orbit satellites. The main objective of this paper is to bolster the algorithms of Earth magnetic fields with the knowledge of their variations over time as well as increasing the precision of the magnetometer sensors which eventually results in enhancing the navigation precision together with the orbit determination accuracy. In this study, the satellite's position is first determined through reading the spacecraft's magnetometers and utilized the most updated models of the Earth magnetic fields. Since applying the aforementioned approach leads to create the errors, that Extended Kalman Filter (EKF) is utilized in this paper for reducing the errors. The proposed filter is capable of diminishing the initial errors as well as acquiring a satisfied precision. For this purpose, the velocity vector of each observation is first obtained via the acquired position vectors and applying some approaches such as Gibbs and Lambert. Afterwards, by obtaining the position and velocity vectors, orbital elements, and satellite's orbit can be calculated and estimated respectively. These estimation for low-altitude orbiting satellites and in a circular orbit, indicate that the results have the high accuracy.

**Key words:** Determination of Satellite Position, Estimation of Satellite Orbits, Satellite, Magnetometer, Earth's Magnetic Field, Extended Kalman filter

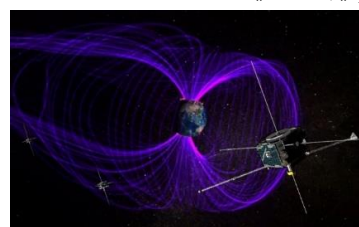
## مقدمه

علت انتخاب این موضوع جهت بررسی در این پژوهش گسترش روزافزون استفاده از مغناطیس‌سنج‌ها در مدارات پایین به دلیل دقت قابل قبول و همچنین صرفه اقتصادی آن است. توجه به این مطلب که عمده تمرکز کشورمان در حال حاضر ارسال ماهواره‌ها در این مدارات است لزوم بررسی هر چه بیشتر این حسگر را جهت نوبری در فضا نشان می‌دهد. همچنین عدم اتکا به حسگر / GPS GNSS<sup>۱</sup> به این دلیل که تمامی تکنولوژی آن در اختیار ایالات متحده آمریکا و متحدان آن‌هاست و امکان قطع ارسال سیگنال در هر زمان دور از انتظار نیست مزید بر علت می‌گردد. حسگر GNSS/GPS می‌تواند در کنار حسگر مغناطیس‌سنج جهت افزایش ضریب اطمینان استفاده گردد تا با دریافت اطلاعات از هر دو حسگر بتوان نوبری دقیق تری را برای فضاپیما تدارک دید به طوری که عدم کارکرد صحیح هر یک از حسگرها خللی در انجام نوبری و تخمین مدار ایجاد ننماید.

دریا، سرعت، فاصله و زمان با دقت بسیار بالا می‌باشند [۲]. اولین سیستم نوبری ماهواره‌ای *Transit* نام داشت که در دهه ۱۹۶۰ میلادی توسط ارتش ایالات متحده ساخته شد. نحوه کار این سیستم بر اساس اثر داپلر استوار بود. به این صورت که ماهواره‌هایی که در یک مدار مشخص در حرکت بودند، سیگنال‌هایی را در فرکانس‌های معین ارسال می‌کردند. فرکانس دریافتی به صورت واضحی با فرکانس ارسالی به دلیل حرکت مشخص ماهواره تفاوت دارد. با بررسی این فرکانس‌ها در یک زمان بسیار کوتاه موقعیت تقریبی گیرنده مشخص می‌شد که بعدها شیوه‌های اندازه‌گیری با دخیل کردن چندین پارامتر از جمله حرکت مداری ماهواره دقیق تر شد [۳]. مغناطیس‌سنج‌ها نیز با استفاده از میدان مغناطیسی زمین ابزاری قابل اعتماد برای نوبری بوده و به سرعت در حال تکامل می‌باشند [۴].



شکل ۱- document. ۲- ماهواره *transit* و اثر داپلر [5].  
 Error! No text of specified style in شکل



شکل ۱- document. میدان مغناطیسی زمین [1].  
 Error! No text of specified style in شکل

## تجهیزات نوبری هوایی و فضایی

قسمت زیادی از دانش الکترونیک در یک هواپیما و یا فضاپیما جهت تعیین موقعیت آن نسبت به نقطه‌ای ثابت در روی زمین استفاده می‌گردد. در صورت مشخص بودن موقعیت، می‌توان مراحل بعدی نوبری را با استفاده از دانستن روابط بین روند تغییرات مکان و زمان به انجام رساند. با استفاده از علائم رادیویی می‌توان فاصله یا جهت را نیز اندازه‌گیری نمود و یا ترکیبات متعددی از این پارامترها را جهت تعیین موقعیت بکار برد. سیستم‌های داپلر و سیستم نوبری اینرسی از این قاعده مستثنا هستند. در سیستم نوبری داپلر به وسیله استفاده رادار و پژواک زمینی و حسابگرهای مختلف می‌توان موقعیت را تعیین نمود و روش نوبری اینرسی که توسعه یافته همان سیستم نوبری ابتدایی

## نوبری

نوبری عبارت است از پیدا نمودن نقطه فعلی برای هر شیء متحرک مانند هواپیما، کشتی، موشک، فضاپیما و حتی انسان و... . کلمه *Navigation* از دو کلمه لاتین به معنی کشتی (*Ship*) و حرکت (*Move*) گرفته شده است و اساساً به معنی پیدا نمودن مسیر در دریا می‌باشد. اصول اولیه نوبری فضایی همان اصول اولیه نوبری عمومی است که شامل برنامه‌ریزی، ضبط و کنترل حرکت یک وسیله نقلیه از یک مکان به مکان دیگر است. مسیریابی اولیه توسط اجرام سماوی و قطب‌نماهای مغناطیسی انجام می‌گردید. با پیشرفت علوم و تکنولوژی امروزه از سیستم‌های پیشرفته ماهواره‌ای استفاده می‌شود. ماهواره‌های مسیریاب قادر به مشخص نمودن طول و عرض جغرافیایی، ارتفاع از سطح

خطاها بخصوص فیلتر کالمن خواهد بود. همچنین الگوریتم-های لازم در جهت انجام فرآیند مذکور ارائه خواهد گردید. در نهایت محیط نرم‌افزاری حاوی تمامی شبیه‌سازی‌ها و محدودیت‌ها ارائه می‌گردد.

### مشکلات و ضرورت‌ها

تحقیقات نشان می‌داد استفاده از حسگر مغناطیس سنج ماهواره به‌تنهایی در ماهواره‌های کوچک در مدارات پایین به دلیل کم‌هزینه بودن آن در حال افزایش است. توجه به این مطلب که عمده تمرکز کشورمان در سال‌های اخیر پرتاب ماهواره در مدارات پایین است لزوم توجه به این حسگر را بیش‌ازپیش آشکار می‌سازد. اما این سیستم ناوبری دارای نقاط ضعفی است که مهم‌ترین آن تغییرات میدان‌های مغناطیسی زمین با گذشت زمان است. لذا بررسی معایب و نقاط ضعف این حسگر به منظور کاهش آن می‌تواند به افزایش دقت آن و تخمین مداری دقیق‌تر منجر گردد.

### نوآوری‌ها و فعالیت‌های انجام‌شده در تحقیق حاضر

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره گردید با توجه به هزینه پایین و مقرون‌به‌صرفه مغناطیس‌سنج‌ها و همچنین دقت نسبتاً خوب آن‌ها در مدارات پایین<sup>۵</sup> (*LEO*)، بسیاری از تحقیقات بر پایه استفاده از این حسگر به‌تنهایی جهت ناوبری فضایی است. در این تحقیق قصد بر این است که با بهبود و ارتقاء مدل میدان مغناطیسی زمین از مغناطیس‌سنج به بهترین شکل جهت افزایش دقت ناوبری استفاده گردد. در نهایت با محاسبه موقعیت و سرعت ماهواره می‌توان مدار آن را محاسبه نمود.

در این تحقیق، تعیین موقعیت و سرعت با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده از مغناطیس‌سنج فضاپیما انجام می‌گیرد. مدل میدان مغناطیسی مورد استفاده در این سنسور مدل *WMM2010* خواهد بود. همچنین به‌منظور کاهش خطاها و میل به دقتی رضایت‌بخش از یک فیلتر کالمن گسترش یافته استفاده خواهد شد. پس از تعیین موقعیت و سرعت توسط سنسور به کمک روش‌های کلاسیک تخمین مدار، مدار موردنظر تخمین زده می‌شود.

### مروری بر ادبیات موضوع

#### مقدمه

است، بر اساس پارامترهای موقعیت نقطه شروع، جهت، سرعت و موقعیت را در هر زمان تعیین می‌نماید.

سیستم‌های ناوبری وسایل پرنده دارای تنوع فراوانی هستند. مهم‌ترین سیستم‌های ناوبری عبارت‌اند از: [6]

۱. ناوبری اینرسی

۲. ناوبری رادیویی

۳. ناوبری تصویری

۴. ناوبری سماوی

۵. ناوبری مغناطیسی

سیستم‌های قابل استفاده برای ناوبری در هوا و فضا به تفکیک در جدول زیر ارائه گردیده است.

جدول ۱ سیستم‌های ناوبری فضایی و هوایی

ردیف	سیستم ناوبری	نوع ناوبری	کاربرد
۱	مغناطیس‌سنج	مغناطیسی	دارای کاربرد فضایی است. در سیستم‌های هوایی تحت عنوان قطب‌نما وجود دارد.
۲	GPS	رادیویی	در هر دو سیستم فضایی و هوایی کاربرد دارد.
۳	ردیاب ستاره	تصویری	غالباً در سیستم‌های فضایی و دریایی کاربرد دارد. کاربرد آن در UAV در حال گسترش است.
۴	حسگر خورشیدی	تصویری	تنها در سیستم فضایی کاربرد دارد.
۵	حسگر زمین	تصویری	تنها در سیستم فضایی کاربرد دارد.
۶	ژیروسکوپ	اینرسی	در هر دو سیستم فضایی و هوایی کاربرد دارد.
۷	شتاب سنج	اینرسی	در هر دو سیستم فضایی و هوایی کاربرد دارد.
۸	Doris Receiver	رادیویی	صرفاً استفاده از ایستگاه‌های زمینی جهت ناوبری فضایی است.
۹	TERCOM*	تصویری	دارای کاربرد در سیستم‌های هوایی است. قابلیت بکارگیری در سیستم‌های فضایی را دارا می‌باشد.
۱۰	DSMAC*	تصویری	دارای کاربرد در سیستم‌های هوایی است. قابلیت بکارگیری در سیستم‌های فضایی را دارا می‌باشد.
۱۱	SLAM*	تصویری	دارای کاربرد در سیستم‌های هوایی است. قابلیت بکارگیری در سیستم‌های فضایی را در آینده‌های نزدیک دارا می‌باشد.
۱۲	سیستم ناوبری اینرسی	اینرسی	در هر دو سیستم فضایی و هوایی کاربرد دارد.
۱۳	ADF	رادیویی	تنها در سیستم هوایی کاربرد دارد.
۱۴	VOR-DME	رادیویی	تنها در سیستم هوایی کاربرد دارد.
۱۵	TACAN	رادیویی	غالباً در سیستم هوایی نظامی کاربرد دارد. در شاتل فضایی نیز استفاده می‌گردد.
۱۶	NDB	رادیویی	تنها در سیستم هوایی کاربرد دارد.
۱۷	ناوبری نجومی	سماوی	غالباً استفاده از اجرام آسمانی جهت ناوبری در سیستم‌های هوایی و دریایی است. ردیاب ستاره نوع گسترش یافته آن است.

### صورت مسئله تحقیق و راهکار حل آن

روند انجام تحقیق بدین‌صورت است که با انتخاب حسگر مغناطیس‌سنج فضاپیما به‌عنوان حسگری اقتصادی و قابل‌اعتماد جهت ناوبری در مدارات نزدیک به سطح زمین به تشریح مزایا و معایب آن پرداخته می‌شود. سپس میدان مغناطیسی زمین و مدل‌های میدان مغناطیسی آن تشریح گردیده و به بررسی روش‌های کلاسیک تخمین مدار می‌پردازیم. از جمله مواردی که در این تحقیق بدان پرداخته می‌شود بررسی استفاده از حسگر مذکور جهت ناوبری و تخمین مدار به کمک استفاده از روش‌های فیلترینگ در جهت کاهش

در این بخش به مرور منابع می‌پردازیم که در طول انجام پژوهش به آن‌ها رجوع شده است. این منابع در سه بخش بررسی گردیده است. بخش اول به مرور منابعی می‌پردازد که در خصوص میدان مغناطیسی زمین و مغناطیس‌سنج‌ها بیان شده است. بخش دوم در خصوص منابعی است که به بررسی تخمین مدار می‌پردازند و بخش سوم به بحث تخمین مدار بر اساس روش‌های فیلترینگ اشاره دارد.

### میدان مغناطیسی زمین و مغناطیس‌سنج

وانگ جیانکی و همکاران [4] به بررسی اندازه‌گیری‌های میدان مغناطیسی زمین و بهره‌برداری از مغناطیس‌سنج‌ها به منظور تخمین مدار برای ماهواره‌های مدار پایین (LEO) می‌پردازند. از آنجاکه میدان مغناطیسی زمین تابع موقعیت قرارگیری آن است و اندازه‌گیری آن بر روی مدار کاملاً قابل مشاهده است می‌توان با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) مدار ماهواره را تخمین زد. نتایج آزمایش عددی حاکی از آن است که یک EKF سیگنالی می‌تواند مدار را با استفاده از فقط اندازه‌گیری‌های مغناطیس‌سنج تخمین بزند. دقت و درستی این تخمین‌ها معمولاً برای ماهواره‌های در حال گردش به دور زمین در ارتفاع پایین کفایت می‌کند. در سال‌های اخیر ماهواره‌های کوچک و میکرو ماهواره‌ها به سرعت در حال تکامل و پیشرفت بوده‌اند. برای ساخت و تولید ماهواره‌های کم‌هزینه می‌بایست هزینه اجزاء سازنده آن‌ها را به حداقل رساند. اما در این راستا نباید عملکرد ماهواره‌ها پایین بیاید. بنابراین، استفاده از حسگرهای کارآمد و کم‌هزینه یکی از راه‌های مهم برای برآورده ساختن شرایط لازم برای ماهواره‌های کوچک امروزی به شمار می‌رود. مغناطیس‌سنج یکی از این نوع حسگرها است که ابزاری کم‌هزینه و قابل اطمینان محسوب می‌شود.

حسین بلندی و همکاران [20] به مقایسه انواع روش‌های مدل‌سازی میدان مغناطیسی زمین در مدارات پایین (LEO) می‌پردازند. انواع مدل‌های بررسی شده در این مقاله عبارت‌اند از مدل مرجع بین‌المللی میدان مغناطیسی زمین (IGRF)، مدل دوقطبی کج شده، مدل مغناطیسی جهانی (WMM)، مدل میدان مغناطیسی POMME، مدل میدان مغناطیسی MF، مدل میدان مغناطیسی CHAOS و مدل میدان مغناطیسی NGDG. در این راستا ابتدا برای هر مدل شرح مختصری ارائه شده است و پس از بیان روابط ریاضی، شبیه‌سازی مربوط به هر مدل توسط نرم‌افزار متلب انجام می‌گیرد. در انتها نمودار شدت میدان مغناطیسی کل

به ازای تغییرات پارامترهای ورودی توسط مدل‌های ارائه شده و نمودار شدت میدان مغناطیسی در جهات شمالی، شرقی و جنوبی به ازای تغییرات پارامترهای ورودی رسم و نتایج آن‌ها با یکدیگر مقایسه می‌گردند. همچنین نمودارهای مربوط به انحراف معیار به ازای تغییرات پارامترهای ورودی نیز رسم و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

محمد نظام فیلیپسکی و رنوگانس واراادراجو [21] به تعیین مناسب‌ترین مدل میدان مغناطیسی زمین برای ناوبری ماهواره در نزدیکی مدار استوا می‌پردازند. این مدل نصب شده در کابین از مدل مغناطیسی جهانی سال ۲۰۰۵ (WMM 2005) مشتق شده است و یک انتخاب از مجموعه‌ای است که برای بهینه‌سازی محاسبات مغناطیس‌سنج در سیستم ناوبری استفاده می‌گردد. برای این منظور چندین سناریو مختلف توسط درجه مدل میدان منظور و مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. با توجه به دامنه اغتشاشات مغناطیسی در ماهواره، بهترین مدل انتخاب می‌شود.

محمد نظام فیلیپسکی و رنوگانس واراادراجو [22] به طراحی یک الگوریتم تخمین برای تعیین مدار ماهواره ارتفاع پایین (LEO) تنها با اندازه‌گیری میدان مغناطیسی زمین می‌پردازند. این الگوریتم بر پایه فیلتر کالمن گسترش یافته (EKF) و اندازه‌گیری مقدار میدان مغناطیسی زمین است که یک روش ارزیابی مستقل از وضعیت ماهواره است. مدار ماهواره به وسیله بردار حالت که توسط عناصر مداری کپلر کلاسیک تشکیل شده است تشریح می‌گردد. آزمون شبیه‌سازی منجر به برآورد دقیق از اجزای بردار حالت می‌گردد و نتیجه تنها یک خطای چند کیلومتر در موقعیت ماهواره دارد. اثر تغییرات انحراف مدار و خروج از مرکز در عملکرد فیلتر نیز مورد بررسی قرار گرفته است. جولی داتشمن و همکاران [23] به بررسی استفاده همزمان از GPS و مغناطیس‌سنج برای ناوبری و تعیین وضعیت برای ماهواره‌های مدار پایین (LEO) می‌پردازند. سیستم موقعیت‌یاب جهانی به یک روش استاندارد کم‌هزینه برای تعیین مدار ماهواره‌ها تبدیل شده است. علاوه بر آن در سال‌های اخیر به تخمین مدار توسط مغناطیس‌سنج به‌عنوان یک حسگر کم‌هزینه و قابل اعتماد پرداخته شده است. ترکیب اندازه‌گیری همزمان GPS و مغناطیس‌سنج می‌تواند یک سیستم ناوبری قوی را تشکیل دهد و ویژگی‌های هر دو اندازه‌گیری را برآورده نماید.

میشائیل جی کروسو [24] به بررسی شدت میدان مغناطیسی زمین می‌پردازد. این شدت میدان در حدود ۰.۵ تا ۰.۶ گوس است. این شدت میدان مغناطیسی دارای یک جزء موازی سطح زمین است که همیشه به سمت شمال مغناطیسی اشاره دارد و اساس کار تمام قطب‌نماهای مغناطیسی است. جهت میدان مغناطیسی در نیمکره شمالی و جنوبی به سمت شمال و در استوا متمایل به شمال است. بنابراین جهت میدان زمین در همه نقاط به سمت شمال مغناطیسی اشاره دارد.

هی جانگ و مارک لی پسیاکی [25] بیان می‌دارند که تعیین مدار بر پایه مغناطیس‌سنج‌ها با استفاده از فیلتر دسته‌ای بهبود یافته است و این مطلب با استفاده از داده‌های واقعی از پرواز *Explorer2* ماهواره میدان مغناطیسی *MAGSAT* و ماهواره‌ای *Orsted* مورد آزمایش قرار گرفته است. این آزمایش‌ها به منظور تعیین عملکرد و توانایی این سیستم تعیین مدار کم‌هزینه مستقل انجام شده است. مدار فضایی، سمت‌گیری مغناطیس‌سنج و شرایط تصحیح میدان مغناطیسی زمین توسط این فیلتر تخمین زده می‌شود. لی یه لیو و همکاران [26] بر روی طراحی، کالیبراسیون و تجزیه و تحلیل داده‌های پروازی از مغناطیس‌سنج ماهواره تیتان ۲ تمرکز نموده‌اند. ابتدا توابع حاکم بر مغناطیس‌سنج معرفی و به توصیف کالیبراسیون قبل از پرواز مغناطیس‌سنج پرداخته می‌شود. در نهایت این مقاله تجزیه و تحلیل داده‌ها در پرواز را نمایش و به نتیجه‌گیری می‌پردازد.

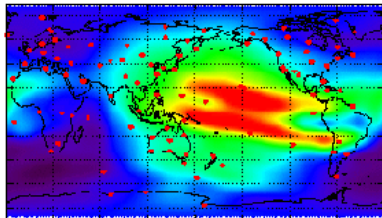
### تخمین مدار

اس ام لیچتن و جی اس بوردر [27] به معرفی یکی از مراکز فعال در خصوص تخمین مدار، آزمایشگاه پیش‌ران جت سازمان ناسا می‌پردازند. در این مرکز بر اساس داده‌های *GPS* استراتژی‌های مختلفی جهت تخمین مدار بررسی گردیده است. بهترین استفاده در کاربردهای ژئودتیک، استراتژی کمان‌های چندروزه که در آن ضرایب خوبی از فشار خورشیدی لحاظ شده است. جیمز آر رایت [28] انتخاب بهترین روش جهت تخمین مدار را با توجه به کارکرد مورد نظر دارای حساسیت بالایی می‌داند. تخمین مدار همیشه با میزانی از خطا همراه است. هدف انتخاب بهترین و مناسب‌ترین روش انجام کار است. برای این منظور باید مشخص نمود که چه عواملی مهم‌تر است. دقت

بیشتر، سرعت بالاتر یا هزینه کمتر. با استفاده از تخمین مدار بهینه، می‌توان به ترکیبی صحیح از موارد عنوان شده دست یافت. روبرت جی گوتیل و همکاران [29] یکی از مهم‌ترین کاربردهای تخمین مدار را جلوگیری از تصادم فضایی می‌دانند. برای این منظور می‌بایست هم مدار ماهواره و هم مدار جسمی که برای ماهواره تهدیدی جدی است مشخص گردد. برای کم کردن احتمال تصادم باید از دقیق‌ترین الگوریتم‌های موجود که مدل‌های دقیق جاذبه و اتمسفر و ... را دارد، استفاده نمود.

اف کلین و آر هرمن [30] بیان می‌نمایند که تخمین مدار نه تنها در مورد زمین به کار می‌رود، بلکه می‌توان با روش‌های مشابه، مدارات ماهواره‌های اطراف کرات دیگر مانند ماه را نیز به دست آورد. اما باید توجه کرد که در این امور، مدل‌های گرانشی و اتمسفری خاص آن سیاره را لحاظ کرد. برای اندازه‌گیری مدار نامعلوم یک جسم، مشاهداتی از حرکت جسم در زمان‌های مختلف لازم است. در نجوم اولیه، تنها داده‌های مشاهده برای اجسام سماوی زوایای بعد و میل بوده‌اند که آن‌ها به دست می‌آمدند. از این مشاهدات فقط جهت، هم از مقایسه حرکت سیارات با ستاره‌ها که مکان ثابتی دارند حرکت سیاره به دست می‌آمد و هیچ فاصله‌ای قابل اندازه‌گیری نبود.

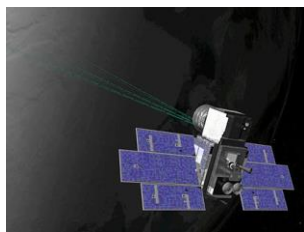
دی پنگ و بی وو [31] بیان می‌دارند که برای تخمین مدار ماهواره‌های گیرنده سیگنال *GPS*، تخمین مدار دقیق سینماتیک از تمام مدل‌های مکانیکی مستقل است. (مثل: میدان گرانش زمین، درگ اتمسفریک، فشار پرتوهای خورشیدی و ...). در نتیجه به‌طور خاص مناسب برای تخمین مدار ماهواره‌های نزدیک زمین که قویاً تحت تأثیر اغتشاشات اتمسفری است، می‌باشد. برای این کار از داده‌های *GRACE* که مربوط به فواصل مختلف زمانی در طی سال می‌باشد، استفاده می‌شود. آقای تو و همکاران [32] بیان می‌دارند که امروزه عواملی محدودکننده برای تخمین مدار دقیق (*POD*) ماهواره‌های نزدیک سطح زمین (*LEO*) که از *GPS* دو فرکانسی استفاده می‌کنند، در مدل‌سازی خطای فاز در حال پرواز لحاظ می‌شوند. خطای فاز به‌مانند یک جز تصادفی و سیستماتیک که بستگی به جهت دریافت سیگنال *GPS* دارد، مدل‌سازی می‌شود. قسمت سیستماتیک و قسمت انحراف استاندارد تصادفی در مدل خطای فاز به ترتیب توسط میانگین بین - و ایز و مقادیر انحراف استاندارد باقیمانده قبلی فاز توسط تخمین مدار محاسبه می‌شوند.



شکل ۳- Error! No text of specified style in document. یک

نمونه از نقشه یونوسفریک جهانی [36]

اچ ریچم و ب شوتز [37] بیان می‌دارند که از تخمین مدار دقیق برای محاسبه سطح یخ‌های قطب جنوب و گرینلند نیز استفاده می‌شود. بدین ترتیب که ماهواره ارتفاع خود را از سطح یخ اندازه‌گیری می‌کند. سپس این ارتفاع اندازه‌گیری شده با مدار محاسبه شده برای ماهواره مقایسه گشته، و اختلاف این دو میزان ضخامت یخ خواهد بود. این کار دقتی بالغ بر ۵ تا ۲۰ سانتی‌متر را برای تخمین مدار می‌طلبد. تخمین مدار دقیق به‌وسیله سیستم‌های GPS زمینی و فضایی صورت می‌گیرد. همچنین از فاصله‌یاب لیزری (SLR) نیز برای ارزیابی مدار اندازه‌گیری شده استفاده می‌شود. این فرآیند برای پروژه GLAS تعبیه شده است.

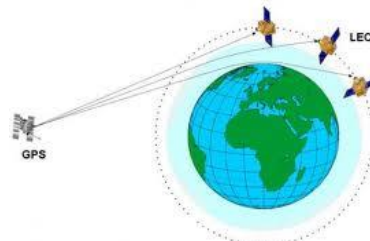


شکل ۴- Error! No text of specified style in document. محاسبه

ضخامت یخ با استفاده از لیزر [37]

آقای جی وو و همکاران [38] بیان می‌دارند که فیلتر جزئی کاربرد گسترده‌ای در سیستم‌های غیرخطی و غیر گاوسی دارد. نمونه‌گیری مجدد یکی از قدم‌های مهم در فیلتر جزئی می‌باشد. به‌رحال فیلتر جزئی که از نمونه‌گیری مجدد معمول استفاده می‌کند، حل متفاوت و اشتباهی خواهد داشت، آن هم به خاطر این که با یک سیستم چندبعدی در ارتباط است. یک راه‌حل مؤثر به‌جای نمونه‌گیری مجدد، نمونه‌گیری مجدد جزئی منطبق شونده می‌باشد که برای ماهواره‌هایی که از سنسور مغناطیس-سنج سود می‌برند، مناسب خواهد بود. این روش قابل مقایسه با استفاده از فیلتر کالمن UKF به همراه نمونه‌گیری مجدد معمول می‌باشد.

در کار انجام‌شده توسط آقای تو و تیم او برای پیدا کردن مدار، سه نوع راه‌حل باهم مقایسه گشته‌اند. راه‌حل اول تخمین مدار دقیق بدون تصحیح مدل خطای فازی، راه‌حل دوم تخمین مدار دقیق با تصحیح مقدار میانگین مدل خطای فازی و راه‌حل سوم تخمین مدار دقیق با تصحیح مدل خطای فازی می‌باشد.



شکل ۲- Error! No text of specified style in document. تخمین

مدار یک ماهواره LEO با استفاده از GPS [33].

### تخمین مدار بر اساس روش‌های فیلترینگ

ژی چینگ جاو و همکاران [34] به بررسی الگوریتم‌های فیلتر کالمن غیر واقع برای تعیین مدار و کالیبراسیون سنسور می‌پردازند. در این طراحی اطلاعات مغناطیس‌سنج جهت محاسبه موقعیت و سرعت ماهواره استفاده می‌شود. از آنجا که دینامیک مدار ماهواره و مدل‌های مغناطیسی زمین غیرخطی هستند تنها فیلتر کالمن غیر واقع (UKF) قادر به پرداختن به آن است. علاوه بر این با توجه به این مطلب که سنسور در معرض خطاهای بایاس و فاکتور مقیاس قرار دارد نشان داده می‌شود که الگوریتم‌های فیلتر کالمن غیر واقع (UKF) می‌تواند یک رویکرد دوگانه در تعیین مدار و کالیبراسیون سنسور داشته باشد. قابلیت این الگوریتم در تعیین مدار مستقل و کالیبراسیون سنسور تأیید شده است.

پی دانگ و جی وو [35] بیان می‌دارند که به همراه خطای ساعت و نقشه‌های فضایی دقیق GPS، تأخیر یونوسفریک به‌عنوان یک منبع خطای قابل‌ملاحظه دیگر نیز در داده‌های GPS تک فرکانسی، تأثیر دارد. بنابراین، برای از بین بردن این تأثیر، می‌بایست یک الگوی جدید برای ماهواره‌های LEO که بر پایه GPS تک فرکانسی کار می‌کنند، بنا کرد. برای این کار می‌توان از نقشه‌های یونوسفریک جهانی برای تخمین مدار سینماتیک و دینامیک بهره جست.

مغناطیس‌سنج و سنسور خورشید، با یک فیلتر کالمن توسعه‌یافته (*EKF*) فراهم می‌شود. به‌منظور تضمین اثربخشی فیلتر، توصیه می‌شود که حسگر خورشید باید حداقل دارای همان سطح از دقت مغناطیس‌سنج باشد. علاوه بر این، به‌منظور کاهش هزینه محاسبات فیلتر، روش‌های ساده‌سازی در محاسبات ژاکوبین *EKF* معرفی و تست شده است. همچنین یک مدل چندجمله‌ای برای محاسبه سریع میدان مغناطیسی توسعه‌یافته است. آزمایش با داده‌های شبیه‌سازی شده و مقایسه با روش‌های اصلی که تنها مبتنی بر مغناطیس‌سنج است نشان می‌دهد که فیلتر، سرعت همگرایی و دقت را به ترتیب ۷۵٪ و ۳۰٪ افزایش می‌دهد. پیشنهاد استفاده از روش‌های ساده‌سازی در عملکرد فیلتر بی‌تأثیر است.

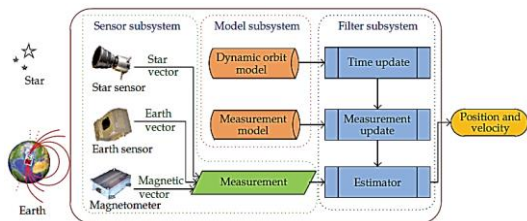
### کلیات و مفاهیم

#### مدل‌سازی میدان مغناطیسی زمین

دانشمندان با پیدایش آهنربا پس از گذشت زمان کوتاهی پی بردند که کره زمین نیز خاصیت آهنربایی دارد، تا آنجا که نام قطب‌های آهنربا را بر اساس نام قطب‌های زمین نام‌گذاری نمودند. به دنبال آن برای اولین بار در سال ۱۶۰۰ میلادی، توسط ویلیام گیلبرت، زمین به‌عنوان یک آهنربای بزرگ معرفی شد. ویلیام گیلبرت فیزیکدان انگلیسی نخستین کسی بود که ثابت کرد زمین خود دارای جاذبه مغناطیسی است و همانند یک آهنربای عظیم عمل می‌کند. او طی آزمایش‌هایی متوجه شد که عقربه مغناطیسی علاوه بر حرکت افقی دارای حرکت عمودی نیز بوده و نوک آن برحسب دوری و نزدیکی از قطب شمال، بالا یا پایین می‌رود. مغناطیس زمین دارای میدان نامنظمی است که نسبت به زمان تغییر می‌کند و شدت ثابتی ندارد، به‌طوری‌که از یک قرن پیش تا به حال شدت میدان مغناطیس زمین ۵ درصد کاهش یافته است. با توجه به اصول الکترومغناطیس می‌توان قبول کرد که باید رابطه‌ای میان نیروی الکتریسیته و میدان مغناطیسی زمین موجود باشد؛ زیرا به‌موجب تئوری‌های الکتریسیته، همواره پیرامون جریان‌های الکتریکی را میدان مغناطیسی فراگرفته است. تحقیقات این‌طور نشان می‌دهد که منبع انرژی احتمالاً حرکت مداری میان لایه مذاب توده مرکزی و هسته توده مذکور است، که محتملاً به‌صورت جامد می‌باشد. بر اساس اصول

این جانگ چوی و همکاران [39] بر این مطلب اشاره دارند که گیرنده‌های *GPS* برای ناوبری زمان واقعی در اکثر ماهواره‌های نزدیک سطح زمین (*LEO*) استفاده می‌شود. در حالت کلی دقت اندازه‌گیری *GPS* برای سرعت و موقعیت ماهواره‌ها بدون یک فیلتر دینامیک در حدود ۰/۵ متر برثانیه و ۲۵ متر است. به‌رحال راه‌حل ناوبری *GPS* که از موقعیت، سرعت و بایاس ساعت گیرنده *GPS* تشکیل شده است، فاصله غیرعادی از میزان خطا در کاربردهای فضایی دارد. این خطای غیرعادی باعث کاهش دقت کنترل ارتفاع می‌گردد. با استفاده از الگوریتمی که بر پایه فیلتر کالمن *UKF* طرح‌ریزی شده است، می‌توان عملکرد سیستم فوق را بهبود بخشید.

جینجی وو و همکاران [38] به بررسی پیچیدگی‌های تخمین مدار مستقل ماهواره می‌پردازند و از روش فیلترینگ برای انتگرال گرفتن از معادلات دینامیک مدار و تخمین موقعیت و سرعت ماهواره استفاده می‌کنند. سه روش پرکاربرد فیلترینگ شامل فیلتر کالمن گسترش‌یافته، فیلتر کالمن غیر واقع و فیلتر جزئی غیر واقع است. دقیق‌ترین فیلترینگ روش *UKF* است که نیازمند بیشترین محاسبات است.



شکل ۵- فرآیند تخمین مدار با استفاده از فیلترهای کالمن [38]

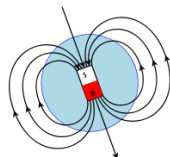
ویوان ام گومز و همکاران [40] به آنالیز تخمین زن مدار زمان واقعی از ناوبری خامی که اطلاعات آن توسط گیرنده‌های *GPS* تهیه شده است می‌پردازند و عقیده دارند که این عمل از اهمیت بالایی برخوردار است. الگوریتم تخمین زن از فیلتر کالمن و یک مدل ساده دینامیک مدار و یک مدل تصادفی از بایاس ساعت و دریافت گیرنده استفاده می‌کند. در آنالیز فوق ماهواره *TOPEX/POSEIDON* به‌عنوان بستر تست انتخاب شده است. هان کی و همکاران [41] روش تخمین مدار برای یک ماهواره در مدار نزدیک به زمین برای کاربری ماهواره‌های پیکو با وزن سبک و قدرت کم را بررسی می‌کنند. در این روش اطلاعات مربوط به مدار به‌صورت مستقل به‌وسیله

میلیمتر در ثانیه در حرکت است (یعنی در روز تقریباً مسافتی برابر نصف طول زمین فوتبال را می‌پیماید).

### نقش میدان مغناطیسی در حفاظت از کره زمین

میدان مغناطیسی زمین، همانند پوست پیاز، کره خاکی ما را در بر گرفته است. طوفان‌های خورشیدی آن را مورد حمله قرار داده و موجب بروز طوفان‌های الکتریکی می‌شود. این طوفان‌ها نیز متعاقباً بر سیستم‌های الکتریکی زمین اثر می‌گذارد.

شکل ۳-۲ نقشه ساده‌ای است از میدان مغناطیسی کره زمین که منبع میدان مغناطیسی زمین را به صورت یک آهنربا نشان می‌دهد. قطب شمال در نزدیکی بالای تصویر و قطب جنوب نزدیک پایین آن است. توجه کنید که قطب جنوب آهنربا در اعماق داخل زمین در زیر قطب جنوب مغناطیسی آن است. میدان مغناطیسی زمین حاصل عبور جریان دائم الکتریکی در هسته مایع خارجی آن است.



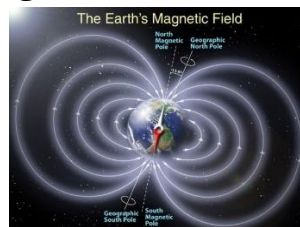
شکل ۷-Error! No text of specified style in document. نمایش

### منبع میدان مغناطیسی زمین به صورت یک آهنربا [3]

در الکترودینامیک نسبیتی، بین میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی تفاوتی وجود ندارد و تعریف میدان الکترومغناطیسی به صورت «اثر بار الکتریکی در اطراف آن» تعریف می‌شود. چون حرکت کاملاً نسبی در نظر گرفته می‌شود و نمی‌توان بین بار ثابت و بار متحرک تفاوتی قائل شد (متحرک بودن یا ثابت بودن برای ناظرهای مختلف تفاوت می‌کند). نیروی حاصل از این میدان را نیروی لورنتس می‌خوانند [42].

به بیانی دیگر میدان مغناطیسی میدانی است که توسط یک جسم مغناطیسی یا ذرات، و یا با تغییر میدان الکتریکی، تولید شده است و توسط نیرویی که روی دیگر مواد مغناطیسی و یا حرکت بار الکتریکی اعمال می‌شود شناسایی می‌شود. میدان مغناطیسی در هر نقطه داده شده توسط هر دو پارامتر جهت و شدت (یا مقاومت) مشخص می‌شود، که به عنوان یک میدان برداری شناخته می‌شود. اشیایی که خود میدان مغناطیسی تولید می‌کنند آهنربا نامیده می‌شوند. آهن‌رباها توسط نیروها و گشتاورهایی که توسط میدان‌های مغناطیسی تولید می‌کنند بر

گرمابرقی (ترموالکترونیک) وقتی محل اتصال دو جسم را که از نظر ترکیب شیمیایی متفاوت هستند مانند سیم آهنی و مس -متناوباً حرارت دهیم در آن نیروی الکتریسیته پدید می‌آید؛ بر اساس همین اصل احتمالاً میان لایه توده مذاب مرکزی زمین و هسته جامد آن (که از دو جنس شیمیایی متفاوت هستند و هر دو تحت تأثیر گرمای درونی زمین قرار گرفته‌اند) جریان الکتریسیته پدید می‌آید و در پیرامون خود میدان مغناطیسی عظیمی ایجاد می‌کند و همین میدان است که نه تنها به پوسته سطحی کره زمین منتقل می‌گردد بلکه به شعاع هزاران کیلومتر در فضا گسترده شده و ماگنتوسفر یا مغناطیس کره زمین در فضا را به وجود می‌آورد و همین مغناطیس کره است که نقش سپر محافظ زمین را، در برابر تشعشعات کیهانی بر عهده دارد.



شکل ۶-Error! No text of specified style in document. تصویر

### شماتیک از میدان مغناطیسی زمین [42].

هسته زمین از آهن و نیکل تشکیل شده است که بخش عمده‌ای از آن‌ها به حالت گداخته وجود دارد. این مایع فلزی پیوسته در جنبش است و این جنبش به نحوی جریان‌های الکتریکی به وجود می‌آورد که میدان مغناطیسی زمین را ایجاد می‌کنند. این میدان مغناطیسی، زمین را در محاصره خود دارد و تا صدها هزار کیلومتر در فضا ادامه دارد. میدان مغناطیسی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از خط‌های فرضی تصور کرد که در فضا از قطب جنوب در جنوبگان تا قطب شمال در کانادا قوس می‌زند و سپس در درون هسته زمین ادامه دارد، تا بار دیگر از قطب جنوب سر درآورد. میدان مغناطیسی زمین همواره نابسامان است. قطب‌های مغناطیسی زمین با قطب‌های جغرافیایی زمین فاصله دارند. در این میدان پیچ‌ها و خمیدگی‌هایی وجود دارد که در آن نواحی ممکن است جهت عقربه قطب‌نما حتی تا ۲۰ درجه از شمال حقیقی فاصله داشته باشد.

قطب‌های مغناطیسی سالانه در حدود ۲۰ کیلومتر به طرف غرب جابه‌جا می‌شوند. در نظر دانشمندان امروزی این بدان معناست که مایع گداخته هسته زمین با سرعتی در حدود نیم



میدان مغناطیسی زمین را با سه مؤلفه مغناطیسی مشخص می‌کنند [3].

### میل مغناطیسی:

از آنجایی که خطوط میدان مغناطیسی زمین بر سطح زمین منطبق نیستند همواره بین شدت میدان مغناطیسی زمین و سطح افقی، زاویه وجود دارد که به آن زاویه میل مغناطیسی گفته می‌شود و با حرف  $i$  آن را نمایش می‌دهند.

### ۲-۱-۳- زاویه انحراف مغناطیسی:

به صفحه‌ای که بر روی آن عقربه مغناطیسی قرار دارد صفحه نصف‌النهار مغناطیسی و به زاویه بین آن و صفحه نصف‌النهار جغرافیایی زاویه انحراف مغناطیسی گویند، که در هر منطقه متفاوت خواهد بود. دانستن مقدار زاویه انحراف مغناطیسی برای دریانوردان و خلبانان بسیار مهم است زیرا آن‌ها در مسیریابی به نصف‌النهار جغرافیایی احتیاج دارند درحالی‌که به‌وسیله قطب‌نما جهت نصف‌النهار مغناطیسی را پیدا می‌کنند. بنابراین اگر از میزان انحراف آگاه باشند با تصحیح بر روی جهت نصف‌النهار مغناطیسی، نصف‌النهار جغرافیایی را به دست می‌آورند.

### مؤلفه افقی میدان مغناطیسی:

اگر میدان مغناطیسی زمین به دو مؤلفه عمود بر هم تجزیه کنیم، مؤلفه افقی میدان مغناطیس زمین حاصل می‌شود. هرگاه در نقطه‌ای از کره زمین مقدار کمیت‌های مغناطیسی به‌طور فاحشی با نقاط مجاورش فرق کند اصطلاح گفته می‌شود که ناهنجاری مغناطیسی اتفاق افتاده و احتمالاً در آن نقطه از زمین مخازن ارزشمندی از سنگ‌های معدن مغناطیسی مانند سنگ آهن وجود دارد. استفاده از این روش در کشف ذخایر معدنی بسیار مفید است.

### کمربند تشعشی وان آلن

یکی از مهم‌ترین دستاوردهای سال بین‌المللی ژئوفیزیک (۱۹۵۷ و ۱۹۵۸) برنامه ماهواره اکتشافی (explorer) آمریکا بود. در ارتباط با تفسیر داده‌های این ماهواره، جیمز وان آلن کمربند وان آلن یا کمربند تشعشی وان آلن را در اطراف کره زمین کشف کرد. تابش مورد بحث از تراکم غلیظ الکترون‌ها و پروتون‌های بال‌انرژی زیاد ناشی می‌شود که در دو منطقه هلالی

یکدیگر تأثیر می‌گذارند. آهن‌ربا معمولاً خود را در جهت میدان مغناطیسی موضعی تراز می‌کند. قطب‌نماها از این اثر برای اندازه‌گیری جهت میدان مغناطیسی موضعی، تولیدشده توسط زمین استفاده می‌کنند. ریاضیات پیچیده که میدان مغناطیسی یک شی را نشان می‌دهد با استفاده از خطوط میدان مغناطیسی نشان داده می‌شوند. این خطوط صرفاً یک مفهوم ریاضی است و به‌صورت فیزیکی وجود ندارد. باین حال، برخی پدیده‌های فیزیکی از قبیل تراز شدن براده‌های آهن در یک میدان مغناطیسی، به مانند خطوط در یک الگوی مشابه با خطوط فرضی میدان مغناطیسی از جسم را تولید می‌کند [42].

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد میدان مغناطیسی برای دو میدان برداری مختلف استفاده می‌شود، که میدان‌های  $B$  و  $H$  نامیده می‌شوند (بسیاری از نام‌های جایگزین برای هر دو وجود دارد) [44] میدان  $B$  را می‌توان بر اساس اثرات آن بر روی محیط اطراف تعریف نمود. به‌عنوان مثال، یک ذره با بار الکتریکی  $q$  و حرکت در میدان  $B$  با سرعت  $V$  نیرویی به نام  $F$  ایجاد می‌کند که نیروی لورنتس نامیده می‌شود. در واحد SI نیروی لورنتس برابر است با:

$$F = q(v \times B) \quad (1-3)$$

که در آن علامت  $\times$  بردار ضرب خارجی است. یک تعریف متناوب کاری از میدان  $B$  را می‌توان از لحاظ گشتاور دوقطبی مغناطیسی در میدان  $B$  ارائه داد:

$$\tau = m_m \times B \quad (2-3)$$

میدان  $B$  در واحد SI تسلا و در واحد CGS گاوس نامیده می‌شود. (۱ تسلا = ۱۰۰۰۰ گاوس). در واحد SI تسلا برابر است با: (کولن  $\times$  متر) / (نیوتن  $\times$  ثانیه). همان‌طور که از قسمت مغناطیسی قانون نیروی لورنتس می‌توان دید:

$$H \cdot (B \times qv) = F_{mag} \quad (3-3)$$

(در SI):

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M \quad (4-3)$$

که در آن  $M$  مغناطیسی شدن ماده و  $\mu_0$  نفوذپذیری مغناطیسی در فضای خالی است (یا پایداری مغناطیسی). میدان  $H$  با یکای آمپر بر متر ( $A/m$ ) در SI و اورستد ( $Oe$ ) در CGS اندازه‌گیری می‌شود [42].

### مؤلفه‌های میدان مغناطیسی زمین

جذب به جنوب) می‌باشند. قطب‌های مشابه (یا همسان) همدیگر را دفع و قطب مخالف یکدیگر را جذب می‌کنند.

$$F = \frac{\mu_0 M m}{4\pi r^2} \quad (۶-۳)$$

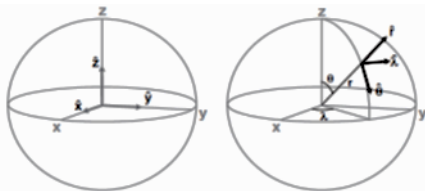
که در آن  $M$  قطب قوی (مرتبط با زمین) است و  $m$  قطب ضعیف (در ارتباط با جسم) است. در قیاس با مفهوم شتاب گرانشی، نیرو در یک واحد قطب برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^2} \quad (۷-۳)$$

مقدار  $B$  که القای مغناطیسی نامیده می‌شود، می‌تواند به‌عنوان شدت میدان تصور گردد. این در واقع، مقدار بردار  $B$  بیان شده در ترم پتانسیل مغناطیسی  $U$  است، که در آن:

$$B = -\nabla U \quad (۸-۳)$$

با استفاده از مختصات کروی، بین شدت میدان و پتانسیل میدان رابطه ۳-۸ می‌تواند به آسانی برقرار گردد:



شکل ۹-Error! No text of specified style in document. مختصات

کارترین و کروی [46].

$$B = -\nabla U = -\frac{\partial U}{\partial r} \hat{r} \equiv -\frac{\mu_0 M}{4\pi r^2} \hat{r} \Rightarrow U(r) = -\frac{\mu_0 M}{4\pi r} \quad (۹-۳)$$

میدان دوقطبی با توجه به قطب‌های شمال و جنوب حاصل می‌گردد:

$$U_1(r_1) = -\frac{\mu_0 M}{4\pi r_1} \quad (۱۰-۳)$$

$$U_2(r_2) = -\frac{\mu_0 M}{4\pi r_2}$$

اعمال قانون کسینوس:

$$r_1^2 = r^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 - Lr \cos\theta \quad (۱۱-۳)$$

$$r_2^2 = r^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 + Lr \cos\theta$$

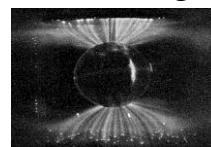
بنابراین، ترکیب میدان برابر است با:

$$U(r, \theta) = U_1(r, \theta) + U_2(r, \theta) = -\frac{\mu_0 M}{4\pi r_2} \left[ \left(1 + \left(\frac{L}{2r}\right)^2 - \left(\frac{L}{r}\right) \cos\theta\right)^{-\frac{1}{2}} - \left(1 + \left(\frac{L}{2r}\right)^2 + \left(\frac{L}{r}\right) \cos\theta\right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (۱۲-۳)$$

ترکیب میدان می‌تواند به‌عنوان تقریبی به‌صورت زیر بیان گردد:

شکل در فاصله‌های ۳۲۰۰ و ۱۶۰۰۰ کیلومتری سطح زمین واقع شده‌اند که توسط میدان مغناطیسی زمین، کره زمین را احاطه کرده‌است [46].

می‌دانیم که در نتیجه اندرکنش هسته‌ای درون خورشید و طوفان‌های خورشیدی به‌طور مداوم ذرات پرنرژی در فضا گسیل می‌شوند و این امر سبب می‌گردد که سیلی از این ذرات با سرعت ۵۰۰ کیلومتر در ساعت به سمت زمین بیاید و در دام حوزه‌های مغناطیسی زمین بیفتد. از آنجایی که در قطبین شدت میدان مغناطیسی بیشینه است و نیروی لورنتس وارد بر ذرات بنیادی بسیار بزرگ است، اگر یک گروه پروتون یا الکترون به‌طور عمود وارد میدان مغناطیسی شوند از طرف میدان بر ذرات یک نیروی عمودی و مرکزگرا بنام نیروی لورنتس وارد خواهد شد که سبب حرکت دورانی پروتون‌ها می‌شود. برخی از ذرات که به‌طور موازی با میدان به زمین می‌رسند ( $\alpha = \text{صفر}$ ) هیچ نیرویی بر آن‌ها از طرف میدان مغناطیسی زمین وارد نمی‌شود و نیروی لورنتس وارد بر آن‌ها صفر می‌شود و برمی‌گردند. بنابراین تعداد بی‌شماری ذره در حوزه‌های قطبی زمین در رفت و آمد هستند و چون در قطبین مانند سایر نقاط زمین هوا موجود است این ذرات به مولکول‌های هوا برخورد می‌کنند و چون حامل انرژی‌های زیادی هستند با جذب مولکول‌های هوا یونیزه شده و ذرات جدید و پرتوهای گاما تولید می‌کنند و ما نقاط درخشانی را در قطب شاهد خواهیم بود که به آن کمربند تشعشعی و یا کمربند وان آلن گفته می‌شود. کمربند وان آلن دارای دو لایه داخلی و خارجی می‌باشد که بر روی خطوط مغناطیسی زمین منطبق است [3].



شکل ۸-Error! No text of specified style in document. کمربند

ون آلن [3].

روابط حاکم بر میدان مغناطیسی زمین

نیروی جاذبه بین دو قطب مغناطیسی مخالف، با قدرت  $m_1$  و  $m_2$ ، با توجه به قانون مربع معکوس متفاوت است [46].

$$F = \frac{\mu_0 m_1 m_2}{4\pi r^2} \quad (۵-۳)$$

که در آن  $\mu_0$  میزان نفوذپذیری از فضای آزاد و  $r$  فاصله بین دو قطب است. قطب‌های مغناطیسی مثبت (جذب به شمال) و یا منفی

این نشان می‌دهد میدان در امتداد محور دو قطب قوی‌تر و در اطراف خط استوا، ضعیف‌تر است.

### مدل‌های میدان مغناطیسی زمین

میدان اصلی زمین ( $B_m$ ) جزء غالب مغناطیسی زمین است که حدود ۹۵٪ از شدت میدان در سطح زمین را تشکیل می‌دهد و دارای کمترین تغییرات دوره‌ای طی یک بازه زمانی است. میدان پوسته‌ای ( $B_c$ ) در سراسر کره زمین متغیر است، اما در مقیاس زمانی موردنظر این میدان ثابت بوده و معمولاً مقادیر بسیار کمتری نسبت به میدان اصلی را داراست. میدان ترکیب ( $B_d$ ) با تغییرات زمانی و مکانی به‌طور منظم و به‌صورت روزانه و یا سالانه متغیر است. این میدان معمولاً در سطح دریا کمتر از سطح زمین است و با افزایش ارتفاع کاهش پیدا می‌کند. از آنجایی که میدان مغناطیسی کره زمین با گذشت زمان تغییر می‌کند، به دست آوردن مدل ریاضی که بتواند مقادیر میدان را در گذشته و آینده پیشگویی نماید، ضروری به نظر می‌رسد. این عمل در موارد زیر کاربرد دارد:

- محاسبه موقعیت ماهواره در فضا و یا محاسبه موقعیت ماهواره در ایستگاه‌های کنترل در سطح زمین در صورت از کار افتادن حسگر و یا عملگر ماهواره
- مقایسه داده‌های ماهواره‌ای با داده‌های حاصل از محاسبه میدان مغناطیسی جهت بررسی طوفان‌های مغناطیسی [20].

### انواع مدل‌های میدان مغناطیسی زمین

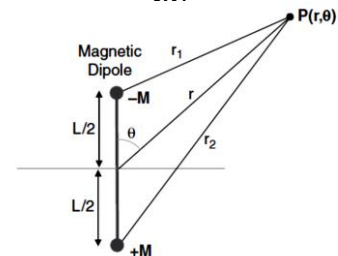
روش‌های بسیاری برای مدل‌سازی میدان مغناطیسی زمین در مدارات پایین ( $LEO$ ) وجود دارد مانند مدل مرجع بین‌المللی میدان مغناطیسی زمین ( $IGRF$ )، مدل دوقطبی کج شده، مدل مغناطیسی جهانی ( $WMM$ )، مدل میدان مغناطیسی  $POMME$ ، مدل میدان مغناطیسی  $MF$ ، مدل میدان مغناطیسی  $CHAOS$  و مدل میدان مغناطیسی  $NGDG$  [20]. در این پژوهش هدف استفاده از مدل مغناطیسی جهانی ( $WMM$ ) است بنابراین به بررسی این مدل می‌پردازیم.

### مدل مغناطیسی جهانی ( $WMM2005$ )

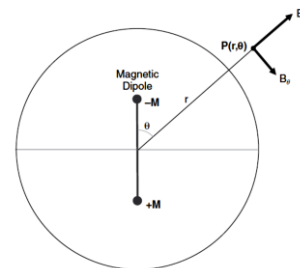
$WMM2005$  (مک لین، ۲۰۰۴) معرف یک تعریف دقیق از میدان اصلی، بر اساس هارمونیک‌های کروی از راه‌حل‌های عمومی معادله لاپلاس است [46]:

تعریف گشتاور دوقطبی به‌صورت  $ML = m$  که می‌تواند به‌صورت زیر ساده گردد:

$$U(r, \theta) \approx -\frac{\mu_0 ML}{4\pi r^2} \cos\theta \quad (14-3)$$



شکل ۱۰-Error! No text of specified style in document. میدان مغناطیسی دوقطبی [46].



شکل ۱۱-Error! No text of specified style in document. اجزای میدان شعاعی و مماسی [46].

بر اساس رابطه (۱۴-۳)، اجزای میدان شعاعی و مماسی (نشان داده شده در شکل ۸-۳) را می‌توان به‌قرار زیر بیان نمود:

$$B = B_r \hat{r} + B_\theta \hat{\theta} = -\hat{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \quad (15-3)$$

که منجر به روابط زیر می‌گردد:

$$B_r = 2B_0 \cos\theta \quad (16-3)$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \quad (17-3)$$

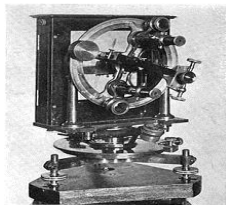
$$B_\theta = B_0 \sin\theta \quad (18-3)$$

بنابراین،  $B_r = 0$  ژئومغناطیس در خط استوا و  $B_\theta = 0$  ژئومغناطیس در قطب است.  $B_0$  قدرت دوقطبی در استوا ( $\theta = \pi/2$ ) است. توجه داشته باشید که میدان متقارن محوری است. شدت میدان برابر است با:

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} \quad (19-3)$$

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2\theta} \quad (20-3)$$

مغناطیس‌سنج یک ابزار اندازه‌گیری مورد استفاده برای اندازه‌گیری قدرت و در برخی موارد، جهت میدان مغناطیسی است. اولین مغناطیس‌سنج توسط کارل فردریش گاوس در سال ۱۸۳۳ اختراع شد. مغناطیس‌سنج‌ها را می‌توان به دستگاه‌های اسکالر که تنها به اندازه‌گیری شدت میدان‌ها و دستگاه‌های برداری که اندازه‌گیری جهت میدان را نیز انجام می‌دهند تقسیم نمود [47].



شکل ۱۳-Error! No text of specified style in document. یک نمونه

مغناطیس‌سنج ساخته‌شده در سال ۱۸۹۰ میلادی [3].

مغناطیس‌سنج‌ها به‌طور گسترده‌ای برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی زمین استفاده می‌شود و در بررسی‌های ژئوفیزیک برای تشخیص انواع مختلف ناهنجاری‌های مغناطیسی کاربرد دارد. از آن‌ها برای تشخیص زیردریایی نظامی نیز استفاده می‌شود. در نتیجه برخی از کشورها، از جمله ایالات متحده آمریکا، کانادا و استرالیا طبقه‌بندی مغناطیس‌سنج‌ها به‌عنوان فن‌آوری‌های نظامی حساس تر بوده، و توزیع آن‌ها کنترل می‌گردد. مغناطیس‌سنج‌ها را می‌توان به‌عنوان آشکارسازهای فلز استفاده نمود. مغناطیس‌سنج‌های اخیر به حدی کوچک‌شده است که آن‌ها را می‌توان در مدارهای یکپارچه با هزینه‌های بسیار کم گنجاند. استفاده از آن‌ها به‌عنوان قطب‌نما در دستگاه‌هایی مانند تلفن‌های همراه و تبلت‌ها در حال افزایش است [3].



شکل ۱۴-Error! No text of specified style in document. یک نمونه

مغناطیس‌سنج fluxgate تک‌محوره [3].

مغناطیس‌سنج‌ها را می‌توان به دو نوع اساسی تقسیم نمود:

- مغناطیس‌سنج‌های اسکالر قدرت کل میدان مغناطیسی که در معرض آن قرار دارند را اندازه‌گیری می‌کنند، اما جهت آن را مشخص نمی‌کنند.

$$U = -\frac{1}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[ \left( C_n^m \left( \frac{a}{r} \right)^{n+1} + S_n^m \left( \frac{a}{r} \right)^n \right) \cos m\lambda + \left( S_n^m \left( \frac{a}{r} \right)^{n+1} + C_n^m \left( \frac{a}{r} \right)^n \right) \sin m\lambda \right] P_n^m(\cos\theta) \quad (21-3)$$

برخلاف گرانش، ضرایب غیر صفر هستند، اما به دلیل اندازه‌های کوچک آن‌ها را نادیده می‌گیریم. ترم‌هایی که  $n=0$  است حذف می‌گردند زیرا تک قطبی‌های مغناطیسی در طبیعت وجود ندارد. از این رو، این راه‌حل می‌تواند به‌صورت زیر ساده گردد:

$$U = -\frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^{n+1} [C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda] P_n^m(\cos\theta) \quad (22-3)$$

فرم واقعی پتانسیل مغناطیسی در WMM2005 با استفاده از چندجمله‌ای‌های نیمه نرمال شده به وجود می‌آید و ضرایب گاوس 'g' و 'h' نامیده می‌شود (که متغیر با زمان است):

$$U(t) = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^{n+1} [g_n^m(t) \cos m\lambda + h_n^m(t) \sin m\lambda] P_n^m(\cos\theta) \quad (23-3)$$

که

$$g_n^m = C_n^m A_n^m \quad (24-3)$$

$$h_n^m = S_n^m A_n^m$$

$$\bar{P}_n^m(\cos\theta) = P_n^m(\cos\theta) / A_n^m$$

فاکتورهای نرمال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_n^m = \sqrt{\frac{(n+m)!}{(n-m)! k}} \quad (25-3)$$

که

$$k = 1 \quad \text{if } m = 0 \quad (26-3)$$

$$k = 2 \quad \text{if } m \neq 0$$

### مغناطیس‌سنج

رایج‌ترین مغناطیس‌سنج‌هایی که در فضا مورد استفاده قرار می‌گیرد مغناطیس‌سنج‌های Flux-gate است که هر محور دارای یک حسگر است. هر سنسور از یک ترانسفورمر تشکیل یافته است که در اطراف یک هسته‌ای که از موادی با قابلیت نفوذپذیری بالا ساخته‌شده است پیچیده شده است. بوسیله القاء سیم‌پیچ اولیه با فرکانس بالا و تحریک آن فرکانس به سیم‌پیچ ثانویه که در آن دامنه و فاز هارمونیک با میدان مغناطیسی محیط به‌صورت خطی متناسب است منتقل می‌گردد [3].

### اساس کار مغناطیس‌سنج‌ها



شکل ۱۶-Error! No text of specified style in document.

مغناطیس‌سنج در هر دو انتهای پانل‌های خورشیدی نصب شده است تا آن‌ها را از میدان‌های مغناطیسی فضاپیما دور نگه دارد [3].

### مغناطیس‌سنج Search-coil

مغناطیس‌سنج القایی نیز نامیده می‌شود، سیم‌پیچ در اطراف هسته با نفوذپذیری مغناطیسی بالا پیچیده شده است. ویژگی این مغناطیس‌سنج‌ها این است که آن‌ها متناوب میدان مغناطیسی را اندازه‌گیری می‌کنند و بنابراین می‌توانند تغییرات در میدان مغناطیسی را به سرعت چند بار در هر ثانیه حل و فصل نمایند [52].

$$\mu_0 = \frac{\mu}{1 + N\mu} \quad (27-3)$$



شکل ۱۷-Error! No text of specified style in document.

document. ۱۷-عکس از مغناطیس‌سنج Search-coil [3].

### مغناطیس‌سنج Ionized gas

به دو دسته تقسیم می‌گردند:

#### ▪ Heavy metal — scalar

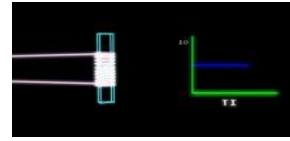
فضاپیمای خاص، مانند Magsat با مغناطیس‌سنج عددی مجهز شده است.

#### ▪ Helium

این نوع از مغناطیس‌سنج به تنوع در هلیوم بستگی دارد، زمانی که برانگیخته می‌شود، نور مادون قرمز دوقطبی با میدان مغناطیسی اعمال می‌کند [53].

همه انواع مغناطیس‌سنج‌های ساخته شده دارای «ضعف» است که می‌تواند ناشی از طراحی مغناطیس‌سنج، تداخل با مغناطیس فضاپیما، تابش از خورشید و غیره باشد. علاوه بر این هر نوع از آن‌ها دارای نقاط قوتی است. بنابراین استفاده از ترکیبی از انواع آن‌ها می‌تواند مفیدتر باشد

▪ مغناطیس‌سنج‌ها برداری توانایی اندازه‌گیری بخشی از میدان مغناطیسی در یک جهت خاص، نسبت به جهت‌گیری فضایی از دستگاه را دارا است [48].



شکل ۱۴-Error! No text of specified style in document.

اولیه یک مغناطیس‌سنج fluxgate [3].

### مغناطیس‌سنج‌های فضاپیما

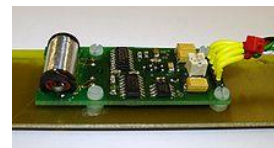
مغناطیس‌سنج‌ها بیشتر برای تحقیقات علمی بر روی فضاپیماها و ماهواره‌ها استفاده می‌شود، به علاوه وسیله‌ای جهت تعیین موقعیت هستند. مغناطیس‌سنج‌ها در میان ابزارهای علمی به‌طور گسترده‌ای در ماهواره‌های اکتشافی و مشاهده‌گر مورد استفاده قرار می‌گیرد. اولین مغناطیس‌سنج قابل حمل توسط فضاپیما در فضاپیماي Sputnik 3 در سال ۱۹۵۸ قرار داده شد و مشاهدات مغناطیسی دقیق‌تر زمین توسط Magsat 1 و ماهواره Orsted انجام شده است. مغناطیس‌سنج‌ها بعدها در مأموریت‌های آپولو به ماه منتقل گردید. از این ابزار برای اندازه‌گیری قدرت و جهت خطوط میدان مغناطیسی در اطراف زمین و منظومه شمسی استفاده شده است [50].

### انواع مغناطیس‌سنج‌های فضاپیما

مغناطیس‌سنج‌های فضاپیما اساساً به سه دسته تقسیم می‌شوند که در ذیل به بررسی آن‌ها می‌پردازیم [3].

#### مغناطیس‌سنج Fluxgate

مغناطیس‌سنج Fluxgate برای سادگی الکترونیکی و وزن کم استفاده می‌شود. انواع مختلفی از Fluxgate در سفینه فضایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. قرائت در ابتدا بهتر است با سه مغناطیس‌سنج به دست آید و هرکدام اشاره به جهت‌های مختلف داشته باشند [51].



شکل ۱۵-Error! No text of specified style in document.

قطب‌نما / شیب‌سنج fluxgate [3].

مجموعه دقیق‌ترین مغناطیس‌سنج‌ها در سفینه‌های فضایی شامل دو ابزار جداگانه سنجش مغناطیس است که شامل یک مغناطیس‌سنج گاز هلیوم یونیزه برای درجه‌بندی و یک مغناطیس‌سنج *fluxgate* برای خوانش دقیق‌تر است [54].

## مسئله تخمین

### تئوری تخمین

تئوری تخمین انشعابی از آمار و پردازش سیگنال است که با تخمین مقدار پارامترهایی که بر پایه داده‌های اندازه‌گیری/تجربی با مؤلفه‌های تصادفی می‌باشند، سر و کار دارد. پارامترها چگونگی تأثیر شرایط بر مقادیر اندازه‌گیری شده را وصف می‌کند. تخمین زن سعی دارد تا با استفاده از اندازه‌گیری‌های انجام شده پارامترهای نامشخص را تقریب بزند [38].

برای مثال، تخمین نسبت جمعیت رای دهندگان برای یک کاندیدای مشخص مطلوب است. تخمین بر پایه یک نمونه تصادفی از رای دهندگان است. یا به‌عنوان مثالی دیگر، در رادار، هدف پیدا کردن فاصله اشیا ( هواپیما، کشتی و ... ) با استفاده از اختلاف زمان بین رفت و برگشت سیگنال از ایستگاه رادار به جسم مورد نظر است. به علت این‌که سیگنال‌های بازگشتی با اغتشاشاتی همراه هستند، مقادیر آن‌ها و زمان بین رفت و برگشت سیگنال باید تخمین زده شوند. در نظریه تخمین دو نکته حائز اهمیت است:

- ۱- دیدگاه آماری: فرض بر این است که داده اندازه‌گیری شده با توزیع احتمال تصادفی به‌دست آمده است.
- ۲- مجموعه اعضا: داده اندازه‌گیری شده عضوی از مجموعه احتمالات ممکن است.

برای مثال، در نظریه ارتباطی الکتریکی، اندازه‌گیری‌ها همیشه با مقداری از اغتشاش همراه است، به همین علت تخمین زدن لازم است [55].

### فیلتر کالمن

فیلتر کالمن یک فیلتر بازگشتی کارآمد است که حالت یک سیستم پویا را از یک سری اندازه‌گیری‌های همراه با خطا برآورد می‌کند. به همراه یک تنظیم‌کننده خطی مرتبه دوم فیلتر کالمن مسائل کنترل گاوسین خطی مرتبه دوم را حل می‌کند. فیلتر کالمن،  $LQR$  و  $LQG$  راه‌حلی هستند برای آنچه شاید اساسی‌ترین مسائل تئوری کنترل می‌نامند.

مثالی برای کاربرد: تهیه اطلاعات پیوسته به‌روز و دقیق در مورد مکان و سرعت یک شی معین فقط به کمک توالی مشاهدات در مورد موقعیت آن شی، که هر کدام شامل مقداری خطاست امکان‌پذیر است. این فیلتر در طیف گسترده‌ای از کاربری‌های مهندسی از رادار گرفته تا بصیرت رایانه‌ای کاربرد دارد. روش تصفیه کالمن یکی از عناوین مهم در تئوری کنترل و مهندسی سیستم‌های کنترلی می‌باشد.

به‌عنوان مثال، برای کاربری آن در رادار، آنجا که علاقه‌مند به ردیابی هدف هستید، اطلاعات در مورد موقعیت، سرعت و شتاب هدف با حجم عظیمی از انحراف به لطف پارازیت در هر لحظه اندازه‌گیری می‌شود. فیلتر کالمن از پویایی هدف بهره می‌گیرد به این صورت که سیر تکاملی آن را کنترل می‌کند، تا تأثیرات پارازیت را از بین ببرد و یک برآورد خوب از موقعیت هدف در زمان حال (تصفیه کردن) و در آینده (پیش‌بینی) و یا در گذشته (الحاق یا هموارسازی) ارائه می‌دهد. یک نسخه ساده شده فیلتر کالمن، فیلتر آلفا بتا، که همچنان عموماً استفاده می‌شود از ثابت‌های وزنی استاتیک به جای ماتریس‌های کواریانس استفاده می‌کند.

نامگذاری و تاریخچه توسعه فیلتر کالمن، اگرچه توروالد نیکولای تیله و پیتر اسورلینگ قبلاً الگوریتم مشابهی ارائه داده بودند، این فیلتر به افتخار رادولف کالمن، فیلتر کالمن نام گذاری شد و استنلی اشمیت عموماً به خاطر توسعه اولین پیاده‌سازی فیلتر کالمن شهرت یافت. این رخداد هنگام ملاقات با کالمن در مرکز تحقیقاتی ناسا روی داد و وی شاهد کارایی ایده کالمن در برآورد مسیر پرتاب پژوهش آپولو بود، که منجر به الحاق آن به رایانه ناوبری آپولو شد. این فیلتر بر روی کاغذ در ۱۹۵۸ توسط اسورلینگ، در ۱۹۶۰ توسط کالمن و در ۱۹۶۱ توسط کالمن و بوچی ایجاد و بسط داده شد.

این فیلتر بعضی مواقع فیلتر استراتونویچ - کالمن - بوچی نامیده می‌شود، چرا که یک نمونه خاص از فیلتر بسیار معمولی و غیرخطی‌ای است که قبلاً توسط راسلان استراتونویچ ایجاد شده است. در حقیقت معادله این نمونه خاص، فیلتر خطی در اسنادی که از استراتونویچ قبل از تابستان ۱۹۶۰، یعنی زمانی که کالمن، استراتونویچ را در کنفرانسی در موسکو ملاقات کرد به چاپ رسید بود.

در تئوری کنترل، فیلتر کالمن بیشتر به برآورد مرتبه دوم (LQE) اشاره دارد. امروزه تنوع گسترده‌ای از فیلتر کالمن بوجود آمده، از فرمول اصلی کالمن در حال حاضر فیلترهای:

کالمن ساده، توسعه‌یافته اشیمیت، اطلاعاتی و فیلترهای گوناگون جذر بیرمن، تورنتون و بسیاری دیگر بوجود آمده‌اند. گویا مرسوم‌ترین نوع فیلتر کالمن فاز حلقه بسته می‌باشد که امروزه در رادیوها، رایانه‌ها و تقریباً تمامی انواع ابزارهای تصویری و ارتباطی کاربرد دارد.

**تعریف مسئله**  
می‌خواهیم یک فیلتر کالمن گسترش‌یافته برای سیستمی با معادله حالت زیر تعریف کنیم:

$$x(k+1) = f(x(k)) + G(k)w(k) \quad (1-4)$$

معادله اندازه‌گیری به فرم زیر است:

$$y(k+1) = h(x(k+1)) + v(k+1) \quad (2-4)$$

در معادلات (1-4) و (2-4)،  $w(k)$  و  $v(k+1)$  غیر وابسته، میانگین صفر و تصادفی می‌باشند. همچنین نسبت به  $x(0)$  نیز مستقل‌اند.  $G(k)$  یک ماتریس مشخص و  $f(x(k))$  و  $h(x(k+1))$  بردار مشخص و توابع غیرخطی از حالت هستند. و به‌صورت زیر می‌باشند:

$$f(x(k)) = \begin{bmatrix} f_1(x(k)) \\ f_2(x(k)) \\ \vdots \\ f_n(x(k)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)) \\ f_2(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)) \\ \vdots \\ f_n(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)) \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$h(x(k+1)) = \begin{bmatrix} h_1(x(k+1)) \\ h_2(x(k+1)) \\ \vdots \\ h_m(x(k+1)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1(k+1), x_2(k+1), \dots, x_n(k+1)) \\ h_2(x_1(k+1), x_2(k+1), \dots, x_n(k+1)) \\ \vdots \\ h_m(x_1(k+1), x_2(k+1), \dots, x_n(k+1)) \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

**توسعه فیلتر**  
با جدا کردن  $x(k)$  و  $y(k+1)$  به دو قسمت شروع می‌کنیم:

$$x(k) = x_0(k) + \delta x(k) \quad (5-4)$$

$$y(k+1) = y_0(k+1) + \delta y(k+1) \quad (6-4)$$

عبارات  $x_0(k)$  و  $y_0(k+1)$  مقادیر نامی  $x(k)$  و  $y(k+1)$  و عبارات  $\delta x(k)$  و  $\delta y(k+1)$  بیانگر اختلالات می‌باشند.

در گام بعدی عبارات  $f(x(k))$  و  $h(x(k))$  را حول  $x_0(k)$  و  $x_0(k+1)$  با بسط سری تیلور، بسط می‌دهیم:

$$f(x(k)) = f(x(k))|_{x_0(k)} + \frac{\partial f(x(k))}{\partial x(k)}|_{x_0(k)} [x(k) - x_0(k)] + \text{H.O.T.} \quad (7-4)$$

اساس مدل سیستم پویا فیلترهای کالمن بر اساس سیستم‌های خطی پویا گسسته در بازه زمانی هستند. آن‌ها بر اساس زنجیره مارکوف مدل شده، به کمک عملگرهای خطی ساخته شده‌اند و توسط پارازیت گاوسین تحریک می‌شوند. حالت سیستم توسط برداری از اعداد حقیقی بیان می‌شود. در هر افزایش زمانی که در بازه‌های گسسته صورت می‌گیرد، یک عملگر خطی روی حالت فعلی اعمال می‌شود تا حالت بعدی را با کمی پارازیت ایجاد کند و اختیاراً در صورت شناخت روی کنترل‌کننده‌های سیستم برخی اطلاعات مرتبط را استخراج می‌کند. سپس عملگر خطی دیگر به همراه مقدار دیگری پارازیت خروجی قابل مشاهده‌ای از این حالت نامشخص تولید می‌کند. فیلتر کالمن قادر است مشابه مدل نامشخص مارکوف برخورد کند. با این تفاوت کلیدی که متغیرهای حالت نامشخص در یک فضای پیوسته مقدار می‌گیرند، (نقطه مقابل فضای حالت گسسته در مدل مارکوف). به علاوه، مدل نامشخص مارکوف می‌تواند یک توزیع دلخواه برای مقادیر بعدی متغیرهای حالت ارائه کند، که در تناقض با مدل پارازیت گاوسین ای است که در فیلتر کالمن استفاده می‌شود. در اینجا یک دوگانگی بزرگ بین معادلات فیلتر کالمن و آن مدل مارکوف وجود دارد. از فیلتر کالمن برای پیش‌بینی و اعلام خطر سیلاب نیز استفاده می‌شود، یعنی به‌عنوان یک آلارم دهنده برای خطر سیلاب عمل می‌نماید.

### فیلتر کالمن گسترش‌یافته

طراحان مجموعه‌ای از ریاضیات به منظور بسط تئوری فیلتر کالمن برای وضعیت‌هایی که مدل سیستم یا مدل اندازه‌گیری توابع غیرخطی از حالت هستند را معرفی کرده‌اند. به فیلتر کالمن به‌دست آمده، فیلتر کالمن گسترش‌یافته اطلاق می‌شود. همان‌طور که خواهیم دید، فیلتر کالمن گسترش‌یافته از مدل سیستم غیرخطی برای محاسبه تخمین حالت پیش‌بینی شده

مطمئن باشیم. اما به این واقعیت نیز باید توجه کرد که فیلتر فوق در سال‌های گذشته به خوبی کار کرده است.

معادلات اندازه و سیستم را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\mathbf{x}_0(k+1) + \delta x(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0(k)) + \mathbf{F}(k)\delta x(k) + \mathbf{G}(k)w(k) \quad (14-4)$$

$$\mathbf{y}_0(k+1) + \delta y(k+1) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(k+1)) + \mathbf{H}(k+1)\delta x(k+1) + v(k+1). \quad (15-4)$$

معادلات بالا را به دو مجموعه معادله تقسیم می‌کنیم. به قسمت اول معادلات نامی و به قسمت دوم معادلات اختلالی می‌گوییم. معادلات نامی به صورت زیر است:

$$\mathbf{x}_0(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0(k)) \quad (16-4)$$

$$\mathbf{y}_0(k+1) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(k+1)) \quad (17-4)$$

معادلات اختلالی به صورت زیر است:

$$\delta x(k+1) = \mathbf{F}(k)\delta x(k) + \mathbf{G}(k)w(k) \quad (18-4)$$

$$\delta y(k+1) = \mathbf{H}(k+1)\delta x(k+1) + v(k+1) \quad (19-4)$$

فعالاً معادلات نامی را کنار می‌گذاریم و فیلتر کالمنی برای مدل اختلالات می‌سازیم. نتیجه به صورت زیر است:

$$\delta \hat{x}(k+1|k) = \mathbf{F}(k)\delta \hat{x}(k) \quad (20-4)$$

$$\delta \hat{y}(k+1|k) = \mathbf{H}(k+1)\delta \hat{x}(k+1|k) \quad (21-4)$$

$$\delta \hat{x}(k+1) = \delta \hat{x}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1)[\delta y(k+1) - \delta \hat{y}(k+1|k)] \quad (22-4)$$

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^T(k+1)[\mathbf{H}(k+1)\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1)]^{-1} \quad (23-4)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{F}^T(k) + \mathbf{G}(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{G}^T(k) \quad (24-4)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}(k+1)]\mathbf{P}(k+1|k) \quad (25-4)$$

با معادلات بالا، ابزاری از تخمین بخش اختلالات حالت داریم. این چیزی نیست که ما می‌خواهیم. ما  $\hat{x}(k)$  را که تخمینی از  $x(k)$  است لازم داریم.

$\hat{x}(k)$  را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\hat{x}(k) = \mathbf{x}_0(k) + \delta \hat{x}(k). \quad (26-4)$$

در معادله بالا  $\mathbf{x}_0(k)$  حالت نامی است و  $\delta \hat{x}(k)$  تخمینی از  $\delta x(k)$  است. معادله بالا می‌گوید که برای تخمین حالت باید یک تخمین از اختلال حالت به حالت نامی اضافه کرد.

اگر خطای مربعات میانگین بین  $\hat{x}(k)$  و  $x(k)$  را در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$e_x^2 = E\{[x(k) - \hat{x}(k)]^T [x(k) - \hat{x}(k)]\}$$

$$\mathbf{h}(x(k)) = \mathbf{h}(x(k))\Big|_{\mathbf{x}_0(k)} + \frac{\partial \mathbf{h}(x(k))}{\partial x(k)}\Big|_{\mathbf{x}_0(k)} [x(k) - \mathbf{x}_0(k)] + \text{H.O.T.} \quad (8-4)$$

سپس ترم‌های با توان بالا را حذف می‌کنیم (H.O.T.) و با مشخص بودن  $x(k) - \mathbf{x}_0(k) = \delta x(k)$  و با توجه به:

$$\mathbf{f}(x(k)) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0(k)) + \mathbf{F}(k)\delta x(k) \quad (9-4)$$

$$\mathbf{h}(x(k)) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(k)) + \mathbf{H}(k)\delta x(k). \quad (10-4)$$

عبارت  $\mathbf{F}(k)$  و  $\mathbf{H}(k)$  برابر جملات زیر می‌باشند:

$$\mathbf{F}(k) = \frac{\partial \mathbf{f}(x(k))}{\partial x(k)}\Big|_{\mathbf{x}_0(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (11-4)$$

$$\mathbf{H}(k) = \frac{\partial \mathbf{h}(x(k))}{\partial x(k)}\Big|_{\mathbf{x}_0(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (12-4)$$

و عبارت  $\frac{\partial g_i}{\partial x_j}$  به صورت زیر است:

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_j} = \frac{\partial g_i(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))}{\partial x_j(k)}\Big|_{\substack{x_1(k)=x_{10}(k) \\ \vdots \\ x_n(k)=x_{n0}(k)}} \quad (13-4)$$

ما در مورد حالت و اندازه‌گیری نامی کمی اطلاعات داریم،  $\mathbf{x}_0(k)$  و  $\mathbf{y}_0(k+1)$  و می‌توانیم مطمئن باشیم که اختلالات  $\delta x(k)$  و  $\delta y(k+1)$  ناچیز می‌باشند. این نشان می‌دهد که ترم‌های با توان بالای بسط سری تیلور  $\mathbf{f}(x(k))$  و  $\mathbf{h}(x(k+1))$  کوچک و قابل حذف کردن می‌باشند. در حقیقت، ما هیچ اطلاعاتی از اندازه‌گیری یا حالت نامی نداریم. اگر داشتیم نیازی به فیلتر کالمن نبود. از نوته‌های به‌عنوان ابزار ریاضیاتی برای آسان کردن ریشه‌گیری استفاده می‌کنیم. موقتاً در نظر می‌گیریم که اندازه و حالت نامی را می‌دانیم و به مقادیر واقعی خود نزدیک هستند. این کار به ما اجازه می‌دهد که اختلالات را کوچک در نظر بگیریم و بنابراین تخمین توان اول بسط تیلور معتبر خواهد بود. ما نمی‌توانیم اعتبار فرض خود و انشعابات آن را قبل از این‌ها مشخص کنیم. به خاطر همین نمی‌توانیم همیشه از کارایی فیلتر کالمن گسترش‌یافته خود



داشت. می‌دانیم که برای تکمیل فرمول‌های فیلتر کالمن نیاز به عملیات ریاضیاتی بیش‌تری خواهیم داشت.

با بررسی تابع  $f(\hat{x}(k))$  ادامه می‌دهیم. اگر می‌خواهیم مقدار  $x(k+1)$  را فقط با داشتن  $\hat{x}(k)$  پیش‌بینی کنیم، باید از معادله حالت اصلی (۳۰) استفاده کنیم. اگرچه این معادله شامل اغتشاش سیستم  $w(k)$  است که مقدار آن نامعلوم است. بهترین انتخاب برای جایگزینی آن،  $E\{w(k)\}$  است که برابر صفر است. در نتیجه:

$$\hat{x}(k+1|k) = f(\hat{x}(k)) \quad (۳۵-۴)$$

برای حالت پیش‌بینی شده در پله  $k+1$  وقتی که تخمین حالت در پله  $k$  را داشته باشیم.

خطای بین حالت پیش‌بینی و واقعی به‌صورت زیر است:

$$\Delta x(k+1|k) = x(k+1) - \hat{x}(k+1|k) = F(k)[\delta x(k) - \delta \hat{x}(k)] + G(k)w(k) \quad (۳۶-۴)$$

کوارانس  $\Delta x(k+1|k)$  به‌صورت زیر است:

$$P(k+1|k) = F(k)P(k)F^T(k) + G(k)Q(k)G^T(k) \quad (۳۷-۴)$$

حال در مورد اندازه پیش‌بینی شده،  $\hat{y}(k+1|k)$  بحث می‌کنیم. اندازه پیش‌بینی شده را می‌توان با توجه به مدل اندازه-گیری معادله (۳-۴) به حالت پیش‌بینی شده مربوط کرد. اگر چه تابع  $v(k+1)$  را نمی‌شناسیم. برای راحتی  $E\{v(k+1) | \text{state at } k\} = 0$  را فرض می‌کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{y}(k+1|k) = h(\hat{x}(k+1|k)) \quad (۳۸-۴)$$

حال به دو ماتریس  $F(k)$  و  $H(k+1)$  می‌پردازیم.

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(x(k))}{\partial x(k)} \right|_{x_0(k)} \quad (۳۹-۴)$$

$$H(k+1) = \left. \frac{\partial h(x(k+1))}{\partial x(k+1)} \right|_{x_0(k+1)} \quad (۴۰-۴)$$

برای محاسبه  $F(k)$  و  $H(k+1)$  به  $x_0(k)$  و  $x_0(k+1)$  نیاز داریم، که نامعلوم هستند. اما از  $\hat{x}(k)$  به جای  $x_0(k)$  و از  $\hat{x}(k+1|k)$  به جای  $x_0(k+1)$  استفاده می‌کنیم.

حال نتایج به‌دست‌آمده در خصوص فیلتر کالمن گسترش‌یافته را به‌صورت زیر خلاصه‌وار بیان می‌کنیم. با داشتن مدل حالت و اندازه به‌صورت معادلات (۱-۴) و (۲-۴) و با توجه به خصوصیات  $w(k+1)$  و  $v(k+1)$  فیلتر کالمن گسترش‌یافته‌ای که

باید توجه کرد که فیلتر کالمن وقتی جواب می‌دهد که در  $\delta \hat{x}(k)$  مقدار  $e_{\delta x}^2$  مینیمم گردد. وقتی  $e_{\delta x}^2 = e_x^2$  نتیجه می‌گیریم که  $e_x^2$  نیز مینیمم شده است. این نتیجه به‌طور کلی درست نیست. می‌توانیم بگوییم  $e_x^2$  را وقتی مینیمم کرده‌ایم که  $\hat{x}(k)$  و  $\delta \hat{x}(k)$  از معادلات بالا به‌دست‌آمده باشند. اگر قیود بالا را برداریم، آن وقت  $\hat{x}(k)$  ای خواهیم داشت که  $e_{x_{min}}^{2\delta x_{min}}$  به‌طور کلی ایزاری برای پیدا کردن  $\hat{x}(k)$  که  $e_x^2$  مینیمم کند، نداریم.

اگر معادله (۵۵) را با نتایج قبلی ادغام کنیم، خواهیم داشت:

$$\hat{x}(k+1) = x_0(k+1) + \delta \hat{x}(k+1) = f(x_0(k)) + F(k)\delta \hat{x}(k) + K(k+1)[\delta y(k+1) - \delta \hat{y}(k+1|k)] \quad (۲۸-۴)$$

و اگر  $f(\hat{x}(k))$  را با سری تیلور حول  $x_0(k)$  بسط دهیم:

$$f(\hat{x}(k)) = f(x_0(k)) + F(k)[\hat{x}(k) - x_0(k)] + \text{H.O.T.} \quad (۲۹-۴)$$

با حذف کردن ترم‌های با توان بالا و جایگذاری  $\delta \hat{x}(k)$  به‌جای  $\hat{x}(k) - x_0(k)$  خواهیم داشت:

$$f(\hat{x}(k)) = f(x_0(k)) + F(k)\delta \hat{x}(k). \quad (۳۰-۴)$$

با استفاده از فرمول بالا و با جایگذاری فرمول (۵۹) در (۵۷) خواهیم داشت:

$$\hat{x}(k+1) = f(\hat{x}(k)) + K(k+1)[\delta y(k+1) - \delta \hat{y}(k+1|k)]. \quad (۳۱-۴)$$

حال توجه خود را به ترم آخر فرمول بالا معطوف می‌کنیم. اگر از معادله (۳۵) استفاده کنیم و اندازه پیش‌بینی شده را به‌صورت زیر بنویسیم:

$$\hat{y}(k+1|k) = y_0(k+1) + \delta \hat{y}(k+1|k), \quad (۳۲-۴)$$

می‌توانیم ترم آخر فرمول (۶۰) را به‌صورت زیر بنویسیم:

$$\delta y(k+1) - \delta \hat{y}(k+1|k) = y(k+1) - \hat{y}(k+1|k) \quad (۳۳-۴)$$

و معادله تخمین حالت به‌صورت زیر است:

$$\hat{x}(k+1) = f(\hat{x}(k)) + K(k+1)[y(k+1) - \hat{y}(k+1|k)]. \quad (۳۴-۴)$$

باید توجه کنیم که ما معادله تخمین حالت را به فرم دلخواه خود دست‌کاری کرده‌ایم. در نتیجه معادله‌ای برای تخمین حالت در پله 2، در ترم تخمین حالت پله  $k$ ، اندازه‌گیری در پله  $k+1$  و اندازه پیش‌بینی شده در پله  $k+1$  خواهیم

برای تخمین حالت سیستم به کار می‌رود با معادلات زیر داده شده است:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)[y(k+1) - \hat{y}(k+1|k)] \quad (41-4)$$

$$\hat{x}(k+1|k) = f(\hat{x}(k)) \quad (42-4)$$

$$\hat{y}(k+1|k) = h(\hat{x}(k+1|k)) \quad (43-4)$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)H^T(k+1) + R(k+1)]^{-1} \quad (44-4)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k)F^T(k) + G(k)Q(k)G^T(k) \quad (45-4)$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k) \quad (46-4)$$

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(x(k))}{\partial x(k)} \right|_{\hat{x}(k)} \quad (47-4)$$

$$H(k+1) = \left. \frac{\partial h(x(k+1))}{\partial x(k+1)} \right|_{\hat{x}(k+1|k)} \quad (48-4)$$

معادلات (۴۱-۴) تا (۴۸-۴) فرم رهگیری فیلتر کالمن گسترش یافته می‌باشند. فرم تئوریک کنترل فیلتر کالمن گسترش یافته توسط معادلات زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{x}(k+1) = f(\hat{x}(k)) + K(k)[y(k) - h(\hat{x}(k))] \quad (49-4)$$

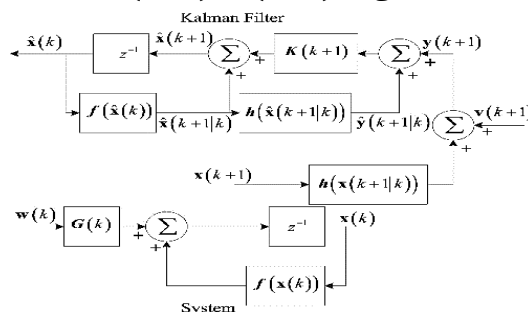
$$K(k) = F(k)P(k)H^T(k)[H(k)P(k)H^T(k) + R(k)]^{-1} \quad (50-4)$$

$$P(k+1) = [F(k) - K(k)H(k)]P(k)F^T(k) + G(k)Q(k)G^T(k) \quad (51-4)$$

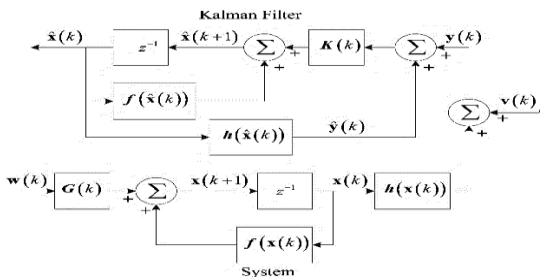
$$F(k) = \left. \frac{\partial f(x(k))}{\partial x(k)} \right|_{\hat{x}(k)} \quad (52-4)$$

$$H(k) = \left. \frac{\partial h(x(k))}{\partial x(k)} \right|_{\hat{x}(k)} \quad (53-4)$$

بلوک دیاگرام فرم رهگیری و تئوریک کنترل فیلتر کالمن گسترش یافته در شکل‌های ۱-۴ و ۲-۴ آمده است. تفاوت آن با فیلتر کالمن معمولی جایگزینی ماتریس‌های  $F(k)$  و  $H(k)$  با معادلات غیرخطی آن  $f(x(k))$  و  $h(x(k))$  است.



شکل ۱۸-Error! No text of specified style in document. شماتیک رهگیری فیلتر کالمن گسترش یافته [56].



شکل ۱۹-Error! No text of specified style in document. شماتیک تئوریک کنترل فیلتر کالمن گسترش یافته [56].

### ویژگی‌های فیلتر کالمن

حال به معرفی بعضی از ویژگی‌های فیلتر کالمن می‌پردازیم. فیلتر کالمن گسترش یافته همان ساختار اصلی فیلتر کالمن را دارد، اما همراه با توابع غیرخطی مدل‌های سیستم و اندازه‌گیری کار می‌کند. در نتیجه فیلتر کالمن گسترش یافته، یک فیلتر غیرخطی است. پس معادله پیش‌بینی حالت و معادله اندازه‌گیری پیش‌بینی شده نیز غیرخطی هستند. به همین علت معادله تخمین حالت، تابعی غیرخطی از تخمین حالت قبلی است. المان‌های  $F(k)$  و  $H(k)$  نیز توابع غیرخطی از تخمین حالت می‌باشند. این بدین معنی است که گین کالمن و ماتریس کواریانس نیز توابع غیرخطی از تخمین حالت می‌باشند.

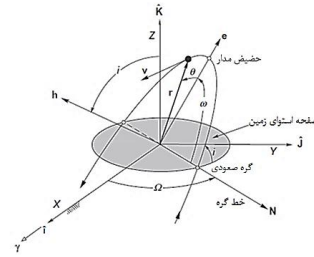
### تخمین مدار

تخمین مدار اشاره به شاخه‌ای از علم نجوم دارد که در آن سعی بر این است تا مدار و المان‌های مدار اجرام گردنده به دور زمین مشخص شود. تکنیک‌ها، روش‌ها و ابزارآلات مختلفی برای این کار به وجود آمده‌اند که در بخش‌های پیشرو به معرفی مهم‌ترین و کاربردی‌ترین آن‌ها پرداخته می‌شود.

### کلیات و مفاهیم تخمین مدار

تخمین مدار عبارت است از فعالیتی که در طی آن المان‌های کلاسیک مدار و بردارهای وضعیت و سرعت مدار محاسبه می‌شوند. با داشتن زمان و معلوم بودن بردارهای وضعیت و سرعت ماهواره، می‌توان وضعیت ماهواره را مشخص کرد. فرض بر این است که مدل گرانشی ما در این تحقیق دو جسمه است. در ابتدا به معرفی المان‌های مداری کلاسیک می‌پردازیم. هر کدام از این المان‌ها معرف خاصیتی از مدار ماهواره می‌باشند و مجموع این المان‌ها بیانگر یک مدار منحصر بفرد هستند. باید توجه داشت که شکل‌های مداری مورد بررسی در این تحقیق، بیضی و دایره می‌باشند. شکل

۱-۵ این المان‌ها را برای یک مدار نشان می‌دهد. در زیر به تعریف هر یک می‌پردازیم.



شکل ۲۰-Error! No text of specified style in document.

### المان‌های مداری و بردارهای مربوطه

۱- نیم قطر بیضی : بیانگر نصف اندازه قطر اصلی بیضی است و با حرف  $a$  نشان داده می‌شود و واحد آن بر حسب کیلومتر ( $km$ ) است. این پارامتر شکل و اندازه بیضی را مشخص می‌کند.

۲- خروج از مرکزی : مقداری بی بعد که نشانگر میزان دایروی بودن شکل مدار است. مقدار آن بین صفر (برای دایره) تا یک (برای بیضی) متغیر است. با حرف  $e$  نشان داده می‌شود. این پارامتر نیز شکل و اندازه بیضی را مشخص می‌کند.

۳- زاویه شیب مداری : با قرار دادن صفحه استوای زمین به عنوان مرجع (شیب مداری صفر)، شیب مداری سایر مدارها با این صفحه سنجیده می‌شود. شیب مدار در قطب برابر ۹۰ درجه است. این مفهوم با حرف  $i$  نشان داده می‌شود. این پارامتر جهت صفحه مداری را مشخص می‌کند.

۴- زاویه بعد : زاویه‌ی بین جهت مثبت محور  $X$  و بردار گره صعودی را به عنوان زاویه بعد شناخته و با حرف لاتین  $\Omega$  نشان می‌دهیم. این زاویه می‌تواند مقادیر بین ۰ تا ۳۶۰ درجه را اتخاذ کند. این پارامتر نیز جهت صفحه مداری را مشخص می‌کند.

۵- زاویه حضيض زمینی: برای مشخص کردن حضيض مدار از  $\omega$  یا طول حضيض استفاده می‌کنیم. که زاویه بین بردار گره صعودی و بردار خروج از مرکز است و روی صفحه مداری اندازه‌گیری می‌شود. این زاویه می‌تواند مقادیر بین ۰ تا ۳۶۰ درجه را اتخاذ کند. این پارامتر جهت بیضی را در صفحه مداری تعیین می‌کند.

۶- زاویه آنومالی : پارامتر زاویه‌ای دیگر که برای مشخص کردن مکان ماهواره در مدار مورد نیاز است و معمولاً با حرف  $\theta$  نشان داده می‌شود. مرجع محاسبه این زاویه از نقطه حضيض مدار است.

روش‌های متنوعی برای تخمین مدار وجود دارد. اما عمده این روش‌ها بر پایه دو تکنیک اندازه‌گیری می‌باشند. در زیر به معرفی هر کدام از این‌ها پرداخته می‌شود.

۱- تخمین مدار بر پایه فاصله : با مشخص بودن فاصله ماهواره از خروجی سنسور می‌توان مدار ماهواره را تخمین زد. روش‌های گیبس و لمبرت از جمله متدهای بر پایه فاصله می‌باشند.

۲- تخمین مدار بر پایه زاویه : از روش‌های تخمین مدار است که با استفاده از زاویه‌های ساخته‌شده با سنسور می‌توان بردارهای سرعت و مکان را به دست آورد. از جمله این روش‌ها گوس و لاپلاس است که در ادامه به شرح آن‌ها می‌پردازیم.

با توجه به این مطلب که بردار موقعیت ماهواره در سه زمان مختلف مشخص است، باید با استفاده از روش‌هایی بردارهای سرعت را نیز در آن سه زمان محاسبه کرد. دو روش کلاسیک بر پایه فاصله برای تخمین مدار و یا به عبارت دیگر برای محاسبه بردار سرعت وجود دارد. این دو روش به نام‌های گیبس و لمبرت می‌باشند. در ادامه به معرفی هر یک از آن‌ها می‌پردازیم [57].

### روش گیبس

در این روش با داشتن سه بردار موقعیت از زمین به جسم مورد نظر در سه زمان مختلف، می‌توان المان‌های مداری کلاسیک ماهواره مورد نظر را پیدا کرد. با مشخص شدن این المان‌ها، عملاً مدار ماهواره مشخص شده است. قدم‌های زیر برای این کار لازم است. ابتدا فرض می‌کنیم بردارهای موقعیت در ۳ زمان مختلف که در قسمت‌های قبل محاسبه شده سه بردار  $r_1$  و  $r_2$  و  $r_3$  می‌باشند. سپس بردارهای عمود بر بردارهای مکان، یعنی  $C$  از روابط زیر محاسبه می‌نماییم:

$$r_1 \times r_2 = C_{12} \quad (۱-۵)$$

$$r_2 \times r_3 = C_{23} \quad (۲-۵)$$

$$r_3 \times r_1 = C_{13} \quad (۳-۵)$$

بسیار نزدیک شود. سپس تابع کمکی  $y(z)$  را از رابطه زیر حساب می‌کنیم:

$$y(z) = r_1 + r_2 + A \frac{zS(z) - 1}{\sqrt{C(z)}} \quad (14-5)$$

عبارت  $C(z)$  و  $S(z)$  توابع استام می‌باشند. این توابع از روابط زیر قابل محاسبه‌اند:

$$S(z) = \begin{cases} \frac{\sqrt{z} - \sin \sqrt{z}}{\sqrt{z^3}} & (z > 0) \\ \frac{\sinh \sqrt{-z} - \sqrt{-z}}{\sqrt{-z^3}} & (z < 0) \\ \frac{1}{6} & (z = 0) \end{cases} \quad (15-5)$$

$$C(z) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{z}}{\sqrt{z^3}} & (z > 0) \\ \frac{\cosh \sqrt{-z} - 1}{\sqrt{-z^3}} & (z < 0) \\ \frac{1}{2} & (z = 0) \end{cases} \quad (16-5)$$

سپس توابع لاگرانژ و مشتقات آن را از روابط زیر محاسبه می‌نماییم:

$$f = 1 - \frac{y}{r_1} \quad (17-5)$$

$$g = A \sqrt{\frac{y}{\mu}} \quad (18-5)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{y}{r_2} \quad (19-5)$$

در نهایت بردار سرعت در دو زمان مذکور از روابط زیر به دست می‌آید:

$$v_1 = \frac{1}{g}(r_2 - fr_1) \quad (20-5)$$

$$v_2 = \frac{1}{g}(\dot{g}r_2 - r_1) \quad (21-5)$$

با داشتن بردارهای سرعت و موقعیت در دو زمان مختلف و دانستن فاصله زمانی بین این دو، می‌توان المان‌های مداری را محاسبه کرد. ما در این پژوهش از هر دو روش گیبس و لمبرت استفاده خواهیم کرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که پاسخ‌های گرفته شده از روش لمبرت نسبت به روش گیبس در فواصل زمانی مختلف دارای جواب‌های دقیق‌تری و نسبت خطای کمتری است. همچنین، استفاده از روش لمبرت ساده‌تر از روش گیبس است. زیرا در روش گیبس احتیاج به سه بار رصد جسم فضایی است، اما در روش لمبرت دو بار رصد جسم فضایی و دانستن فاصله زمانی بین این دو رصد کفایت می‌کند. لذا با استفاده از روش لمبرت، خیلی سریع‌تر به پاسخ‌های دقیق

برای اطمینان از هم راستا بودن بردارهای محاسبه شده در روابط (۱-۵) و (۲-۵) و (۳-۵) با بردارهای مکان ماهواره، به شرح ذیل عمل می‌کنیم:

$$\hat{u}_{r1} \times \hat{C}_{23} = 0 \quad (4-5)$$

$$\hat{u}_{r2} \times \hat{C}_{13} = 0 \quad (5-5)$$

$$\hat{u}_{r3} \times \hat{C}_{12} = 0 \quad (6-5)$$

که در آن  $\hat{u}_{r1}$  اندازه بردار یکه مکان در زمان اول می‌باشد. سپس بردارهای  $N$  و  $D$  و  $S$  را که بردارهای واسط می‌باشند، محاسبه می‌نماییم:

$$N = r_1(r_2 \times r_3) + r_2(r_3 \times r_1) + r_3(r_1 \times r_2) \quad (7-5)$$

$$D = r_1 \times r_2 + r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1 \quad (8-5)$$

$$S = r_1(r_2 - r_3) + r_2(r_3 - r_1) + r_3(r_1 - r_2) \quad (9-5)$$

سپس بردار سرعت در زمان دوم طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{ND}} \left( \frac{D \times r}{r} + S \right) \quad (10-5)$$

با داشتن بردار سرعت و موقعیت می‌توان المان‌های مداری را محاسبه کرد.

### روش لمبرت

در این روش با استفاده از دو بردار موقعیت در دو زمان مختلف و اختلاف زمانی بین این دو، المان‌های مداری محاسبه می‌شود. قدم‌های زیر برای این کار لازم است. ابتدا فرض می‌کنیم بردارهای موقعیت در ۲ زمان مختلف که در قسمت‌های قبل محاسبه شده  $r_1$  و  $r_2$  و فاصله زمانی بین این دو معلوم می‌باشند. سپس باید مشخص کرد که آیا مدار پس‌رونده یا پیش‌رونده است و بعد از آن باید زاویه بین دو بردار موقعیت  $\alpha$  را به شرح ذیل محاسبه کرد:

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 r_2} \quad (11-5)$$

در ادامه پارامتر کمکی  $A$  را از فرمول زیر محاسبه می‌نماییم:

$$A = \sin \Delta \alpha \sqrt{\frac{r_1 r_2}{1 - \cos \Delta \alpha}} \quad (12-5)$$

در ادامه مقدار پارامتر کمکی  $Z$  از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_{i+1} = Z_i - \frac{F(Z_i)}{\dot{F}(Z_i)} \quad (13-5)$$

رابطه فوق به صورت بازگشتی است و لازم است روند حدس زدن و محاسبه را تا جایی ادامه دهیم که مقدار  $z$  به مقدار قبلی آن

### شبیه‌سازی و مدل‌سازی مدار

در این بخش ابتدا به معرفی مدل جاذبه زمین ناشی از عدم کروی بودن کامل می‌پردازیم. سپس مدل دینامیکی مدار در دستگاه مختصات پریفوکال بیان می‌شود. در گام بعد نحوه اثرگذاری جاذبه زمین بر مدار ماهواره‌های در حال گردش به دور آن بررسی می‌شود.

### تأثیرات عدم کرویت زمین

زمین مانند هر سیاره در حال چرخش دیگر، به علت نیروی گریز از مرکز در قسمت استوا دچار پخ شدگی است. شعاع زمین در قسمت استوا ۲۱ کیلومتر بیشتر از شعاع قطب آن است. این تورفتگی در قطب عدم کرویت نامیده می‌شود که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\text{oblateness} = \frac{\text{Equatorial radius} - \text{Polar } r}{\text{Equatorial radius}} \quad (۳۳-۵)$$

زمین یک کره پخ شده است و فاقد یک تقارن کامل کروی است (یک توپ بسکتبال با نشستن بر روی آن تبدیل به یک کره پخ می‌شود). این عدم تقارن کروی به این معنی است که نیروی جاذبه وارد بر جسم گردنده از طرف زمین مستقیم به طرف مرکز زمین نمی‌باشد. اگر چه میدان گرانشی سیاره کاملاً کروی فقط بستگی به فاصله جسم از مرکز سیاره دارد، پخ زدگی باعث تغییر گرانش با تغییر عرض از مبدا که فاصله زاویه‌ای از استوا (یا قطب) است نیز می‌شود. به این پدیده تغییرات زونال می‌گویند. پارامتری بی بعد که نشان‌دهنده اثرات عمده ناهمگونی بر مدار است،  $J_2$  است. هارمونیک زونال دوم  $J_2$  یک ثابت جهانی نمی‌باشد و برای هر سیاره‌ای، مقدار مختص به آن را دارد. این مقدار برای سیاره زمین معادل  $1.08263 \times 10^{-3}$  است.

شتاب گرانشی (نیرو بر واحد وزن) برخاسته از یک سیاره ناهمگون مطابق رابطه زیر است:

$$\ddot{r} = -\frac{\mu}{r^2} \hat{u}_r + p \quad (۳۴-۵)$$

ترم اول یک عبارت آشنا است، ترم دوم  $p$  شتاب اغتشاشی ناشی از عدم کرویت است که بسیار کوچک‌تر از  $\frac{\mu}{r^2}$  است. این شتاب اغتشاشی به اجزا زیر تقسیم می‌شود:

$$p = p_r \hat{u}_r + p_\perp \hat{u}_\perp + p_h \hat{h} \quad (۳۵-۵)$$

و با خطای کمتر می‌رسیم. لازم به ذکر است که زمان مورد نیاز برای حل از طریق روش گسیس تقریباً ۵ برابر بیشتر از روش لمبرت برای رسیدن به پاسخ‌های مورد نظر است [58].

### محاسبه المان‌های مداری

برای محاسبه المان‌های مداری دانستن بردار موقعیت و بردار سرعت الزامی است. در شکل ۵-۱ این المان‌ها نشان داده شد. حال به محاسبه سرعت شعاعی می‌پردازیم:

$$v_r = \frac{v \cdot r}{r} \quad (۲۲-۵)$$

در ادامه بردارهای موقعیت و سرعت را برای به دست آوردن مومنوم زاویه‌ای در هم ضرب خارجی می‌کنیم:

$$h = r \times v \quad (۲۳-۵)$$

سپس زاویه شیب مداری را از فرمول زیر محاسبه می‌نماییم:

$$i = \cos^{-1} \frac{h_z}{h} \quad (۲۴-۵)$$

محاسبه بردار  $N$  واسط در ادامه می‌آید:

$$N = \hat{K} \times h \quad (۲۵-۵)$$

عبارت  $\hat{K}$ ، بردار یکه در جهت  $Z$  محورهای مختصات است. سپس زاویه بعد را از فرمول زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\Omega = \cos^{-1} \frac{N_x}{N} \quad (۲۶-۵)$$

مقدار خروج از مرکز را نیز در قدم بعدی محاسبه می‌کنیم.

خروج از مرکز صفر نشان‌دهنده دایروی بودن مدار است.

$$e = \frac{1}{\mu} \left[ \left( v^2 - \frac{\mu}{r} \right) r - r v_r v \right] \quad (۲۷-۵)$$

زاویه حضیض زمینی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$w = \cos^{-1} \frac{N \cdot e}{N e} \quad (۲۸-۵)$$

محاسبه زاویه آنومالی از رابطه زیر ممکن است:

$$\theta = \cos^{-1} \frac{r \cdot e}{r e} \quad (۲۹-۵)$$

شعاع‌های اوج و حضیض و نیم قطر بیضی نیز از روابط زیر قابل محاسبه‌اند:

$$r_p = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1+e} \quad (۳۰-۵)$$

$$r_a = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1-e} \quad (۳۱-۵)$$

$$a = \frac{1}{2} (r_p + r_a) \quad (۳۲-۵)$$

سمت غرب دارد. اگر زاویه بعد به کاهش خود ادامه دهد، سبب به وجود آمدن پدیده‌ای به نام عقب‌نشینی گره‌ها خواهد شد. اگر زاویه شیب مداری بین ۹۰ تا ۱۸۰ درجه باشد، خواهیم دید مشتق زاویه بعد بیشتر از صفر خواهد بود. در نتیجه خط گره مدارهای پس‌رونده تمایل به حرکت به سمت شرق خواهند داشت. برای مدارات قطبی که زاویه شیب مداری برابر با ۹۰ درجه دارند، خط گره ثابت خواهد ماند.

با جایگذاری روابط (۳۶-۵)، (۳۷-۵) و (۳۸-۵) در رابطه (۵-۴۰)، نرخ تغییرات زاویه حضيض زمینی نسبت به زمان طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{\omega} = -\left[\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} J_2 R^2}{(1-e^2)^2 a^2}\right] \left(\frac{5}{2} \sin^2 i - 2\right) \quad (43-5)$$

این رابطه نشان می‌دهد، که اگر  $0^\circ < i \leq 63.4^\circ$  یا  $116.6^\circ < i \leq 180^\circ$  باشد، در نتیجه  $\dot{\omega}$  مثبت خواهد بود، که به معنی پیشروی اوج در جهت حرکت ماهواره است. به این پدیده پیشروی اوج می‌گویند. اگر  $63.4^\circ < i \leq 116.6^\circ$ ، اوج در خلاف جهت حرکت عقب‌نشینی می‌کند. دو تساوی  $i = 63.4^\circ$  و  $i = 116.6^\circ$  زوایای شیب مداری بحرانی می‌باشند که در آن‌ها خط اوج پس حرکتی نمی‌کند.

توجه شود که بین نرخ تغییرات زوایای بعد و حضيض زمینی بر حسب زمان، رابطه زیر برقرار است:

$$\dot{\omega} = \frac{5}{2} \frac{\sin^2 i - 2}{\cos i} \quad (44-5)$$

تاثیر عدم کرویت بر نرخ تغییرات زوایای بعد و حضيض زمینی مدارهای با زاویه شیب مداری کمتر، بیشتر است. با فاصله گرفتن مدار از زمین، تاثیر ناهمگونی نیز کمتر خواهد شد. میانگین نرخ تغییرات خروج از مرکزی، زاویه شیب مداری و نیم قطر بیضی بر اثر عدم کرویت زمین برابر صفر است.

### روش حل و نتایج تحقیق

#### تعیین مدار با استفاده از مغناطیس‌سنج

در این قسمت هدف به دست آوردن موقعیت با استفاده از مغناطیس‌سنج است. برای حل این مسئله یک برنامه کامپیوتری در نرم‌افزار متلب نوشته شده است. ورودی این برنامه مولفه‌های میدان مغناطیسی در سه جهت و بر حسب نانو تسلا است. خروجی نیز ارتفاع از سطح زمین، عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی است که یک نقطه‌ی منحصر بفرد در فضا را مشخص

که  $\hat{u}_r$ ،  $\hat{u}_\perp$  و  $\hat{h}$  بردارهای یک شعاعی، انتقالی و عمود متصل به ماهواره می‌باشند. در جهت بردار موقعیت شعاعی  $\hat{h}$  بردار یک عمود بر صفحه مدار و  $\hat{u}_\perp$  عمود بر  $\hat{r}$  خوابیده بر صفحه مدار و در جهت حرکت می‌باشند.

اجزای اغتشاش  $p_r$ ،  $p_\perp$  و  $p_h$  همگی بستگی به  $J_2$  دارند و همچنین توابعی از پارامترهای مداری و شعاع زمین می‌باشند به شرح زیر هستند:

$$p_r = -\frac{\mu}{r^2} \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 [1 - 3\sin^2 i \sin^2(\omega + \theta)] \quad (36-5)$$

$$p_\perp = -\frac{\mu}{r^2} \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sin^2 i \sin[2(\omega + \theta)] \quad (37-5)$$

$$p_h = -\frac{\mu}{r^2} \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sin 2i \sin(\omega + \theta) \quad (38-5)$$

این روابط توسط پروسینگ و کانوی در سال ۱۹۹۳ به‌دست آمده‌اند. همچنین آن‌ها نشان داده‌اند که چگونه  $p_r$ ،  $p_\perp$  و  $p_h$  باعث تغییر پارامترهای مداری می‌شوند. مانند:

$$\dot{\Omega} = \frac{h \sin(\omega + \theta)}{\mu \sin i (1 + e \cos \theta)} p_h \quad (39-5)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{r \cos \theta}{eh} p_r + \frac{(2 + e \cos \theta) \sin \theta}{eh} p_\perp - \frac{r \sin(\omega + \theta)}{h \tan i} p_h \quad (40-5)$$

مشخصات تغییرات زاویه بعد نسبت به زمان فقط بستگی به نیروی اغتشاش عمود بر صفحه مدار دارد، درحالی‌که تغییرات زاویه حضيض زمینی تحت تاثیر تمام پارامترهای اغتشاش قرار دارد. انتگرال‌گیری از  $\dot{\Omega}$  در طی یک دور کامل مدار، نرخ میانگین تغییرات را می‌دهد:

$$\dot{\Omega}_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\Omega} dt \quad (41-5)$$

که  $T$  پریود مدار است. با جایگذاری رابطه (۳۸-۵) در رابطه (۵-۳۹) خواهیم داشت:

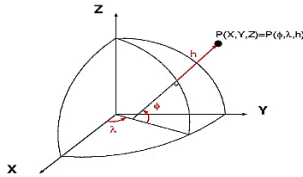
$$\dot{\Omega} = -\left[\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} J_2 R^2}{(1-e^2)^2 a^2}\right] \cos i \quad (42-5)$$

عبارات  $R$  و  $\mu$  شعاع و پارامتر گرانشی زمین می‌باشند. عبارات  $a$ ،  $e$  و  $i$  به ترتیب نیم قطر بیضی، خروج از مرکزی و زاویه شیب مداری مدار می‌باشند. توجه شود اگر زاویه شیب مداری بین صفر تا ۹۰ درجه باشد،  $\dot{\Omega}$  کوچک‌تر از صفر خواهد بود، در نتیجه برای مدارهای پیش‌رونده، خط گره گرایش به حرکت به

شکل ۲۱-*Error! No text of specified style in document.* شماتیک برنامه تعیین موقعیت با استفاده از مولفه‌های میدان به دست آمده از مغناطیس سنج

### دستگاه مختصات ژئودتیک

برای استفاده از مدل استاندارد میدان مغناطیسی زمین در نرم-افزار متلب باید موقعیت در دستگاه ژئودتیک معلوم باشد. برای تعیین پارامترهای مداری نیز باید موقعیت و سرعت را در دستگاه اینرسی داشته باشیم. در شکل ۶-۲ دستگاه مختصات ژئودتیک قابل مشاهده است.



شکل ۲۲-*Error! No text of specified style in document.* مختصات ژئودتیک

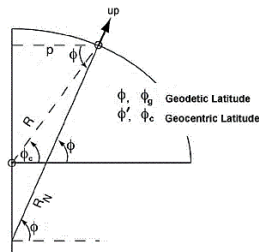
در این دستگاه موقعیت به وسیله طول و عرض جغرافیایی ژئودتیک و ارتفاع عمودی از سطح زمین مشخص می‌شود. در شکل ۶-۳ تفاوت عرض جغرافیایی ژئوسنتریک و ژئودتیک نشان داده شده است.

معادلات ۶-۱ و ۶-۲ رابطه تبدیل عرض جغرافیایی ژئوسنتریک و ژئودتیک به یکدیگر را معرفی می‌کنند:

$$\tan \phi_c = \left[ 1 - e^2 \frac{R_N}{R_N + h} \right] \tan \phi \quad (1-6)$$

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (2-6)$$

در روابط فوق  $a$  شعاع دایره استوایی زمین، و  $e$  ضریب پهن شدن در قطبین زمین است.



شکل ۲۳-*Error! No text of specified style in document.* عرض جغرافیایی ژئوسنتریک و ژئودتیک

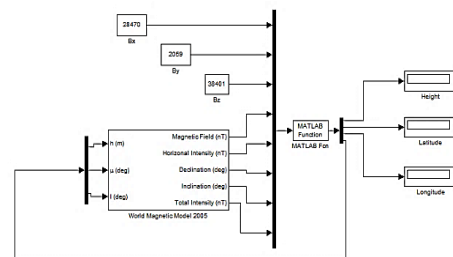
روابط ۶-۳ تا ۶-۵ تبدیل موقعیت از دستگاه ژئودتیک به دستگاه اینرسی را بیان می‌کنند.

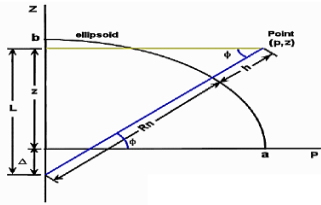
می‌کند. این برنامه ابتدا یک دیتابیس از مقادیر مولفه‌های میدان مغناطیسی در بازه‌های مشخصی از ارتفاع، عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی ساخته، سپس مقادیر مولفه‌های میدان که از مغناطیس سنج به دست آمده است را با دیتابیس مقایسه کرده و نزدیک‌ترین مقدار را انتخاب می‌کند، سپس موقعیت متناظر با آن را به‌عنوان خروجی ارائه می‌دهد. این برنامه با توجه به تغییرات ارتفاع و طول و عرض جغرافیایی در هر ثانیه، دیتابیس مورد نظر را تولید و تشخیص می‌دهد که این دیتابیس در همسایگی چه نقطه‌ای و با چه بازه‌ای ساخته شود.

دقت این برنامه را می‌توان تعیین کرد. به‌عنوان مثال، می‌توان خطای ارتفاع را کمتر از  $5.0 \text{ cm}$  و خطای طول و عرض جغرافیایی را کمتر از  $0.01$  درجه در نظر گرفت؛ این اعداد در واقع بیانگر رزولیشن مجموعه نقاطی است که مقادیر مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین در آن‌ها باید محاسبه شود.

شکل ۶-۱ قسمتی از برنامه مورد نظر را نشان می‌دهد. این برنامه مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین را از حسگر گرفته و سپس تشخیص می‌دهد که این مولفه‌ها در کدام منطقه از اطراف زمین قرار دارد. این برنامه فضای اطراف زمین را به ۸ قسمت تبدیل کرده و با بررسی مناطق، منطقه مورد نظر را پیدا می‌کند. سپس این منطقه را به مناطق کوچکتر تقسیم می‌کند و این روند ادامه پیدا می‌کند تا زمانی که نقطه مورد نظر پیدا شود. البته می‌توان با دادن نقطه اولیه به برنامه سرعت محاسبات را افزایش داد؛ در این صورت فقط یک همسایگی نزدیک هر نقطه از مسیر حرکت بررسی می‌شود.

برای استفاده از مدل میدان مغناطیسی زمین در نرم‌افزار متلب نیاز به تبدیل بردار موقعیت از مختصات اینرسی به مختصات ژئودتیک و برعکس داریم. در ادامه این تبدیل‌ها توضیح داده شده‌اند.





شکل ۲۵-Error! No text of specified style in document. نمایش پارامترهای استفاده شده در تبدیل دستگاه مختصات

### فیلتر کالمن تعمیم یافته

بدین دلیل که سیستم مورد استفاده ما در این پژوهش غیر خطی می‌باشد، می‌توان از دو فیلتر کالمن تعمیم یافته *EKF* و خنثی *UKF* استفاده نمود. ما در اینجا به علت راحتی کار از فیلتر کالمن تعمیم یافته استفاده می‌کنیم. این فیلتر، سیستم غیر خطی را تبدیل به سیستم خطی می‌کند. شایان ذکر است که این تبدیل دارای خطای جزئی نیز خواهد بود. در ادامه این فیلتر به صورت کامل توضیح داده خواهد شد. حرکت نسبی زمین و ماهواره بنا به قانون جاذبه جهانی، یک حرکت دو جسمی بدون اختلال می‌باشد. ماهواره‌های در مدار *LEO* می‌توانند به عنوان یک جزء ساده‌سازی شده در دستگاه مختصات کروی زمین در نظر گرفته شوند. بردارهای موقعیت و سرعت را می‌توان در دستگاه مختصات زمین مرکز *ECI* به صورت زیر در نظر گرفت. در واقع بردار حالت سیستم به صورت زیر است:

$$X = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \quad (۱۴-۶)$$

بنا به قانون جاذبه جهانی، معادلات حرکت در مسائل دو جسمی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\mu \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ \ddot{y} = -\mu \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ \ddot{z} = -\mu \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \end{cases} \quad (۱۵-۶)$$

که  $\mu$  همان پارامتر جاذبه‌ای زمین می‌باشد. معادله دیفرانسیلی حالت حرکت نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}(k) = (\dot{x}(k), \dot{y}(k), \dot{z}(k), \ddot{x}(k), \ddot{y}(k), \ddot{z}(k))^T = f(X(k), k) \quad (۱۶-۶)$$

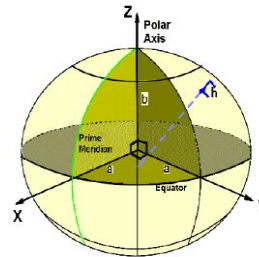
فرم گسسته مرتبه دوم رابطه (۴۹) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= X(k) + f(X(k))T \\ &+ F(X(k))f(X(k))\frac{T^2}{2} + q(k) \\ &= \phi(X(k)) + q(k) \end{aligned} \quad (۱۷-۶)$$

$$x = (R_N + h) \cos \phi \cos \lambda \quad (۳-۶)$$

$$y = (R_N + h) \cos \phi \sin \lambda \quad (۴-۶)$$

$$z = [(1 - e^2)R_N + h] \sin \phi \quad (۵-۶)$$



شکل ۲۴-Error! No text of specified style in document. مختصات اینرسی و ژئودتیک

### مختصات اینرسی و ژئودتیک

اما تبدیل بردار موقعیت از دستگاه اینرسی به دستگاه ژئودتیک کمی دشوارتر است. راه حل به فرم بسته برای این تبدیل وجود ندارد چرا که برای محاسبه‌ی ارتفاع ژئودتیک به  $R_N$  احتیاج داریم، و برای محاسبه‌ی  $R_N$  عرض جغرافیایی ژئودتیک را نیاز داریم. روند حل معمول یک روش تکرارشونده است که برای حل آن نیاز به یک حدس برای مقدار اولیه‌ی عرض جغرافیایی ژئودتیک داریم. بهترین گزینه استفاده از عرض جغرافیایی ژئوسنتریک به جای ژئودتیک است. با استفاده از معادله ۶-۶ طول جغرافیایی ژئودتیک را می‌توان محاسبه کرد.

$$\lambda = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (۶-۶)$$

فاصله نقطه مورد نظر از مرکز زمین و فاصله در صفحه  $x, y$  از روابط زیر به دست می‌آید:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (۷-۶)$$

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (۸-۶)$$

با تکرار حل معادلات زیر نیز عرض جغرافیایی به دست می‌آید:

$$\phi_1 = \phi_c = \arctan\left(\frac{p}{z}\right) \quad (۹-۶)$$

$$h = \frac{p}{\cos \phi_1} - R_N(\phi_1) \quad (۱۰-۶)$$

$$\phi_{next} = \arctan\left[\frac{z}{p} \left(1 - e^2 \frac{R_N}{R_N + h}\right)^{-1}\right] \quad (۱۱-۶)$$

و در نهایت ارتفاع نیز از معادلات زیر به دست می‌آید:

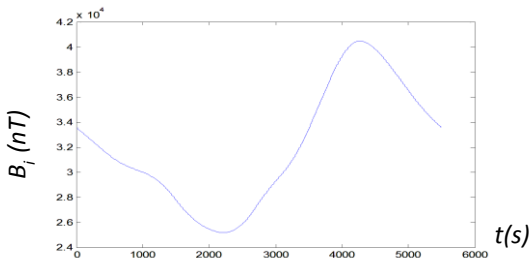
$$L = z + e^2 R_N \sin \phi \quad (۱۲-۶)$$

$$h = \sqrt{L^2 + z^2} - R_N \quad (۱۳-۶)$$

پارامترهای فوق در شکل ۵-۶ مشخص شده‌اند:

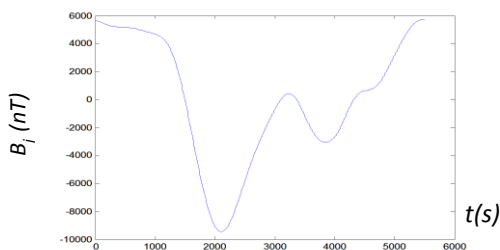


به دلیل در دسترس نبودن اطلاعات واقعی بدست آمده توسط حسگر مغناطیس سنج به وسیله مدل میدان مغناطیسی موجود در نرم‌افزار متلب، این اطلاعات تولید شده‌اند. به عبارتی در ابتدا که موقعیت اولیه مشخص است، با تبدیل موقعیت از دستگاه اینرسی به دستگاه ژئودتیک، ارتفاع و طول و عرض جغرافیایی مشخص شده و مولفه‌های میدان محاسبه می‌شود. سپس این مولفه‌ها به عنوان اطلاعات بدست آمده از حسگر استفاده می‌شود. در قسمت بعد نویز تصادفی به این اطلاعات اضافه می‌شود.



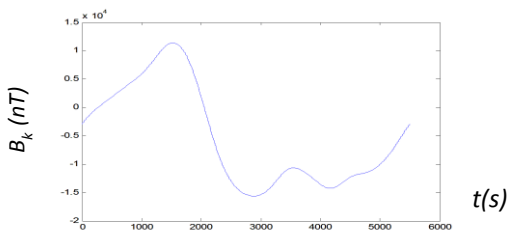
شکل ۲۶-Error! No text of specified style in document. نمودار

تغییرات میدان مغناطیسی زمین در راستای x



شکل ۲۷-Error! No text of specified style in document. نمودار

تغییرات میدان مغناطیسی زمین در راستای y



شکل ۲۸-Error! No text of specified style in document. نمودار

تغییرات میدان مغناطیسی زمین در راستای z

شکل‌های ۶-۹ تا ۶-۱۱ تغییرات مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین در مدار مورد نظر را در حضور اغتشاشات محیطی مانند طوفان‌های خورشیدی و غیره نشان می‌دهند. این اغتشاشات به صورت تصادفی و با دامنه  $30 \cdot nT$  اعمال شده‌اند.

که در معادله بالا  $F(X(k))$  به صورت زیر می‌باشد:

$$F(X(k)) = \frac{\partial f(X(k))}{\partial X(k)} \quad (18-6)$$

عبارت  $F(X(k))$  و  $q(k)$  نویزهای سفید گاوسی با میانگین صفر و واریانس  $Q(k)$  می‌باشند.

حال به بررسی فیلتر کالمن توسعه یافته می‌پردازیم. این فیلتر بدون شک پرکاربردترین فیلتر برای تخمین حالت‌ها برای سیستم‌های غیرخطی در چند دهه گذشته می‌باشد. اساس کار این روش به این گونه است که ابتدا سیستم مورد نظر با استفاده از زمان‌های نمونه برداری شده خطی می‌شود و سپس حالت‌های سیستم برای زمان‌های بعدی تخمین زده می‌شود. به طور کلی تمام پروسه این الگوریتم به دو قسمت زمان پیشگویی و زمان به روز رسانی تقسیم می‌گردد. در مرحله تخمین، ابتدا کوارینانس خطای اندازه‌گیری به شرح ذیل بررسی می‌شود:

$$p_k^- = F_{k-1} p_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (19-6)$$

اندیس + مربوط به زمان بعدی و اندیس - مربوط به زمان قبل می‌باشد. حال تخمین حالت به شرح ذیل بررسی می‌شود:

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (20-6)$$

که برای محاسبه  $\hat{x}_k^-$  از روش رانج کوتای مرتبه ۴ استفاده شده است. مرحله به روز رسانی به صورت زیر می‌باشد:

$$k_k = p_k^- H_k^T (H_k p_k^- H_k^T)^{-1} \quad (21-6)$$

عبارت  $k_k$  ماتریس گین می‌باشد. حال ماتریس‌های حالت و کوارینانس در زمان بعدی به صورت زیر می‌باشند:

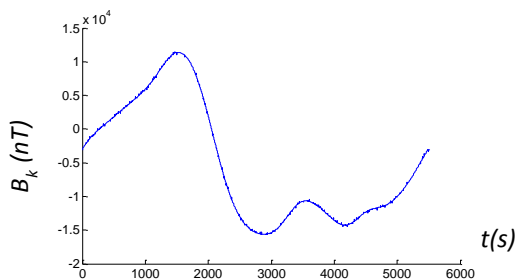
$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + k_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \quad (22-6)$$

$$p_k^+ = (I - k_k H_k^T) p_k^- \quad (23-6)$$

لازم به ذکر است فیلتر کالمن خنثی نیز مانند فیلتر کالمن گسترش یافته می‌باشد با این تفاوت که خطی سازی در آن صورت نمی‌گیرد. گفتنی است ماتریس‌های مربوط به اندازه‌گیری در فیلتر مخصوص این مسئله از نوع داده می‌باشند. بدین معنی که به جای استفاده از ماتریس‌های اندازه‌گیری و ژاکوبین آن، از خود داده‌های اندازه‌گیری مستقیماً برای پیشبرد فیلتر کالمن بهره برده‌ایم.

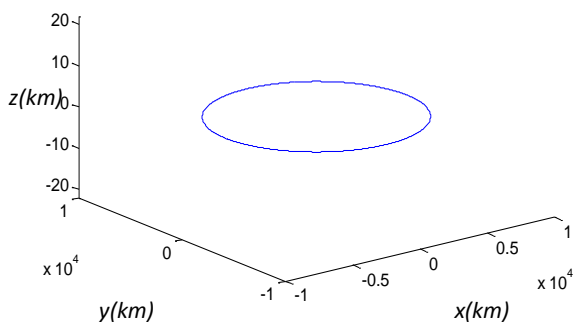
### نتایج برنامه تعیین مدار

در ادامه نمودار تغییرات مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین بررسی شده‌اند. شکل‌های ۶-۶ تا ۶-۸ تغییرات مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین را در مدار مورد نظر نشان می‌دهند. در این پروژه



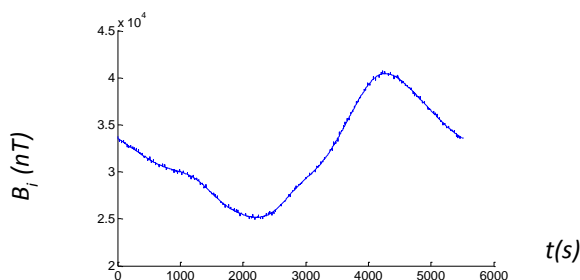
شکل ۳۱-Error! No text of specified style in document. نمودار تغییرات میدان مغناطیسی زمین اندازه‌گیری شده توسط مغناطیس‌سنج در راستای z

برای تعیین مدار ماهواره داشتن موقعیت به تنهایی کافی نیست و لازم است تا سرعت ماهواره نیز محاسبه شود. با مشخص شدن سرعت در هر لحظه، شش مشخصه از ماهواره را داریم که یک مدار منحصر بفرد را مشخص می‌کند. برای به دست آوردن سرعت و تعیین مدار از روش لمبرت استفاده می‌کنیم. بدین ترتیب که در هر لحظه بردار موقعیت فعلی و بردار موقعیت در یک ثانیه قبل به برنامه تعیین مدار لمبرت داده می‌شود و سرعت محاسبه می‌شود. شکل ۶-۱۲ مدار ماهواره را نشان می‌دهد که با استفاده از مغناطیس‌سنج بدست آمده است و با مدار مورد نظر که در نرم‌افزار کیت ابزار ماهواره شبیه‌سازی شده است، کمتر از ۰,۰۰۰۱ در صد اختلاف دارد. در این شکل مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین بدون اغتشاشات در نظر گرفته شده‌اند.

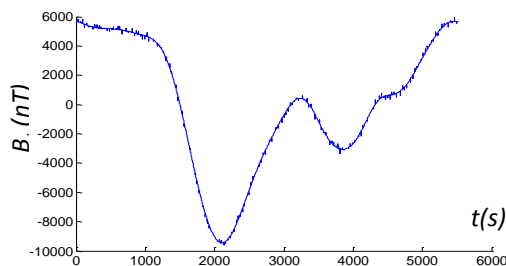


شکل ۳۲-Error! No text of specified style in document. نمودار ماهواره در مدار، تعیین شده توسط مغناطیس‌سنج بدون اغتشاشات

در شکل ۶-۱۳ نتیجه تعیین مدار در حضور اغتشاشات مغناطیسی نشان داده شده است. اغتشاشات مغناطیسی و یا خطای حسگر مغناطیس‌سنج، باعث شده که نتایج حاصل از



شکل ۳۹-Error! No text of specified style in document. نمودار تغییرات میدان مغناطیسی زمین اندازه‌گیری شده توسط مغناطیس‌سنج در راستای x



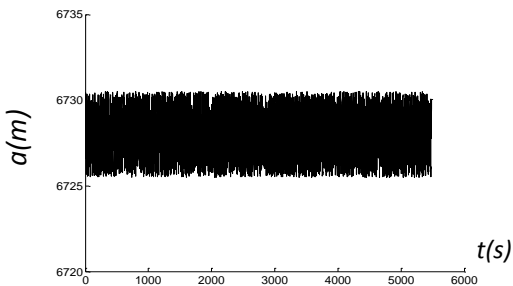
شکل ۳۰-Error! No text of specified style in document. نمودار تغییرات میدان مغناطیسی زمین اندازه‌گیری شده توسط مغناطیس‌سنج در راستای y

فرض بر این است که موقعیت ماهواره در لحظه‌ی ابتدایی مشخص است. برنامه تعیین مدار با گرفتن موقعیت اولیه هر یک ثانیه موقعیت را تخمین می‌زند. یعنی پس از یک ثانیه از لحظه-ی ابتدایی که موقعیت مشخص است، ابتدا موقعیت را به وسیله پروپگیتور  $z/2$  به دست می‌آورد و بر این اساس عرض و طول جغرافیایی و ارتفاع ماهواره را حساب می‌کند. سپس یک بازه متقارن از عرض و طول جغرافیایی و ارتفاع از همسایگی موقعیت ماهواره را مشخص و مش بندی می‌کند. سپس مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین را در این نقاط محاسبه شده و نقطه‌ای که نزدیک‌ترین مقدار به مولفه‌های اندازه‌گیری شده توسط مغناطیس‌سنج را دارد به عنوان موقعیت ماهواره انتخاب می‌شود، این موقعیت بر حسب طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع است که به مختصات اینرسی انتقال می‌یابد. طول بازه‌های مش بندی دقت تعیین موقعیت را مشخص می‌کند. در این برنامه طول و عرض جغرافیایی به بازه‌های کوچک‌تر با طول ۰,۰۱ درجه و ارتفاع به بازه‌های با طول ۰,۰۰۱ تقسیم شده‌اند.

شکل ۳۵-Error! No text of specified style in document. مقادیر

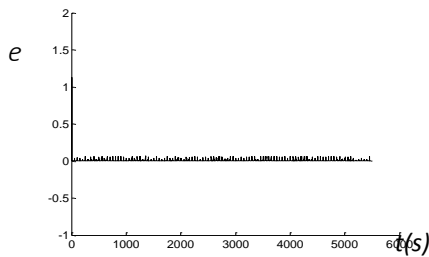
کواریانس در سه راستا نسبت به تکرار مراحل حل

شکل‌های ۶-۱۶ تا ۶-۲۱ تغییرات المان‌های مداری کلاسیک را نشان می‌دهند. این شکل‌ها به ترتیب تغییرات نیم‌قطر اصلی، خروج از مرکزی، شیب مداری، زاویه بعد، زاویه آرگومان حضیض و زاویه انومالی حقیقی را نشان می‌دهند. این المان‌ها توسط برنامه تعیین مدار بدست آمده و تاثیر اغتشاشات مغناطیسی توسط فیلتر کالمن توسعه یافته کاهش داده شده است.



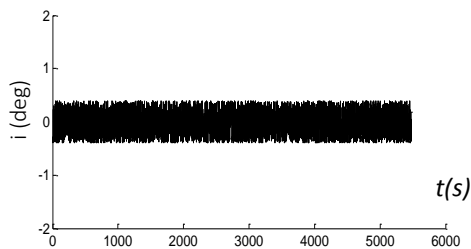
شکل ۳۶-Error! No text of specified style in document. تغییرات

نیم قطر اصلی بدست آمده توسط برنامه تعیین مدار



شکل ۳۷-Error! No text of specified style in document. تغییرات

خروج از مرکزیت بدست آمده توسط برنامه تعیین مدار



شکل ۳۸-Error! No text of specified style in document. شیب

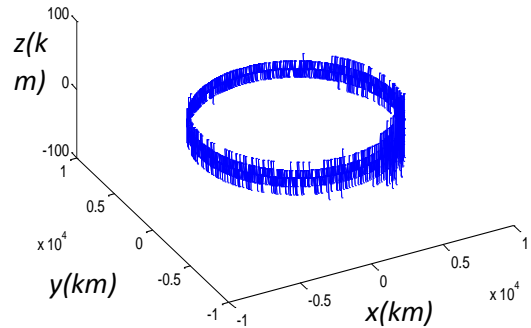
مداری بدست آمده توسط برنامه تعیین مدار

افزایش دقت در تخمین مدار ماهواره با استفاده از مدل‌های میدان مغناطیسی

و فیلتر کالمن گسترش یافته

برنامه تعیین مدار دقیق نباشد. در شکل زیر خطای تعیین

موقعیت ناشی از این اغتشاشات واضح است.



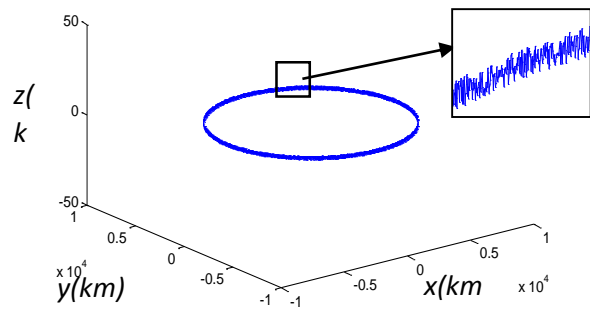
شکل ۳۳-Error! No text of specified style in document. موقعیت

ماهواره در مدار، تعیین شده توسط مغناطیس سنج در

حضور اغتشاشات مغناطیسی

در شکل ۶-۱۴ اثر اغتشاشات مغناطیسی توسط فیلتر کالمن

تعمیم یافته کاهش یافته است.



شکل ۳۴-Error! No text of specified style in document. موقعیت

ماهواره در مدار، تعیین شده توسط مغناطیس سنج و فیلترینگ

اغتشاشات

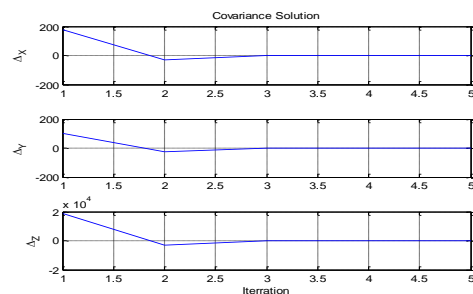
شکل ۶-۱۵ نمودار کواریانس در سه راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  را نشان

می‌دهد. این نمودار برای نقطه‌ای که بیشترین میزان خطا را

داشته رسم شده است. محور عمودی مقدار خطا را نشان می‌-

دهد و بر حسب متر می‌باشد. محور افقی نیز تعداد تکرار برنامه

فیلترینگ تا رسیدن به کمترین خطا را نشان می‌دهد.



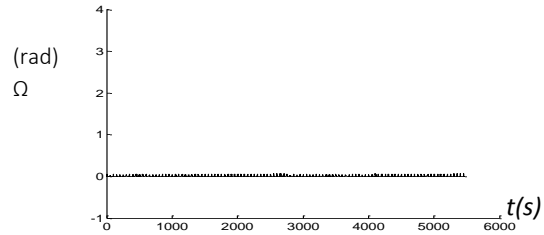
یکی از بهترین ابزارها برای اعتبارسنجی نتایج استفاده از نرم‌افزار کیت ابزار ماهواره است. نرم‌افزار فوق یکی از کامل‌ترین نرم‌افزارهای موجود در مورد مسائل مربوط به ماهواره‌ها و مدارات آن‌ها است. در این برنامه می‌توان ماهواره‌ای با ابعاد و کاربرد مورد دلخواه خود انتخاب کرد و یا طراحی نمود و آن را در مدار فرضی قرار داد و خروجی‌های مختلف آن را مشاهده نمود. از جمله خروجی‌ها می‌توان به زمان مشاهده‌پذیری ماهواره توسط ایستگاه زمینی و یا ماهواره‌های دیگر، زوایایی که این‌ها با هم می‌سازند، میزان تابش نور خورشید بر سطوح ماهواره، تأثیرات گرانشی و اختلالات بر روی مدار ماهواره و غیره اشاره نمود. همچنین می‌توان برنامه پرتاب ماهواره‌ای فرضی به مداری دلخواه را توسط پرتابگر منتخب شبیه‌سازی نمود. با استفاده از این نرم‌افزار نتایج برنامه تعیین مدار اعتبار سنجی شده است. نتایج بدست آمده توسط برنامه بدون در نظر گرفتن اغتشاشات کمتر از ۰,۰۰۰۰۱ درصد، و در حضور اغتشاشات کمتر از ۰,۰۰۱ درصد با نتایج نرم‌افزار کیت ابزار ماهواره (STK) اختلاف دارد که نشان‌دهنده دقت بالای برنامه است.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

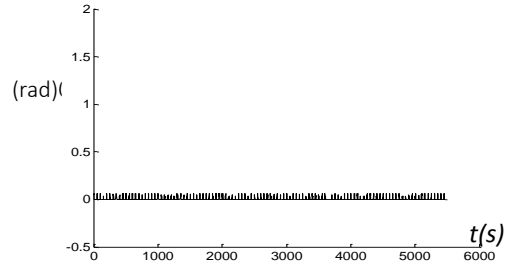
#### تحلیل نتایج حاصل از تخمین مدار

همان‌طور که قبلاً عنوان شد هدف اصلی این پژوهش یافتن مشخصات مداری ماهواره است. به همین منظور در ابتدا به محاسبه موقعیت با استفاده از مغناطیس سنج می‌پردازیم. برای حل این مسئله یک برنامه کامپیوتری در نرم‌افزار متلب نوشته شده است. ورودی این برنامه مؤلفه‌های میدان مغناطیسی در سه جهت و برحسب نانو تسلا است. خروجی نیز ارتفاع از سطح زمین، عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی است که یک نقطه‌ی منحصر بفرد در فضا را مشخص می‌کند.

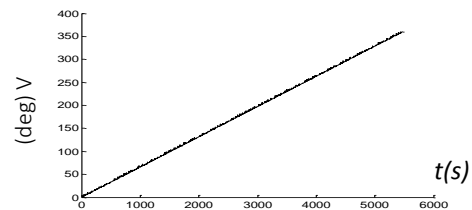
حال پس از دستیابی به بردار مکان، باید با استفاده از روش‌هایی بردارهای سرعت را نیز به دست آوریم. روش‌های مختلفی نیز برای این کار ابداع شده‌اند که از آن جمله می‌توان به روش‌های گیبس و لمبرت اشاره کرد. ما در اینجا به علت این که روش لمبرت روش دقیق‌تری بوده و همچنین در فاصله زمانی کمتری به نتیجه می‌رسیم، از روش لمبرت استفاده کرده‌ایم. در این روش با داشتن بردار مکانی در دو زمان مختلف و فاصله زمانی بین این دو، می‌توان بردارهای سرعت ماهواره فضایی را در آن دو زمان محاسبه نمود.



شکل ۳۹-Error! No text of specified style in document. تغییرات زاویه بعد بدست آمده توسط برنامه تعیین مدار

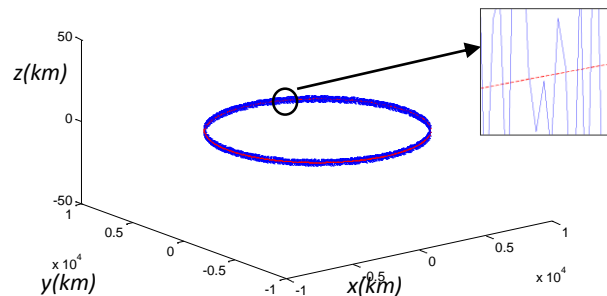


شکل ۴۰-Error! No text of specified style in document. آرگومان حضیض بدست آمده توسط برنامه تعیین مدار



شکل ۴۱-Error! No text of specified style in document. آنومالی حقیقی بدست آمده توسط برنامه تعیین مدار

در شکل ۶-۲۲ نمودار مدار بدست آمده از برنامه تعیین مدار و مدار اصلی از نرم‌افزار STK آمده است. قسمتی از شکل در نمای بزرگتر نشان داده شده است. در این شکل خط چین نشان دهنده مدار اصلی و خط نشان دهنده‌ی نتیجه برنامه تعیین مدار است.



شکل ۴۲-Error! No text of specified style in document. مقایسه نتیجه برنامه تعیین مدار و مدار اصلی

قبول الگوریتم مذکور می‌توان از آن جهت ناوبری و تعیین موقعیت وسایل پرنده در مدارات پایین‌تر زمین نیز استفاده نمود.

### پیشنهادهات

در انتها لازم است پیشنهادهاتی برای ادامه کار آورده شود.

۱. استفاده از الگوریتم مشاهده بهتر برای مغناطیس

سنج و یا بهینه سازی آن

۲. افزایش دقت ناوبری و تخمین مدار دقیق تر بوسیله

تلفیق حسگرهای مغناطیس سنج و GPS

### مراجع و منابع:

- [1] "http://www.fourwinds10.net/siterun\_data/environment/earth\_changes," [Online].
- [2] "Leviton, Ben, and Lawrence Harte. "GPS Quick Course 2nd Edition, Systems, Technology and Operation". Althos, 2009."
- [3] Worth, Helen E., and Mame Warren. Transit to Tomorrow: "Fifty Years of Space Research at the Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory". Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory, 2009..
- [4] "Jianqi, Wang, Cao Xibin, and Sun Zhaowei. "Attitude and orbit determination for small satellite using magnetometer measurement." Aircraft Engineering and Aerospace Technology 75.3 (2003): 241-246."
- [5] "http://timeandnavigation.si.edu/multimedia-asset/transit-satellite-navigation-system," [Online].
- [6] "هادی نوبهاری و علیرضا شریفی "مقدمه‌ای بر هدایت وسایل پرنده" دانشگاه صنعتی شریف."
- [7] "http://www.wikipedia.com.[online]," [Online].
- [8] "Cheon, Yee-Jin. "Unscented filtering approach to magnetometer-only orbit determination." ICCAS Paper 21 (2003)."
- [9] "http://www.SpaceNews.com."Galileo Assessment Pulls no Punches". 2011-01-20."
- [10] Lawrence, Anthony." Modern inertial technology: navigation, guidance, and control." Springer Science & Business Media, 2012.
- [11] "http://www.garmin.com/aboutGPS," [Online].
- [12] "http://www.Jason.oceanobs.com."DORIS information page". Retrieved 2011-12-30., [Online].
- [13] "http://www.cnes.fr/web/CNES-en1516-technical-characteristics.php," [Online].
- [14] U. Edited by CDR Joseph Hall, ""Terrestrial Guidance Methods", Section 16.5.3 of Fundamentals of Naval Weapons Systems".
- [15] "http://ascl.kaist.ac.kr/uav\_gnc\_08," [Online].
- [16] "http://www.technologyreview.com/view/423363/how-cruise-missiles-would-beat-gps," [Online].
- [17] "Ouellette, Robert, and Kotaro Hirasawa. "A comparison of SLAM implementations for indoor mobile robots." Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2007., [Online].

حال با داشتن بردارهای مکان و سرعت ماهواره و بعد از انجام محاسبات لازم، مشخصات مداری ماهواره استخراج می‌شوند. این مشخصات مداری شامل ۶ المان خروج از مرکز، زاویه شیب مداری، زاویه حضيض زمینی، زاویه بعد، نیم قطر بیضی و زاویه آنومالی می‌باشند. با داشتن این ۶ المان، عملاً مدار ماهواره فضایی به دست آمده است.

چون ممکن است روند ذکر شده در بالا با خطاهایی همراه باشد، لذا جهت کم کردن خطا و حداقل کردن نویزهای وارده به سیستم، از فیلتر کالمن استفاده می‌کنیم. تکنیک‌های مختلفی برای فیلتر کالمن ارائه شده‌اند، اما ما در اینجا به علت ساده‌تر شدن کار و ایجاد خطای کمتر، از فیلتر کالمن تعمیم یافته استفاده می‌کنیم.

لازم به ذکر است که سیستم تخمین مدار اشاره شده در این پژوهش که شامل تمام فرآیندهای ذکر شده در بالا می‌باشند، تنها برای مدت زمان کمتر از سه ساعت عملی می‌باشند (در حالت نویز بالا که به واقعیت نزدیک‌تر است). زیرا بعد از گذشت این زمان و به علت زیاد شدن خطاهای مختلف موجود در سیستم، عملاً مدار محاسبه شده با خطای بالایی همراه خواهد بود. لذا بعد از گذشت زمان مذکور و جهت صفر کردن خطا و شروع فرآیند جدید تخمین مدار، باید از سایر سیستم‌های کمکی مانند ایستگاه‌های زمینی و ماهواره‌های زمین همسان گرد استفاده کرد. اگر سیستم در حالت ایده آل باشد، نیاز به تجهیزات کمکی نخواهد بود.

### نوآوری

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره گردید با توجه به هزینه پایین و مقرون به صرفه بودن مغناطیس‌سنج‌ها و همچنین دقت نسبتاً خوب آن‌ها در مدارات پایین (LEO)، بسیاری از تحقیقات بر پایه استفاده از این حسگر به تنهایی جهت ناوبری فضایی می‌باشد. در این پژوهش تلاش شده است که با بهبود، ارتقاء و همچنین بروز رسانی مدل میدان مغناطیسی زمین موجبات افزایش دقت ناوبری و همچنین تخمین مداری دقیق فراهم گردد. به عبارت دیگر می‌توان گفت نتایج حاصل از شبیه‌سازی و اعتبارسنجی انجام شده حاکی از این مطلب است که مغناطیس‌سنج ابزاری نسبتاً دقیق جهت تعیین موقعیت و مدار ماهواره می‌باشد. حال با توجه به افزایش دقت این سنسور در ارتفاعات پایین‌تر و دقت قابل

- determination and sensor calibration algorithm." *Aerospace Science and Technology* 21, no. 1 (2012): 47-54."
- [35] P. Dong and J. Wu, "The Application of GIM in Precise Orbit Determination for LEO Satellites with Single-frequency GPS Measurements", Shanghai: Chinese Academy of Sciences, 2012.
- [36] "Dong-ju, Peng, and Wu Bin. "The application of GIM in precise orbit determination for LEO satellites with single-frequency GPS measurements." *Chinese Astronomy and Astrophysics* 36, no. 4 (2012): 366-381."
- [37] Rim, H. J., and B. E. Schutz. "Precision orbit determination (POD)." *Algorithm Theoretical Basis Document*, Center for Space Research, The University of Texas at Austin, Austin, Tex, USA (2002).
- [38] J. Wu, K. Liu, J. Wei, D. Han and J. Xiang, "Particle filter using a new resampling approach applied to LEO satellite autonomous orbit determination with a magnetometer", *Acta Astronautica*, 2012.
- [39] "Choi, Eun-Jung, Jae-Cheol Yoon, Byoung-Sun Lee, Sang-Young Park, and Kyu-Hong Choi. "Onboard orbit determination using GPS observations based on the unscented Kalman filter." *Advances in Space Research* 46, no. 11 (2010): 1440-1450."
- [40] "Gomes, Vivian M., Helio K. Kuga, and Ana Paula M. Chiaradia. "Real time orbit determination using GPS navigation solution." *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 29, no. 3 (2007): 274-278."
- [41] "Ke, Han, et al. "Pico-satellite autonomous navigation with magnetometer and sun sensor data." *Chinese Journal of Aeronautics* 24.1 (2011): 46-54."
- [42] <http://www.nasa.gov/topics/earth/features/2012-poleReversal.html>.
- [43] Dumey, Carl H., and Curtis C. Johnson. "Introduction to modern electromagnetics". New York: McGraw-Hill, 1969.
- [44] Rao, Nannapaneni Narayana. "Elements of engineering electromagnetics". Prentice Hall, 1977.
- [45] Griffiths, David Jeffrey, and Reed College. "Introduction to electrodynamics". Vol. 3. Upper Saddle River, NJ: prentice Hall, 1999.
- [46] دکتر امین عزیزاده و دیگران. هوا و اقلیم شناسی. انتشارات دانشگاه مشهد 1388. صفحات 33-34-35.
- [47] Diston, Dominic J. "Computational Modelling and Simulation of Aircraft and the Environment", Volume 1: Platform Kinematics and Synthetic Environment. John Wiley & Sons, 2009.
- [48] Gauss, Carl Friedrich. "The intensity of the Earth's magnetic force reduced to absolute measurement." Translated by Susan P. Johnson (1995).
- [49] "Edelstein, Alan. "Advances in magnetometry." *Journal of Physics: Condensed Matter* 19.16 (2007): 165217."
- [50] "Snare, Robert C. "A history of vector magnetometry in space." *GEOPHYSICAL MONOGRAPH-AMERICAN GEOPHYSICAL UNION* 103 (1998): 101-114."
- [51] "Siddiqi, Asif A. "Deep space chronicle: a chronology of deep space and planetary probes", 1958-2000. No. 24. National Aeronautics & Space Admin, 2002."
- [52] "[http://www.nasa.gov/mission\\_pages/themis/spacecraft/SCM.html#.U2VjU4GSzs0](http://www.nasa.gov/mission_pages/themis/spacecraft/SCM.html#.U2VjU4GSzs0)," [Online].
- [18] "[http://users.cecs.anu.edu.au/~Jonghyuk.Kim/Research\\_SLAM.htm](http://users.cecs.anu.edu.au/~Jonghyuk.Kim/Research_SLAM.htm)," [Online].
- [19] "[http://www.al-nasir.com/www/Jamie/Articles/Technology/INS\\_Inertial\\_Navigation](http://www.al-nasir.com/www/Jamie/Articles/Technology/INS_Inertial_Navigation)," [Online].
- [۲۰] "حسین بلندی، مهدی قاسم زاده بادامچی، فرهاد فانی صابری، "مقایسه انواع روشهای مدلسازی میدان مغناطیسی زمین در مدارات پایین (LEO)،" در هشتمین کنفرانس سالانه (بین المللی) انجمن هوافضای ایران LAS2009. اصفهان - شاهین شهر - دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ۲۹ بهمن - ۱ اسفند."
- [21] "Filipski, Mohammad Nizam, and Renuganth Varatharajoo. "Earth Magnetic Field Model for Satellite Navigation at Equatorial Vicinity." *Jurnal Mekanikal* 23 (2007): 31-39."
- [22] "Filipski, Mohammad Nizam, and Renuganth Varatharajoo. "Satellite orbit estimation using Earth magnetic field measurements." *International Journal of Engineering and Technology* 3.2 (2006): 263-271."
- [23] "Deuschmann, Julie, Itzhack Bar-Itzhack, and R. Harman. "A LEO satellite navigation algorithm based on GPS and magnetometer data." *Guidance and control* 2001. 2001."
- [24] "Caruso, Michael J. "Applications of magnetoresistive sensors in navigation systems." No. 970602. SAE Technical Paper, 1997."
- [25] "Jung, Hee, and Mark L. Psiaki. "Tests of magnetometer/sun-sensor orbit determination using flight data." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 25.3 (2002): 582-590."
- [26] "Liu, Li-Yeh, Shyh-Biau Jiang, Tse-Liang Yeh, Huey-Ching Yeh, Jann-Yeng Liu, Ying-Hao Hsu, and Ji-Yi Peng. "The magneto-resistive magnetometer of BCU on the Tatiana-2 satellite." *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences* 23, no. 3 (2012): 317-326."
- [27] "Lichten, S. M., and J. S. Border. "A demonstration of high precision GPS orbit determination for geodetic applications." *The Telecommunications and Data Acquisition Report*. Vol. 1. 1987."
- [28] "Wright, James. "Optimal orbit determination." (2003)."
- [29] "Gottlieb, Robert G., Steven J. Sponaugle, and David E. Gaylor. "Orbit determination accuracy requirements for collision avoidance." *Proceeding of the 11 th Annual AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Santa Barbara, CA, Feb. 11-15, 2001., Vol. 2. 2001."
- [30] Klein, Felix. *Development of Mathematics in the 19th Century: Appendices*, "Kleinian Mathematics from an Advanced Standpoint". Vol. 9. Math Science Press, 1979.
- [31] Dong-ju, P. E. N. G., and W. U. Bin. "Kinematic Precise Orbit Determination for LEO Satellites Using Spaceborne Dual-frequency GPS Measurements." *Chinese Astronomy and Astrophysics* 36.3 (2012): 291-306.
- [32] Tu, Jia, Defeng Gu, Yi Wu, Dongyun Yi, and Jiasong Wang. "Phase Error Modeling and Its Impact on Precise Orbit Determination of GRACE Satellites." *Mathematical Problems in Engineering* 2012 (2012).
- [33] Bisnath, S. B., & Langley, R. B. (2001, January). "Precise orbit determination of low Earth orbiters with GPS point positioning." In *proceedings of ION National Technical Meeting* (pp. 22-24), Canada.
- [34] "Juang, Jyh-Ching, Yung-Fu Tsai, and Chiu-Teng Tsai. "Design and verification of a magnetometer-based orbit

- [57] Curtis, Howard. "Orbital mechanics for engineering students". Butterworth-Heinemann, 2013., 2 ed.
- [58] M. R. Torkamani and M. A. Amiri, "analysis of classical orbit determinations in order to calculating the space debris orbit elements," aerospace confrence, vol. 1, no. 1, 2014.

- 
۵. *Low Earth Orbit (LEO)*  
 ۶. *Extended Kalman filter (EKF)*  
 ۷. *Unscented Kalman filter (UKF)*

- [53] "<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/experimentDisplay.do?id=1961-010A-01>," [Online].
- [54] "<http://saturn.jpl.nasa.gov/spacecraft/overview/>," [Online].
- [55] "Walter, E.; Pronzato, L. "Identification of Parametric Models from Experimental Data". London, UK: Springer-Verlag 1997."
- [56] "<http://www.uah.edu/eng/departments/ece/graduate/ece-course-material/>," [Online].

۱. *Global Positioning System (GPS)*  
 ۲. *Terrain Contour Matching (TERCOM)*  
 ۳. *Digital Scene-Mapping Area Correlator (DSMAC)*  
 ۴. *Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)*