

بهبود کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل کننده مرتبه کسری در حضور اغتشاشات محیطی

سیده الهه خاتون آبادی کلالی^۱، وحید بهلوری^۲، امیررضا کوثری^{۳*}

۱- کارشناس ارشد، دانشکده علوم و فنون نوین دانشگاه تهران، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران

۳- دانشیار، دانشکده علوم و فنون نوین دانشگاه تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۰۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۱۱)

چکیده

در این مقاله کنترل وضعیت یک ماهواره صلب در حضور اغتشاشات خارجی و با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های پارامتری با کنترل کننده مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفته است. برای کنترل وضعیت ماهواره از عملگر چرخ عکس‌العملی با مدل دینامیکی مرتبه اول استفاده شده و نامعینی در پارامترهای ممان اینرسی ماهواره، مدل عملگر و اغتشاشات خارجی لحاظ شده است. به منظور مقایسه منصفانه، علاوه بر کنترل کننده مرتبه کسری از کنترل کننده مرتبه صحیح به‌ازای شرایط یکسان استفاده شده است. حل عددی معادلات حالت با روش اویلر انجام شده و برای حل انتگرال و مشتق مرتبه کسری از تعریف گرانوالد-لتینکوف استفاده شده است. ضرایب کنترل کننده‌های مرتبه صحیح و مرتبه کسری توسط روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) با معیار عملکرد میانگین مطلق خطای نشانه‌روی مانور وضعیت بدست آمده است. معیار عملکرد بر حسب انحراف معیار عدم قطعیت‌های مذکور مطالعه شده و مقادیر فراجهدش پاسخ زمانی و زمان نشست نیز در مواجهه با اغتشاشات و عدم قطعیت بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد، کنترل کننده‌های مرتبه کسری با داشتن درجه آزادی بیشتر نسبت به کنترل کننده مرتبه صحیح، قابلیت افزایش دقت نشانه‌روی در مواجهه با نامعینی‌ها را دارند.

واژه‌های کلیدی: کنترل وضعیت ماهواره، کنترل مرتبه کسری، عدم قطعیت، اغتشاش

Improving Satellite Attitude Control Performance Using Fractional-Order Controller in the Presence of Environmental Disturbances

Elahe Khatoonabadi¹, Vahid Bohlouri², Amir Reza Kosari^{3*}

Abstract

In this paper, attitude control of a rigid satellite in the presence of external perturbations and considering the parametric uncertainties with the fractional order controller is investigated. To control the attitude of the satellite, a reaction wheel actuator with a first-order dynamic model is used and uncertainty is considered in the parameters of the satellite's moment of inertia, the actuator model and external perturbations. For comparative purposes, in addition to the fractional order controller, the integer order controller is also used. Numerical solution is performed by Euler method, and Granwald-Letinkov definition is used to solve the fractional order integral and derivative. The coefficients of the integer order and fractional order controllers were extracted by the particle swarm optimization method with the performance criterion of mean of absolute value of error. Fractional order controllers have more degree of freedom than integer order controllers due to their more design parameters. Therefore, according to the results, the appropriate performance of fractional order controllers can be seen in overshoot, settling time, and against perturbations and uncertainty in the satellite attitude control.

Key words: *Satellite Attitude Control, Fractional-order Controller, Uncertainty, Disturbance*

* نویسنده پاسخگو: امیر رضا کوثری، تلفن: ۰۲۱۸۸۴۹۷۳۲۴، پست الکترونیک: kosari_a@ut.ac.ir

مقدمه

امروزه اهمیت و کاربرد استفاده از فناوری‌های فضایی به ویژه ماهواره‌ها محرز و مشخص است. ماهواره‌ها از زیرسیستم‌های مختلفی تشکیل شده‌اند که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت^۱ است. این زیرسیستم وظیفه‌ی تعیین وضعیت، پایدارسازی وضعیت و نشانه‌روی وضعیت را در طول ماموریت با وجود اعمال نیروهای اغتشاشی داخلی و محیطی بر عهده دارد [۱]. کنترل‌کننده‌های مختلفی از جمله کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) در کنترل وضعیت ماهواره مورد استفاده قرار گرفته است. این نوع کنترل‌کننده‌ها با وجود محدودیت‌هایی که دارند، در صنعت فضایی به وفور مورد استفاده قرار گرفته و از لحاظ کاربردی، استفاده زیادی دارد [۲]. از این رو تحقیقات زیادی بر روی این کنترل‌کننده‌ها در کنترل وضعیت فضاپیما صورت گرفته است که به عنوان نمونه می‌توان به مراجع [۳-۶] اشاره نمود. این تحقیقات از جنبه‌های مختلفی از جمله وجود یا عدم وجود اغتشاش، کنترل تک‌محوره یا سه‌محوره، صلب یا الاستیک بودن مدل، لحاظ نمودن عدم قطعیت، نوع عملگر، نوع حسگر و فیدبک و نوع قانون کنترلی قابل دسته‌بندی است. از نظر مقاوم بودن کنترل در مواجهه با اغتشاشات، به عنوان نمونه می‌توان به مرجع [۷] اشاره کرد که در آن یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) به منظور پایداری و کنترل وضعیت ماهواره در مواجهه با اغتشاشات و تغییرات ممان اینرسی ارائه شده است. از جمله دیگر مطالعاتی که در زمینه‌ی کنترل وضعیت ماهواره از نظر نوع عملگر انجام شده، تحقیق مرجع [۸] است که کنترل وضعیت سه‌محوره ماهواره را با ترکیب دو عملگر تراستر و چرخ عکس‌العملی ارائه نموده است. از نظر اصلاح قانون کنترلی، در مرجع [۹] یک کنترل‌کننده PID اصلاح شده با الگوریتم مشاهده‌گر برای کنترل وضعیت تک‌محوره ماهواره استفاده شده است. در این مطالعه عملگر تراستر با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس در نظر گرفته شده و در ماهواره شرایط اغتشاش خارجی پله قرار دارد. در مرجع [۱۰] با اصلاح مدل و افزودن یک مدل مرجع، سعی شده است کنترل وضعیت یک ماهواره با کنترل‌کننده PID در مواجهه با اغتشاش بهبود یابد. رویکرد دیگر تنظیم ضرایب کنترلی با روش بهینه‌سازی مقاوم بوده است که در مرجع [۱۱، ۱۲] از این

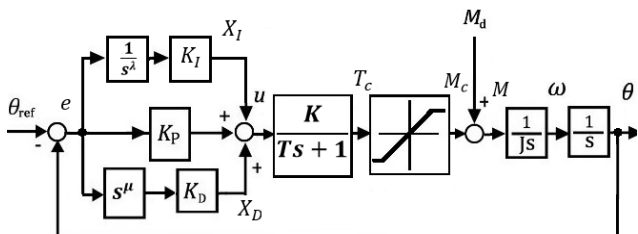
رویکرد برای کنترل وضعیت ماهواره با عملگر تراستر و تحت عدم قطعیت استفاده شده است. در این روش معیار عملکرد در مواجهه با عدم قطعیت تغییرات کمتری دارد.

تکامل حسابان کسری در سال‌های اخیر باعث بهبود کارایی حلقه‌های کنترلی از دو منظر ارتقاء کیفیت مدلسازی و افزایش کارایی کنترل‌کننده‌ها شده است. حسابان کسری با فراهم آوردن بستر وسیع‌تر برای مدل‌های دینامیکی به مدلسازی دقیق‌تر فرآیندها کمک به سزایی نموده است. با داشتن مدل دقیق‌تری از یک فرآیند، می‌توان کنترل‌کننده‌ای مناسب‌تری برای کنترل آن طراحی نمود. از آنجایی که کنترل‌کننده‌های کلاسیک حالت خاصی از کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری هستند، استفاده از کنترل مرتبه کسری می‌تواند باعث پیشرفت کارایی سیستم‌های کنترلی طراحی شده با کنترل‌کننده‌های کلاسیک شود [۱۳].

ایده طراحی اولین سیستم کنترلی مرتبه کسری بر مبنای معادلات ریاضی به بود^۲ در سال ۱۹۴۵ بر می‌گردد [۱۴]. در ادامه تحقیقات، مرجع [۱۳] به معرفی حسابان کسری و نحوه پیاده‌سازی انتگرال و مشتق مرتبه کسری پرداخته و کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری را معرفی و نحوه تنظیم آن‌ها را بیان می‌کند. مرجع [۱۵] به مطالعه کنترل‌کننده PID مرتبه کسری به روش تقریب بایکوادراتیک^۳ در طراحی اپراتور مشتقگیر پرداخته است. توسط این روش کنترل‌کننده قابلیت به دست آوردن حاشیه فاز^۴ دلخواه بدون انتقال فرکانس گذر^۵ بهره سیستم کنترل نشده را دارد. نکته مهم این است که این نتیجه با کنترل‌کننده‌های معمولی کلاسیک حاصل نمی‌شود. همچنین در مرجع [۱۶] تلاش شده است، از روشی جدید برای طراحی و آنالیز کنترل‌کننده PD مرتبه کسری استفاده شود. با استفاده از این روش فرکانس گذر بهره و حاشیه فاز داده شده، مدنظر قرار می‌گیرد. همین‌طور مشتق فاز، صفر در نظر گرفته می‌شود. دیاگرام بود در فرکانس گذر بهره مسطح است، بنابراین سیستم حلقه بسته نسبت به تغییرات بهره مقاوم‌تر است. در مرجع [۱۷] تنظیم کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری و همچنین تنظیم خودکار آن را بررسی می‌کنند. در این تحقیق بر روی کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری به روش بهینه‌سازی مقید و روش‌های تنظیم خودکار بحث شده است. در نهایت نتایج حاصل شده در مقابل تغییرات بهره و نویز مقاوم

وضعیتی روشن-خاموش بصورت گسسته و با دینامیک غیرخطی گشتاور تولید می‌کند. عملگر مغناطیسی وابستگی زیادی به میدان مغناطیسی زمین برای تولید گشتاور داشته و بیشتر در مدارهای کم ارتفاع و نزدیک به زمین استفاده می‌شود. چرخ‌های عکس‌عملی با ایجاد مومنتوم زاویه‌ای گشتاور لازم را بصورت پیوسته و مستقل از ارتفاع مدار تولید می‌کنند، البته اشکال عمده چرخ‌ها اشباع آنهاست [۱]. در این مقاله به دلیل ویژگی مناسب چرخ‌های عکس‌عملی از آنها به عنوان عملگر کنترلی استفاده شده است.

بلوک دیاگرام کنترل وضعیت تک‌محوره ماهواره صلب با کنترل کننده PID مرتبه کسری بصورت شکل ۱ است. در این شکل K_p ضریب تناسبی، K_I ضریب انتگرالگیر، K_D ضریب مشتقگیر و u سیگنال کنترلی است. گشتاور کنترلی با M_c ، گشتاور اغتشاشی با M_d ، ممان اینرسی با J ، سرعت زاویه‌ای با ω ، و زاویه با θ نشان داده می‌شود.



شکل ۱ - کنترل وضعیت ماهواره با کنترل کننده PID

با در نظر گرفتن ملاحظات عملی، مقدار حداکثر گشتاور تولیدی چرخ عکس‌عملی با تابع اشباع محدود شده است که مانع از تولید گشتاوری بیشتر از توان چرخ عکس‌عملی می‌شود. در کنترل کننده، ترم مشتقگیر از سیگنال خطا مشتق گرفته و با ضرب در ضریب مشتقگیر (K_D)، با سیگنالی که از ضرب سیگنال خطا در ضریب متناسب (K_p) حاصل می‌شود، جمع شده و سیگنال کنترلی ایجاد می‌شود. سیگنال کنترلی وارد چرخ عکس‌عملی می‌شود و گشتاور کنترلی ایجاد می‌کند. سیگنال گشتاور کنترلی به همراه گشتاور اغتشاشی وارد شده از محیط، با اعمال روی تابع تبدیل ماهواره منجر به کنترل زاویه ماهواره شده و سیگنال خروجی، زاویه‌ای است که از کنترل سیستم ماهواره حاصل شده است. سیگنال خروجی در مسیر پسخورد^{۱۰} قرار گرفته و تفاوت آن با سیگنال ورودی، به عنوان

هستند. مطالعاتی فراوانی در مورد انواع روش‌های تنظیم ضرایب کنترلی انجام شده است. در این راستا مرجع [۱۸] از قواعد زیگلر-نیکولس برای تنظیم ضرایب کنترل کننده PID مرتبه کسری استفاده کرده‌اند. در مرجع [۱۹] از روش‌های بهینه‌سازی و قواعد زیگلر-نیکولس برای تنظیم ضرایب کنترل کننده PID مرتبه کسری استفاده کرده‌اند. در مقایسه‌ی این دو روش با یکدیگر، روش بهینه‌سازی، کنترل کننده مناسب‌تری را از جهات فراجاهش، زمان نشست، حاشیه فاز و حاشیه بهره فراهم می‌آورد.

در مرجع [۲۰] کنترل کننده PID مرتبه کسری برای ماهواره کوچک بررسی شده است که در آن به بهبود عملکرد کنترل کننده مرتبه کسری نسبت به کنترل کننده مرتبه صحیح اشاره شده است. همچنین مقایسه کنترل کننده فازی^۶ با کنترل کننده مرتبه کسری و مرتبه صحیح در مرجع [۲۱] انجام شده است. در مرجع [۲۲] از کنترل کننده PDD مرتبه کسری در کنترل رندزوو^۷ فضاپیما^۸ بهره برده‌اند. در این مطالعه ماموریت رندزوو بین دو فضاپیما در نظر گرفته شده است. در مرجع [۲۳، ۲۴] از کنترل کننده مرتبه کسری در پایداری کنترل وضعیت یک ماهواره استفاده شده است. در مرجع [۲۵] طراحی کنترل کننده‌های مرتبه کسری برای پایداری سه محوره ماهواره بررسی شده و در مرجع [۲۶] برای مانور وضعیت ماهواره از یک کنترل کننده PD مرتبه صحیح و مرتبه کسری با الگوریتم کنترل مد لغزشی^۹ استفاده شده است.

تحقیقاتی در زمینه کنترل وضعیت ماهواره با کنترل کننده‌های مرتبه کسری انجام شده است. از طرفی یک ماهواره همواره در معرض اغتشاشات محیطی و عدم قطعیت‌های مختلف است. لذا برای بررسی دقیق‌تر در این مقاله عملکرد کنترل وضعیت ماهواره در مواجهه با نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی با روش‌های مبتنی بر حسابان کسری مطالعه شده است. علاوه بر این نتایج بدست آمده با نتایج کنترل کننده مبتنی بر حسابان مرتبه صحیح مقایسه می‌شود.

کنترل وضعیت ماهواره با چرخ عکس‌عملی

بخش تعیین و کنترل وضعیت یک ماهواره وظیفه نشانه‌رویی، جهت‌دهی مناسب، پایدارسازی و مانورهای حرکتی را ایفا می‌کند. معمولاً سه عملگر مغناطیسی، تراستر و چرخ عکس‌عملی در کنترل ماهواره‌ها استفاده می‌شود. تراستر دو

خطای حلقه کنترلی لحاظ می‌شود. معادلات بلوک دیاگرام کنترل وضعیت ماهواره بصورت معادلات (۱) تا (۴) است.

$$e = \theta_{ref} - \theta \quad (1)$$

$$u = X_I + X_D + K_P e \quad (2)$$

$$M = M_c + M_D \quad (3)$$

$$M_c = \text{Saturation}(T_c) \quad (4)$$

کنترل وضعیت ماهواره با کنترل کننده مرتبه کسری

حسابان کلاسیک با گذر زمان و با توجه به نیاز بشر توسعه یافته است و در پی آن حسابان کسری ایجاد شده است. مشتق و انتگرال مرتبه کسری تعمیمی از مشتق و انتگرال کلاسیک هستند. در حسابان کسری سه تابع گاما^{۱۱}، بتا^{۱۲} و میتگ-لفلر^{۱۳}، توابع اصلی و پرکاربرد هستند که در معادلات (۱۰) تا (۱۲) به ترتیب، آورده شده‌اند [۱۳].

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, z \in R^+ \cup \{0\} \quad (10)$$

$$\beta(z, \omega) = \int_0^1 \tau^{z-1} (1-\tau)^{\omega-1} d\tau, RE(z) > 0, RE(\omega) > 0 \quad (11)$$

$$E_\alpha(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}, \alpha > 0 \quad (12)$$

انتگرال مرتبه کسری تعمیمی از انتگرال مرتبه صحیح هست. انتگرال مرتبه کسری تابع $f(t)$ از مرتبه α در بازه a تا t را می‌توان از بازنویسی فرمول کوشی بر اساس تابع گاما به عنوان تعمیمی از تابع فاکتوریل به صورت رابطه (۱۳) به دست آورد.

$${}_a I_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \alpha \in R^+ \quad (13)$$

که در آن نماد ${}^{RL} I_t^\alpha f(t)$ به معنی عملگر انتگرال کسری ریمان-لیوویل^{۱۴} تابع $f(t)$ از a (نشان‌دهنده باند پایین انتگرال) تا t (نشان‌دهنده باند بالای انتگرال) که a و t مرتبه انتگرالگیری است، می‌باشد. برای تعریف مشتق مرتبه کسری از مفهوم تعمیم داده شده انتگرال مرتبه کسری استفاده می‌شود. به این ترتیب که عملگر مشتق از مرتبه کسری $0/7$ ، به صورت انتگرال با مرتبه کسری $0/3$ از تابع، به همراه مشتق مرتبه اول از آن تابع تعریف می‌شود. به این تعریف، مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوویل گفته می‌شود. بر این اساس، مشتق مرتبه α تابع $f(t)$ به صورت رابطه (۱۴) تعریف می‌شود.

$${}^R D_t^\alpha f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \{ {}_a I_t^{m-\alpha} f(t) \}, \alpha \in R^+ \quad (14)$$

علاوه بر این معادلات حالت کنترل وضعیت ماهواره صلب تک‌محوره با چرخ عکس‌العملی با فرض واحد بودن توان انتگرالی و توان مشتقگیر در جدول ۱ ارائه شده است. در این جدول معادلات حوزه لاپلاس در ستون سمت چپ مشاهده می‌شود.

جدول ۱ - معادلات حالت کنترل وضعیت ماهواره

شماره معادله	معادلات حوزه زمان	معادلات حوزه لاپلاس
(۵)	$\dot{\theta} = \omega$	$\frac{\theta}{\omega} = \frac{1}{S}$
(۶)	$\dot{\omega} = \frac{M_c + M_d}{J}$	$\frac{\omega}{M_c + M_d} = \frac{1}{JS}$
(۷)	$\dot{T}_c = \frac{Ku - T_c}{T}$	$\frac{T_c}{u} = \frac{K}{1+TS}$
(۸)	$\dot{X}_I = K_I e$	$\frac{X_I}{e} = \frac{K_I}{S}$
(۹)	$\frac{X_D}{K_D} = \dot{e}$	$\frac{X_D}{e} = K_D S$

در سیستم‌های خطی عموماً برای انتخاب نوع کنترل کننده ابتدا نیاز به تحلیل پایداری است. برای تحلیل می‌توان مکان هندسی ریشه‌ها را بررسی نمود [۲۷]. همانطور که از بلوک دیاگرام کنترل وضعیت شکل ۱ مشخص است، این سیستم علاوه بر کنترل مرتبه کسری به دلیل تابع اشباع غیرخطی است. چنانچه بدون بلوک اشباع و مرتبه صحیح فرض شود، تابع تبدیل حلقه بسته صفری در صورت نداشته و مخرج آن دو ریشه مزدوج دارد لذا مکان هندسی ریشه‌های تابع تبدیل در مرز ناپایداری قرار دارد. بنابراین برای کنترل این سیستم نیاز به جبران‌ساز پیشفاز هست تا با اضافه کردن یک صفر به سیستم، مکان هندسی ریشه‌ها به سمت ناحیه پایداری منتقل شود. بنابراین حداقل استفاده از کنترل تناسبی - مشتقی (PD) ضروری است.

تکاملی ازدحام ذرات (PSO^{۱۷}) برای کنترل کننده‌های مرتبه کسری و مرتبه صحیح استفاده شده است. الگوریتم PSO الهام گرفته از رفتار دسته جمعی پرندگان یا ماهی‌ها می‌باشد که به طور خاص به استراتژی تکاملی مرتبط است. الگوریتم ازدحام ذرات جستجو را از میان یک سری عوامل انجام می‌دهد. این عوامل که به ذرات معروفند، مسیرهایی را که به صورت آماری یا دقیق تعیین شده‌اند، طی می‌کنند. هر ذره متاثر از بهترین موقعیت خود و بهترین موقعیت کل گروه است. اما باید به صورت تصادفی حرکت کند. هر ذره i ، بوسیله ی بردار موقعیت خود (xi) و بردار سرعت خود (vi) تعریف می‌شود. در هر بار تکرار این الگوریتم، هر ذره موقعیت مکانی جدیدی را بر اساس بردار سرعت جدید خود بدست می‌آورد. در جدول ۱ پارامترهای بهینه‌سازی PSO و مقادیر عددی آن آورده شده است. برای کنترل کننده PID کلاسیک ضرایب K_p ، K_d و K_i و برای کنترل کننده PID مرتبه کسری علاوه بر سه ضریب مذکور، مرتبه λ و μ نیز به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند. مقدار مطلق خطای مانور نشانه‌روی ماهواره به عنوان تابع هدف بهینه‌سازی در نظر گرفته شده است. همچنین قید حداکثر خطای نشانه‌روی در مسئله بهینه‌سازی با روش تابع پنالتی به معیار عملکرد اضافه شده است. در صورت نقض قید، پنالتی یک عدد بزرگ می‌شود در غیر اینصورت تابع پنالتی صفر است. ممان اینرسی، اغتشاشات خارجی و مدل چرخ عکس العملی به عنوان پارامترهای بهینه‌سازی حاوی عدم قطعیت انتخاب شده‌اند. حل عددی به ازای مقادیر جدول ۲ و شرایط بهینه‌سازی به ازای مقادیر جدول ۳ انجام شده است.

$$\text{Find}(K_p, K_D, K_I, \lambda, \mu) \quad (۱۸)$$

$$\text{Minimizing: } PI = |\theta_{ref} - \theta| + \text{Penalty} \quad (۱۹)$$

$$0 \leq K_p, K_d, K_i \leq 20 \quad (۲۰)$$

$$0 \leq \lambda, \mu \leq 2$$

جدول ۲- پارامترهای بهینه‌سازی

پارامتر	مقدار عددی
θ_{ref}	۳۰ درجه
M_d	$0.01 \sin(0.1t) + 0.0001$
J_x	۷/۹ کیلوگرم بر مترمربع
K	۱

در تساوی بالا $m = \lceil \alpha \rceil$ یا به عبارتی m برابر کوچکترین عدد صحیح بزرگتر مساوی α است. نماد بکار گرفته شده برای عملگر مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوویل نماد ${}^{RL}D_t^\alpha$ است. مشتق مرتبه کسری تعاریف دیگری هم دارد که یکی دیگر از این تعاریف مشتق مرتبه کسری گرانوالد-لتینکوف^{۱۵} می‌باشد. از این تعریف بیشتر برای اهداف محاسباتی استفاده می‌شود. این تعریف به صورت رابطه (۱۵) است.

$${}^{GL}D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sum_{r=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} \left[1 - \left(\frac{\alpha}{r} \right) \right] f(t-rh)}{h^\alpha} \quad (۱۵)$$

با توجه به تعمیم مفهوم انتگرال و مشتق، می‌توان انتگرال و مشتق موجود در ساختار کنترل کننده PID را با انتگرال و مشتق مرتبه کسری جایگزین نمود و به ساختار تعمیم یافته‌ای به صورت رابطه (۱۶) دست یافت.

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad (۱۶)$$

که در ساختار فوق λ مرتبه انتگرالگیری و μ مرتبه مشتقگیری را مشخص می‌کند. کنترل کننده‌ای که با تابع بالا توصیف می‌شود را اصطلاحاً یک کنترل کننده PID مرتبه کسری، یا یک کنترل کننده FOPID^{۱۶} و یا یک کنترل کننده $PI^\lambda D^\mu$ می‌نامند. در این کنترل کننده ارتباط بین ورودی $e(t)$ و خروجی $u(t)$ به صورت رابطه (۱۷) خواهد بود [۱۳].

$$u(t) = K_p e(t) + K_i I_t^\lambda e(t) + K_d {}^C D_t^\mu e(t) \quad (۱۷)$$

این کنترل کننده پنج ضریب کنترلی قابل تنظیم یعنی K_p ، K_d ، K_i ، λ و μ دارد. بنابراین این کنترل کننده در مقایسه با کنترل کننده کلاسیک دو درجه آزادی بیشتر دارد. برای طراحی کنترل کننده PID مرتبه کسری با استفاده از تعاریف مشتق و انتگرال مرتبه کسری، همانند شکل ۱ از سیگنال خطا در قسمت انتگرالگیر، انتگرال مرتبه کسری و در قسمت مشتقگیر از مشتق مرتبه کسری با تعریف گرانوالد-لتینکوف استفاده می‌شود.

بهینه‌سازی کنترل وضعیت ماهواره با کنترل کننده‌های مرتبه کسری و مرتبه صحیح

برای انتخاب مناسب‌ترین ضرایب کنترلی برای سیستم مورد نظر، به ازای شرایط یکسان، از بهینه‌سازی به روش

بحث و نتایج

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی و حل عددی بلوک دیاگرام کنترل وضعیت ماهواره به ازای دو کنترل‌کننده مذکور بررسی می‌شود. مقادیر عددی در شبیه‌سازی مطابق جدول ۲ انتخاب شده است. در شکل‌های ۲ و ۳ پاسخ پله کنترل وضعیت برای دو نوع کنترل‌کننده PD و PID کلاسیک و مرتبه کسری و به ازای بهره کنترلی تنظیمی مطابق جدول ۴، قابل مشاهده است. علاوه بر این سرعت زاویه‌ای نیز بطور توأمان در این دو شکل ترسیم شده است. همانطور که از دو شکل مشخص است، هر دو کنترل‌کننده توانسته‌اند به خوبی کنترل وضعیت ماهواره را انجام دهند. در مقایسه دو پاسخ، کنترل‌کننده مرتبه کسری سرعت بیشتری داشته و سریعتر همگرا شده است. همچنین پاسخ زمانی در کنترل مرتبه کسری، فراجهد کمتری نسبت به کنترل‌کننده مرتبه صحیح دارد. در شکل‌های ۴ و ۵ نمودار چرخه‌ی حدی کنترل‌کننده‌های کلاسیک و مرتبه کسری با الگوریتم PD و PID ترسیم شده است. مقایسه بین دو چرخه حدی اولاً نشانگر کمتر بودن خطای نشانه‌روی وضعیت در کنترل مرتبه کسری است و ثانیاً ارجحیت الگوریتم PD در مقایسه با PID را نشان می‌دهد. با توجه به این نمودارها مقایسه‌ی بهتری بین کنترل‌کننده‌های کلاسیک و مرتبه کسری می‌تواند صورت بگیرد.

T	۰/۲ ثانیه
h	۰/۰۰۱ ثانیه
θ_0	۰
ω_0	۰

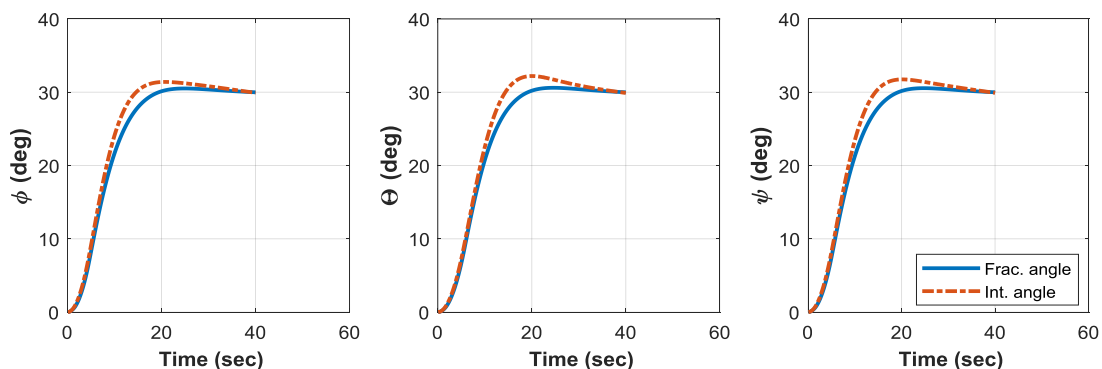
جدول ۳- شرایط بهینه‌سازی با روش PSO

پارامتر	مقدار عددی
تعداد ذرات	۵۰
تعداد تکرار	۴۰۰
Error goal	10^{-6}
شرط توقف	تعداد تکرار

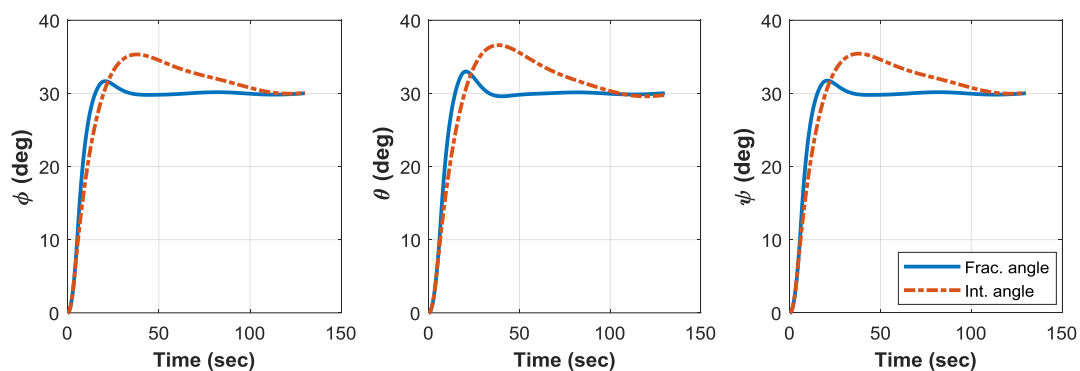
فرآیند بهینه‌سازی با استفاده از روش ازدحام ذرات (PSO) تا رسیدن به شرط توقف ادامه می‌یابد و نهایتاً ضرایب کنترلی حاصل شده از فرآیند بهینه‌سازی برای کنترل‌کننده PD و PID مرتبه صحیح و مرتبه کسری مطابق جدول ۴ بدست آمده است.

جدول ۴- ضرایب کنترلی بدست آمده از بهینه‌سازی

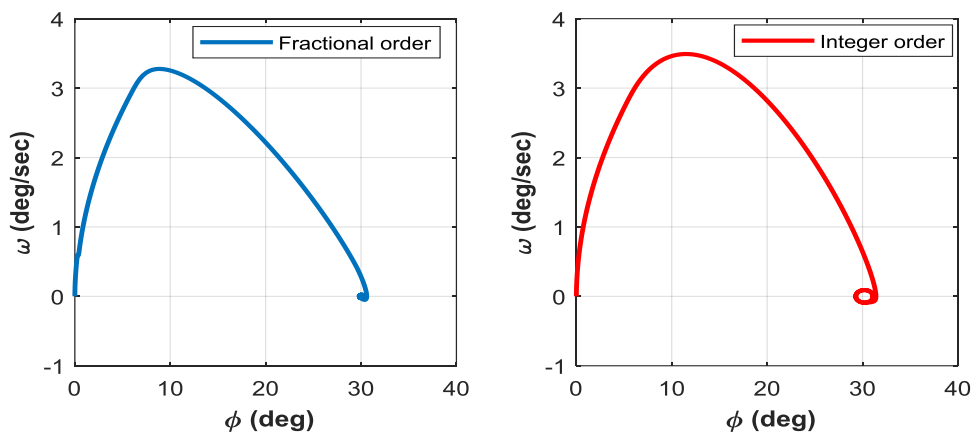
کنترلر	تناسبی	انتگرالی	مشتقی	μ	λ
PD	۰/۶۰	-	۳/۴۴	-	-
FOPD	۲/۴۲	-	۱۵/۸۳	۱/۱۲	-
PID	۱/۵۹	۰/۰۴	۱۷/۰۸	-	-
FOPID	۲	۰/۵۰	۱۶/۱۸	۰/۹۷	۰/۳۶



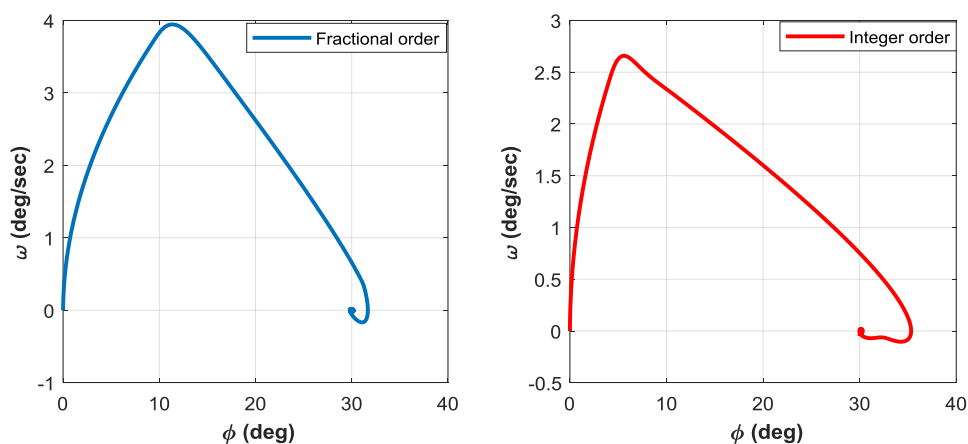
شکل ۲- پاسخ پله کنترل وضعیت ماهواره با کنترل‌کننده PD کلاسیک و مرتبه کسری



شکل ۳- پاسخ پله کنترل وضعیت ماهواره با کنترل کننده PID کلاسیک و مرتبه کسری



شکل ۴- چرخه حدی کنترل کننده PD کلاسیک و مرتبه کسری

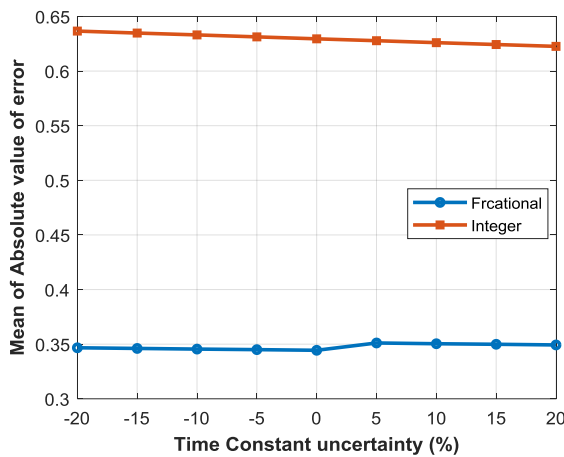


شکل ۵- چرخه حدی کنترل کننده PID کلاسیک و مرتبه کسری

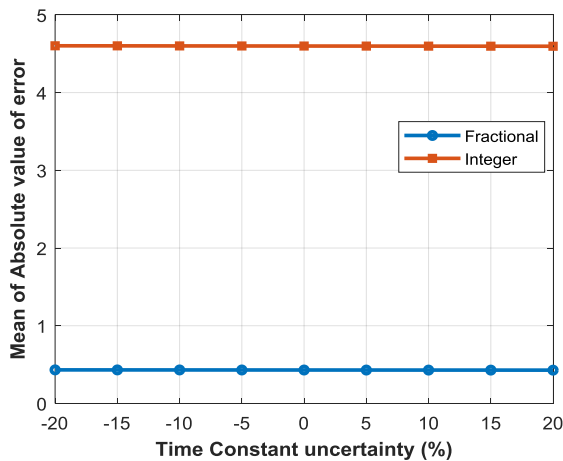
شرایط یکسان بررسی شود. بدین منظور در شکل‌های ۶ تا ۱۳ معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت و اغتشاش بررسی شده

برای مقایسه منصفانه لازم است معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت‌ها و تغییرات اغتشاشات نیز بطور دقیق و به ازای

در شکل‌های ۸ تا ۱۱ نیز معیار عملکرد در دو کنترل-کننده مرتبه صحیح و مرتبه کسری بر حسب عدم قطعیت در مدل ثابت زمانی چرخ عکس‌العملی و تغییرات اغتشاشات خارجی وارد بر کنترل وضعیت ماهواره بررسی شده‌اند. مطابق این شکل‌ها، عملکرد کنترل‌کننده مرتبه کسری از نظر تغییرات مقدار مطلق خطای نشانه‌روی ماهواره نسبت به کنترل‌کننده مرتبه صحیح مناسب‌تر بوده و تغییرات کمتری دارد. مطابق انتظار با افزایش اغتشاشات خارجی، مقدار خطا افزایش یافته است.

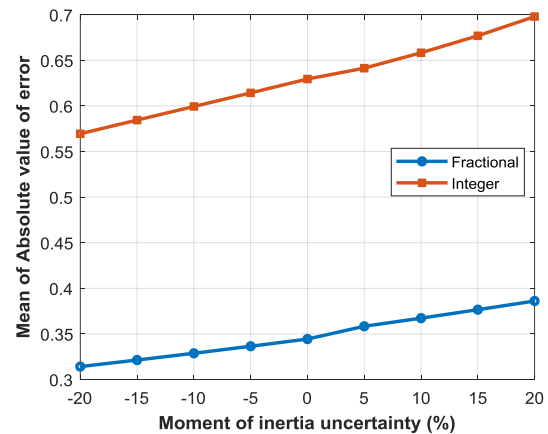


شکل ۸- معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت ثابت زمانی چرخ عکس‌العملی در کنترل‌کننده‌های PD کلاسیک و مرتبه کسری

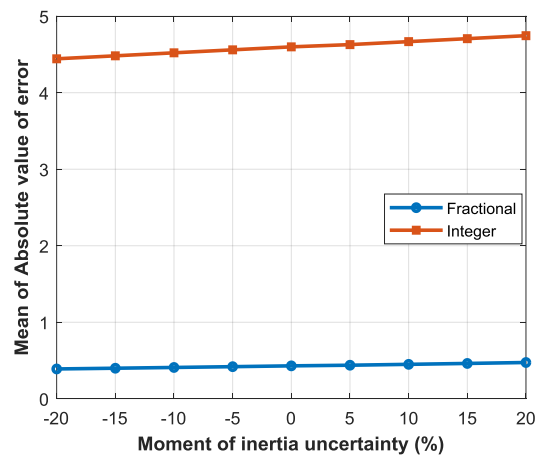


شکل ۹- معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت ثابت زمانی چرخ عکس‌العملی در کنترل‌کننده‌های PID کلاسیک و مرتبه کسری

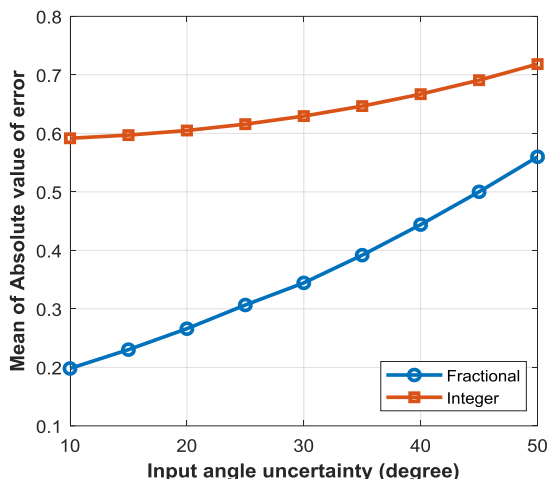
است. در این شکل‌ها محور عمودی مقدار میانگین مطلق خطای نشانه‌روی وضعیت ماهواره است که بر حسب درجه بیان شده است. محورهای افقی نیز تغییرات پارامترهای ممان اینرسی، ثابت زمانی چرخ عکس‌العملی، زاویه ورودی و اغتشاشات است. در شکل‌های ۶ و ۷ کنترل‌کننده‌های PD و PID کلاسیک و مرتبه کسری تحت تاثیر عدم قطعیت ممان اینرسی ماهواره در بازه $\pm 20\%$ مقدار نامی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. همانطور که مشاهده می‌شود، تغییرات مقدار مطلق خطای نشانه‌روی ماهواره نسبت به عدم قطعیت ممان اینرسی در کنترل‌کننده مرتبه کسری بسیار کمتر از تغییرات مقدار مطلق خطا در کنترل‌کننده کلاسیک است.



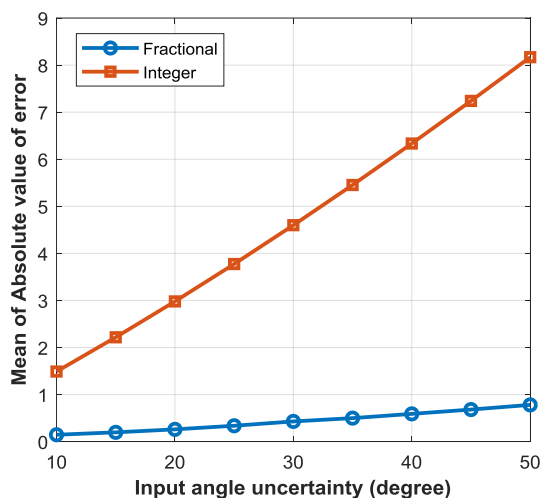
شکل ۶- معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت ممان اینرسی در کنترل‌کننده‌های PD کلاسیک و مرتبه کسری



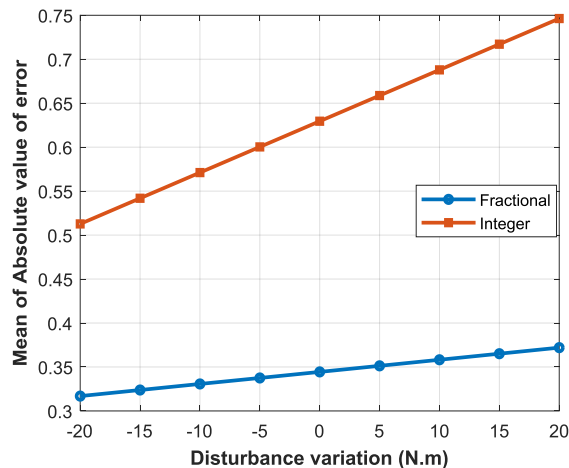
شکل ۷- معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت ممان اینرسی در کنترل‌کننده‌های PID کلاسیک و مرتبه کسری



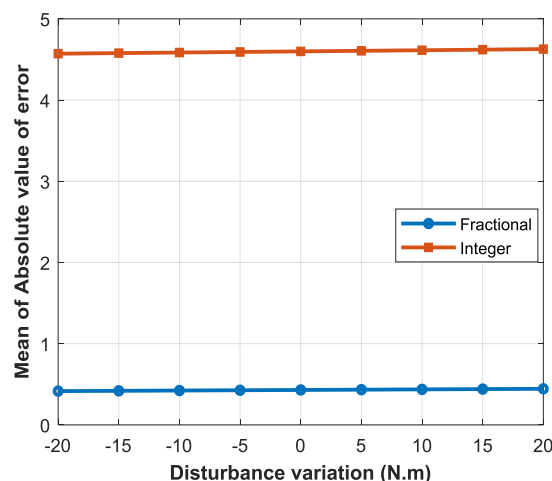
شکل ۱۲- معیار عملکرد بر حسب تغییرات ورودی مرجع در کنترل کننده PD کلاسیک و مرتبه کسری



شکل ۱۳- معیار عملکرد بر حسب تغییرات ورودی مرجع در کنترل کننده PID کلاسیک و مرتبه کسری



شکل ۱۰- معیار عملکرد بر حسب تغییرات اغتشاش در کنترل کننده PD کلاسیک و مرتبه کسری



شکل ۱۱- معیار عملکرد بر حسب تغییرات اغتشاش در کنترل کننده PID کلاسیک و مرتبه کسری

نتیجه گیری

در این مقاله عملکرد کنترل وضعیت یک ماهواره صلب با کنترل کننده تناسبی-انترگالی-مشتقی مرتبه کسری در مواجهه با عدم قطعیت و اغتشاش بهبود یافته است. از چرخ عکس‌العملی با مدل دینامیکی مرتبه اول به عنوان عملگر ماهواره به همراه تابع اشباع به منظور محدود کردن حداکثر گشتاور تولیدی استفاده شده است. ممان اینرسی ماهواره، سطح اغتشاشات، مدل چرخ عکس‌العملی و زاویه ورودی به عنوان پارامترهای حاوی عدم قطعیت لحاظ شده‌اند. ضرایب کنترل کننده با بهینه‌سازی مبتنی بر روش ازدحام ذرات (PSO) و با معیار میانگین مطلق خطای نشانه‌روی مانور وضعیت ماهواره تنظیم شده‌اند. در این مطالعه به منظور مقایسه منصفانه نتایج،

در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ امکان مقایسه‌ی عملکرد کنترل کننده‌های مرتبه صحیح و مرتبه کسری از نظر تغییرات مقدار مطلق خطای نشانه‌روی ماهواره در برابر عدم قطعیت زاویه ورودی کنترل کننده، فراهم شده است. با توجه به اینکه ضرایب کنترلی تنظیم شده فقط به ازای یک ورودی بهینه شده‌اند، لذا بررسی تغییرات خطا بر حسب تغییر زاویه ورودی اهمیت دارد. با توجه به پاسخ زمانی کنترل کننده‌های PD و PID کلاسیک و مرتبه کسری و مشاهده نحوه تاثیر عدم قطعیت پارامترهای مختلف بر معیار عملکرد میانگین مطلق خطای نشانه‌روی وضعیت ماهواره، می‌توان مزیت کنترل کننده مرتبه کسری در بهبود دقت نشانه‌روی را نتیجه گرفت.

- International Power Electronics and Motion Control Conference, EPE-PEMC 2008*, 2008, pp. 1054–1057, doi: 10.1109/EPEPEMC.2008.4635407.
- [4] P. Sharma and V. G. Nair, "Tuning of PID controller using glowworm swarm optimisation on a satellite attitude control reaction wheel," *Int. J. Recent Technol. Eng.*, vol. 8, no. 2, pp. 4205–4210, 2019, doi: 10.35940/ijrte.B3404.078219.
- [5] C. Pukdeboon, "Robust optimal pid controller design for attitude stabilization of flexible spacecraft," *Kybernetika*, vol. 54, no. 5, pp. 1049–1070, 2018, doi: 10.14736/kyb-2018-5-1049.
- [6] S. S. Kumar, C. Shreesha, and N. K. Philip, "Robust PID controller design for rigid uncertain spacecraft using Kharitonov theorem and vectored particle swarm optimization," *Int. J. Eng. Technol.*, vol. 7, no. 2, pp. 9–14, 2018, doi: 10.14419/ijet.v7i2.21.11825.
- [7] Y. Li, Z. Sun and D. Ye, "Robust linear PID controller for satellite attitude stabilisation and attitude tracking control," *Int. J. Sp. Sci. Eng.*, vol. 4, no. 1, p. 64, 2016, doi: 10.1504/ijspasese.2016.078581.
- [8] A. Kosary, A. Maani and H. Nejat Pishkonary, "Three-axis Satellite Attitude with a combination of Thruster and Reaction wheels," (in persian), vol. 11, no. 3, pp. 63–71, Dec. 2018, Accessed: Dec. 28, 2020. [Online]. Available: http://jsst.ias.ir/article_81073.html.
- [9] S. M. Bazaz, V. Bohlouri, S. Hamid and J. Naini, "Attitude Control of a Rigid Satellite with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulation Using Observer-based Modified PID Controller," *Fac. Mech. Eng. Tarbiat Modares Univ. Tehran, Iran.*, vol. 16, no. 8, pp. 139–148, 2016, Accessed: Dec. 28, 2020. [Online]. Available: <http://journals.modares.ac.ir/article-15-1094-en.html>.
- [10] V. Bohlouri, Z. Khodamoradi and S. H. Jalali-Naini, "Spacecraft attitude control using model-based disturbance feedback control strategy," *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 40, no. 12, pp. 1–18, Dec. 2018, doi: 10.1007/s40430-018-1478-9.
- [11] V. Bohlouri, M. Ebrahimi, and S. H. J. Naini, "Robust optimization of satellite attitude control system with on-off thruster under uncertainty," in *2017 International*

علاوه بر کنترل کننده مرتبه کسری از کنترل کننده مرتبه صحیح نیز به ازای شرایط یکسان استفاده شده است. همچنین به منظور بررسی دقیق تر رفتار کنترلی، دو کنترل PD و PID مرتبه صحیح و مرتبه کسری با یکدیگر مقایسه شده اند. معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت های مذکور و اغتشاش بررسی شد و نتایج نشانگر عملکرد مناسب تر کنترل کننده مرتبه کسری در مقایسه با مرتبه صحیح است. بطوری که تغییرات کمتر معیار عملکرد و کمتر بودن خطای نشانه روی در کنترل کننده مرتبه کسری نسبت به کنترل کننده مرتبه صحیح از نتایج بدست می آید. معیار عملکرد بر حسب عدم قطعیت های ممان اینرسی، دامنه اغتشاش، ورودی مرجع و مدل عملگر بطور مجزا مطالعه شده است. کنترل کننده PD مرتبه کسری با سه پارامتر تنظیمی در مقایسه با کنترل کننده مرتبه صحیح درجه آزادی بیشتری داشته و نتایج بدست آمده نشان دهنده آن است که کنترل کننده مرتبه کسری باعث انعطاف بیشتر و قوام بیشتر پاسخ کنترلی در مسئله کنترل وضعیت ماهواره شده است.

پی نوشت ها

- ۱ Attitude Determination and Control
- ۲ Bode
- ۳ Biquadratic
- ۴ Phase margins
- ۵ Gain crossover frequency
- ۶ Fuzzy
- ۷ Rendezvous
- ۸ Spacecraft
- ۹ Sliding Mode Control Algorithms
- ۱۰ Feedback
- ۱۱ Gamma function
- ۱۲ Beta function
- ۱۳ Mittag-Leffler function
- ۱۴ Riemann-Liouville
- ۱۵ Grunwald-Latinkov
- ۱۶ Fractional Order PID
- ۱۷ Particle Swarm Optimization

مراجع

- [1] M. J. Sidi, *Spacecraft dynamics and control: A practical engineering approach*. 2014.
- [2] M. Massoumnia, "Linear Controllers Design," Sharif University of Technology, 1394, (in persian), Accessed: Dec. 28, 2020. [Online]. Available: <http://ganjineh.sharif.ir/resource/425314>.
- [3] A. Ghaedi and M. A. Nekoui, "3-Axes satellite attitude control based on biased angular momentum," in *2008 13th*

- Accessed: Dec. 28, 2020. [Online]. Available: <http://www.ripublication.com>.
- [20] M. T. Nasri and W. Kinsner, "An evaluation of integer- and fractional-order controllers for small satellites," in *Proceedings of 2014 IEEE 13th International Conference on Cognitive Informatics and Cognitive Computing, ICCI*CC 2014*, 2014, pp. 30–38, doi: 10.1109/ICCI-CC.2014.6921437.
- [21] M. Nasri and W. Kinsner, "A comparison between fuzzy, fractional-, and integer-order controllers for small satellites attitude control," *ieeexplore.ieee.org*, 2014, Accessed: Dec. 28, 2020. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6901125/>.
- [22] N. Sarafnia, M. Malekzadeh, and J. Askari, "Fractional order PDD control of spacecraft rendezvous," *Adv. Sp. Res.*, vol. 62, no. 7, pp. 1813–1825, 2018, doi: 10.1016/j.asr.2018.06.040.
- [23] G. Xing-wang, L. Ai-jun, G. Yang-yang and W. Chang-qing, "Fractional order attitude stability control for sub-satellite of tethered satellite system during deployment," *Appl. Math. Model.*, vol. 62, pp. 272–286, 2018, doi: 10.1016/j.apm.2018.04.005.
- [24] G. Sun and Z. H. Zhu, "Fractional order control of tethered satellite system deployment and retrieval," 2014, doi: 10.2514/6.2014-4132.
- [25] D. Chakrabarti and N. Selvaganesan, "PD and PD β based sliding mode control algorithms with modified reaching law for satellite attitude maneuver," *Adv. Sp. Res.*, vol. 65, no. 4, pp. 1279–1295, 2020, doi: 10.1016/j.asr.2019.11.005.
- [26] D. Chakrabarti and N. Selvaganesan, "PD and PD β based sliding mode control algorithms with modified reaching law for satellite attitude maneuver," *Adv. Sp. Res.*, vol. 65, no. 4, pp. 1279–1295, 2020, doi: 10.1016/j.asr.2019.11.005.
- [27] P. N. Paraskevopoulos, *Modern control engineering*, 2017.
- Conference on Mechanical, System and Control Engineering, ICMSC 2017*, 2017, pp. 328–332, doi: 10.1109/ICMSC.2017.7959495.
- [12] V. Bohlouri and S. H. Jalali-Naini, "Application of reliability-based robust optimization in spacecraft attitude control with PWPF modulator under uncertainties," *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 41, no. 10, pp. 1–15, Oct. 2019, doi: 10.1007/s40430-019-1955-9.
- [13] M. Tavazoei and M. Tavakoli-Kakhaki, "Fractional Order Systems and Controllers." (in persian), http://press.kntu.ac.ir/book_388060.html (accessed Dec. 28, 2020).
- [14] F. Mainardi, "Short survey: An historical perspective on fractional calculus in linear viscoelasticity," *Fractional Calculus and Applied Analysis*, vol. 15, no. 4, pp. 712–717, 2012, doi: 10.2478/s13540-012-0048-6.
- [15] R. El-Khazali, "Fractional-order PI $\lambda\mu$ controller design," *Comput. Math. with Appl.*, vol. 66, no. 5, pp. 639–646, Sep. 2013, doi: 10.1016/j.camwa.2013.02.015.
- [16] H. Li, Y. Luo and Y. Chen, "A fractional order proportional and derivative (FOPD) motion controller: Tuning rule and experiments," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 18, no. 2, pp. 516–520, 2010, doi: 10.1109/TCST.2009.2019120.
- [17] C. A. Monje, B. M. Vinagre, V. Feliu and Y. Q. Chen, "Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications," *Control Eng. Pract.*, vol. 16, no. 7, pp. 798–812, 2008, doi: 10.1016/j.conengprac.2007.08.006.
- [18] D. Valério and J. S. Da Costa, "Ziegler-nichols type tuning rules for fractional pid controllers," in *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference - DETC2005*, 2005, vol. 6 B, pp. 1431–1440, doi: 10.1115/detc2005-84344.
- [19] S. M. Baviskar, P. Shah and S. D. Agashe, "Tuning of fractional PID controllers for higher order systems," *Int. J. Appl. Eng. Res.*, vol. 9, no. 11, pp. 1581–1590, 2014,