

تأثیر توزیع المان‌های زبری بهینه یابی شده بر رفتار مدارهای فاز پرتريت در رینولدز بحرانی

حسین جباری^۱، علی اسماعیلی^۲، محمدحسن جوارشکیان^{۳*}

۱- کارشناس ارشد هوافضا، آیرودینامیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

۲- استادیار هوافضا، آیرودینامیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

۳- استاد هوافضا، آیرودینامیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۱۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۰۳)

چکیده

در مطالعه پیش‌رو با بهینه یابی طول و ارتفاع توزیع المان‌های زبری که به‌عنوان ابزاری کارآمد در کنترل غیر-فعال جریان بر روی بالواره با سطح مقطع NASA-LS(۰۴۱۷)، می‌باشد، سعی در بررسی تأثیر المان‌های زبری بر مدارهای فاز پرتريت و بهبود بخشیدن به عملکرد آیرودینامیکی بالواره مذکور در دستور کار بوده است. به‌منظور دست یافتن به اهداف این تحقیق، عدد رینولدز و زاویه حمله به ترتیب در مقادیر $Re = 1/4 \times 10^5$ و زوایای پیش از واماندگی درجه تنظیم‌شده است. در این تحقیق با رویکردی عددی تأثیر توزیع المان‌های زبری بر رفتار جریان گذرنده روی بالواره مذکور، توسط مدارهای فاز پرتريت در دستور کار بوده است. شایان‌ذکر است در راستای پرواز ریزپرنده‌ها به دلیل ابعاد کوچک و سرعت حرکت پایین، ظهور پدیده شناخته‌شده حباب جداشده آرام قریب‌الوقوع است و از آنجایی که پدیده مذکور عملکرد آیرودینامیکی و الگوهای مدار فاز پرتريت را بشدت تحت تأثیر قرار می‌دهد، شناخت، بررسی و کنترل آن می‌تواند پارامتری کلیدی محسوب شود. در این بین، نتایج حاصله نشان از پدیدار شدن حلقه‌های تودرتو از مدار فاز پرتريت متأثر از تغییرات آرایش جریان دارند. همچنین توزیع زبری در ابعاد و مکان مناسب می‌تواند تا درصدهای بالایی به‌عنوان عامل کمک‌کننده به افزایش عملکرد بالواره، شناخته شود و مبنای کار طراحان ریزپرنده‌ها قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: ریز پرنده‌ها- حباب جداشده آرام- المان زبری- رینولدز بحرانی- کنترل غیر فعال- تحلیل فرکانسی- فاز پرتريت

Effect of Optimized Roughness Distribution Elements on the Behavior of Phase Portrait Circuits in Critical Reynolds

Hossein JABBARI, Ali Esmaeili and Mohammad Hasan Djavareshkian*

Abstract

Optimization of the height and length distribution of roughness elements as an effective passive flow control tool was investigated in the current study. The purpose of this paper was to investigate the roughness element's effect and its location on upstream of the laminar separation bubble from phase portrait point of view. Consequently, the effect of the roughness element features on the bubble's behavior is considered on the vortices behind the NASA-LS0417 cross-section at the pre-stall angles. The consequences express that the distribution of roughness in the appropriate dimensions and location could contribute to increasing the performance of the aerofoil and the interaction of vortices produced by roughness elements with shear layers on the suction side. It is worth noting that due to the small size and low velocity of the flight of MAVs, the formation of the well-known phenomenon of laminar separation bubble is almost imminent. Since this phenomenon greatly affects the aerodynamic performance and patterns of the Phase portrait circuit, its recognition, investigation, and control can be a key parameter. In the meantime, the results show the emergence of nested loops from the Phase portrait circuit due to flow arrangement changes. Also, the distribution of roughness in the appropriate dimensions and location can be recognized as a factor that helps to increase the performance of the aerofoil, and can be the basis of the work of MAV designers.

Key words: Micro Aerial Vehicle (MAV), Laminar Separation Bubble (LSB), Roughness element, Critical Reynolds, Passive flow control, Frequencies analysis, Phase portrait.

مقدمه

با پیشرفت روزافزون علم در زمینه‌های علوم مختلف، معایب موجود، که عملکرد مکانیسم مدنظر را هدف قرار می‌دهند، شناسایی شده و پژوهشگران قادر خواهند بود تا با تکیه بر روش‌های کنترلی، بر معایب گریزناپذیر فائق آیند، که در این میان علوم کاربردی هوافضا و مکانیک از این قاعده مستثنی نخواهند بود. در سال‌های اخیر علاقه به ساخت و استفاده از هواپیماهای بدون سرنشین به‌منظور خدمات‌رسانی در صنایع مختلف ضمن جلوگیری از تلفات انسانی، بیش‌ازپیش افزایش یافته است. این پرنده‌ها در مقایسه با دیگر هواپیماها، از نظر ابعادی کوچک بوده و با توجه به جثه کوچک و سرعت پروازی کم آن‌ها، معمولاً از نقطه‌نظر آیرودینامیکی همواره مشکلاتی را به همراه دارند که به‌منظور بهره‌مندی از حداکثر توانایی آن‌ها، لزوم بر، برطرف کردن این ایرادات و مشکلات موجود را ضروری به نظر می‌رساند [۱، ۲]. از آنجایی که این میکرو ربات‌های پرنده دارای ابعاد کوچکی هستند و همچنین از سرعت پروازی کمی برخوردارند، محدوده عملکردی آن‌ها در ناحیه جریان با رینولدز پایین $Re < 2 \times 10^5$ قرار می‌گیرد، به‌گونه‌ای که آیرودینامیک و الگوهای جریان اطراف ریزپرنده‌ها کاملاً متأثر از بازه رینولدز پروازی آن‌ها می‌باشد. به‌عبارت‌دیگر، عمده مشکل این دسته از پرنده‌ها در بازه رینولدز بحرانی، پیچیدگی در رفتار و الگوهای جریان است که از مهم‌ترین آن‌ها شکل‌گیری حباب جدا شده آرام می‌باشد، به‌نوعی که حضور این پدیده شناخته شده بر روی سطح بالواره، کاهش چشمگیر عملکرد آیرودینامیکی را به همراه دارد و این بدان معناست که پرواز میکرو پرنده‌ها در این بازه خاص از عدد رینولدز با مشکلات عدیده‌ای روبه‌رو است. در واقع آنچه در این ناحیه پروازی باعث کاهش عملکرد سطوح تولید برآ می‌شود، وجود لایه‌مرزی آرام و تمایل آن به جدا شدن از سطح، حتی در زوایای حمله پایین است [۳، ۴]. به‌عبارتی‌دیگر، با گذر جریان از روی یک بال، لایه‌مرزی آرامی که در لبه حمله جسم تشکیل شده، انرژی (جنبشی) کافی برای طی کردن مسیر روی آن سطح را ندارد و جریان ورودی نمی‌تواند ممنتم موردنیاز را به داخل لایه‌مرزی آرام انتقال دهد و به همین علت منجر به جدا شدن جریان لایه‌مرزی آرام از سطح بال می‌شود. در این حالت، ناحیه جدا شده رشد بیشتری داشته و مقداری از جریان با ممنتم بیشتر در لایه‌های بالایی جریان آزاد را به داخل

لایه‌مرزی می‌کشد و در نتیجه این افزایش ممنتم سبب می‌شود که جریان جدا شده از سطح، مجدد به سطح برگردد. به‌عبارت‌دیگر، حباب جدا شده لایه‌مرزی آرام در سطح بال تشکیل می‌شود که این حباب تأثیر بسزایی در پارامترهای عملکردی بال دارد [۲، ۵]. در دهه‌های گذشته تحقیقات زیادی به‌منظور شناخت فیزیک و رفتار این پدیده، انجام پذیرفته، به‌عنوان مثال، هنسین و همکارانش [۳] جریان با رینولدز ۱۲۰۰۰۰، همراه با حباب جدا شده در لایه‌مرزی آرام را مورد بررسی قرار دادند که حاکی از تأثیر منفی این حباب‌ها بر عملکرد بالواره‌ها می‌باشد. همچنین در ادامه مشاهده کردند که عملکرد برآ در ناحیه قبل و بعد از واماندگی، به هندسه بالواره بستگی دارد و پیدایش حباب در سطح آن، منجر به تغییر شکل مؤثر بالواره شده، به طریقی قادر به خنثی کردن اثرات روش کنترلی استفاده شده توسط آن‌ها می‌باشد. چنین نتایجی با تحقیقات جباری و همکاران [۶]، نیز تطابق دارد چراکه آنان نیز بر اثر منفی وجود حباب جدا شده حتی در شرایط نزدیک سطح تأکید داشتند. یانگ و همکاران [۷] نیز دریافتند که برای کنترل این پدیده نامطلوب، می‌بایست ویژگی‌های این پدیده اعم از طول، ضخامت و عوامل مؤثر بر آن‌ها را شناخت. آن‌ها نشان دادند که با تغییر زاویه حمله، طول حباب جدا شده بیش‌ازپیش متأثر بوده به‌گونه‌ای که با افزایش زاویه حمله، طول حباب تا حدود ۲۰ درصد کاهش می‌یابد و این در حالی است که ضخامت حباب تنها ۱ درصد تغییرات داشته است.

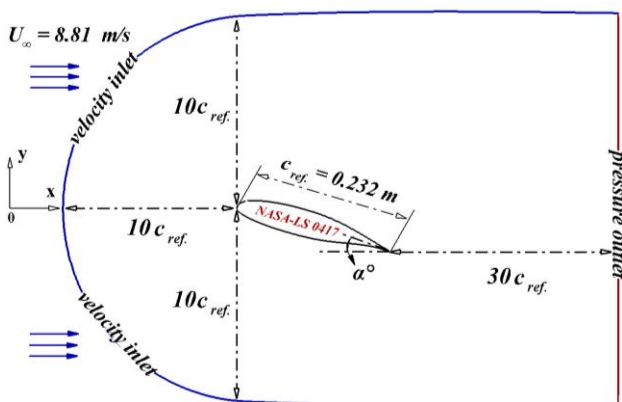
ابزاری کارآمد که با تغییر در نحوی توزیع جریان قادر به کنترل جریان در جهت بهبود عملکرد آیرودینامیکی این دسته از پرنده‌ها می‌باشد، استفاده از المان زبری تحت عنوان شیوی کنترلی غیر-فعال جریان، می‌باشد. در واقع زبری‌ها به‌طور کلی از دهه ۱۹۳۰ به‌صورت تجربی توسط نیکورادس و کل بروک [۸-۱۱] مورد بررسی قرار گرفت به‌گونه‌ای که تمامی تحقیقات انجام شده با در نظر گرفتن اثر المان زبری بر روی نمونه‌های موردنظر، اشاره بر تغییرات چشمگیر رفتار جریان دارند و این روند مورد تأیید بسیاری از مطالعات پیشین عددی [۱۲-۱۴] و تجربی [۱۵-۱۷] صورت گرفته در گذشته می‌باشد. به عبارتی آن‌ها بر این باور بودند که در لایه‌های برشی برای نمونه‌های زبر شده شاهد کاهش انرژی جنبشی آشفته^۱ بودند. همچنین بر این نکته تأکید داشته‌اند که زبری سطح

^۱ Turbulence kinetic energy

دو معادله انتقالی اضافی برای پیش‌بینی دقیق ناحیه گذار است [۲۲، ۲۳] در حقیقت، به دنبال مطرح‌شدن پیشنهاد^۴ منتر و لانگتری [۲۴]، مدل آشفتگی $k-\omega$ SST با دو معادله انتقال ترکیب شده که به ترتیب برای اینترمیتنسی (متناوب)^۶ (γ) و شروع انتقال ضخامت-ممنتم Re_{θ_t} می‌باشد، که این مدل را معمولاً به نام $transition$ SST می‌شناسند. به‌منظور انجام محاسبات موردنظر عدد رینولدز با توجه به شرایط استاندارد شبیه‌سازی اعم از فشار استاتیکی، چگالی و دما در $Re = 1.0 \times 10^6$ که معادل سرعت 8.81 m/s می‌باشد.

تعریف مسئله و اعتبارسنجی

ابعاد دامنه محاسباتی حوزه جریان و شرایط مرزی در نظر گرفته شده در تحقیق پیش‌رو مطابق شکل ۱ می‌باشد.



شکل ۱- طرح‌واره حوزه جریان، شرایط مرزی و ابعاد

بعد از تعیین میدان حل و اعمال شرایط مرزی، اثر تراکم شبکه و فاصله اولین سلول از سطح بالواره بر روی حوزه جریان در اطراف بالواره بررسی شد، همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده، به‌منظور دست یافتن به اهداف این تحقیق از شبکه محاسباتی با سازمان همراه با توپولوژی هیبریدی $C-H$ استفاده شده است که پس چندین شبیه‌سازی با تعداد سلول‌های مختلف، تعداد سلول‌ها را به‌گونه‌ای بهینه شد همچون شکل ۳، که با ریز تر شدن شبکه تغییری در نتایج ایجاد نشود و شبکه انتخابی با حدود 125000 سلول با درصد

باعث افزایش روند انتقال فرآیند آرام-به-آشفته می‌شود و این فرایند در لایه مرزی متأثر از المان زبری، منجر به شتاب در ناحیه گذار شده و به‌نوعی کوتاه‌تر شدن طول این ناحیه را به همراه دارد [۱۲، ۱۸-۲۰]. از جمله نکاتی که به‌صورت سطحی در مطالعات پیشین بیان شده است، تأثیر نحوی توزیع زبری بر عملکرد میکرو پرنده‌ها در محدوده رینولدز بحرانی است، چراکه در نتایج نشان داده شده است که افزایش بیش اندازه زبری چه از نقطه نظر ارتفاع و چه تراکم، خود عاملی برای افزایش پسای فشاری شده که می‌تواند اثر انسداد را تشدید کند.

با توجه به مطالعات پیشین که بر عدم توجه کافی در یافتن تأثیر حالتی بهینه از توزیع زبری بر رفتار مدارهای فاز پرتیت^۲ دلالت دارد، در مطالعه پیش‌رو به‌منظور استفاده از این روش کنترل غیر-فعال، سعی در یافتن حالتی بهینه از نقطه نظر طول و ارتفاع المان زبری در دستور کار بوده است که می‌تواند تأثیر شگرفی در روند بهبود عملکرد آیرودینامیکی داشته باشد و به‌علاوه با شفافیت الگوی مدارهای فاز می‌تواند فیزیک جریان را بیش‌ازپیش درک و متعاقباً تحلیل و کنترل کرد.

معادلات حاکم بر جریان و نحوه مدل‌سازی عددی

معادلات حاکم بر جریان سیال عبارتند از؛ معادله بقاء جرم، اندازه حرکت و کمیت‌های اسکالر که همگی را می‌توان از معادله عمومی انتقال به دست آورد [۲۱]. این معادلات به روش حجم محدود و به‌صورت عددی گسسته شده و سپس برای همه حجم کنترل‌ها بر اساس تئوری گوسین^۳ بکار گرفته شده است، سپس شار نفوذ با روش تفاضل مرکزی و شار جابه‌جایی با روش تفاضلی بالادست مرتبه دوم^۴ محاسبه می‌شوند. درنهایت با حل معادلات گسسته شده و ارتباط میان ترم‌های سرعت و فشار که بر پایه الگوریتم نیمه ضمنی فشار مبنای سیمپل^۵ می‌باشد، می‌توان میدان جریان حاکم را به دست آورد. به‌منظور دست‌یابی به حل درست و واقعی، یکی از المان‌های کلیدی در حل عددی جریان‌های سیال در کنار تولید شبکه و الگوریتم گسسته سازی جریان، مدل کردن جریان‌های آشفته است. بر اساس فیزیک مسئله موجود در تحقیق حاضر مناسب‌ترین مدل آشفتگی، مدل آشفتگی $k-\omega$ SST به همراه

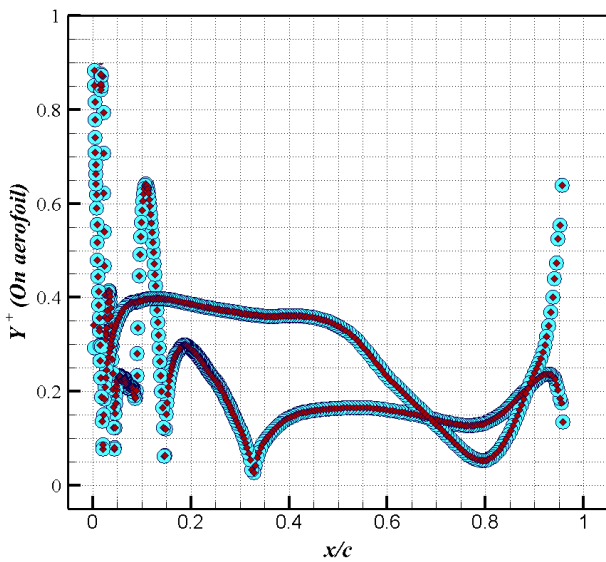
^۲ Phase portraits

^۳ Gaussian

^۴ UPWIND

^۵ SIMPLE

^۶ Intermittency



شکل ۳- منحنی میزان y^+ بر روی سطح بالواره

جدول ۱- استقلال از گام زمانی

گام زمانی	c_l/c_d	درصد خطا (%)
۰/۰۰۲۵	۹/۷۸	-
۰/۰۰۱۵	۹/۸۵	۰/۶۱
۰/۰۰۱۲۵	۹/۸۸	۱/۱

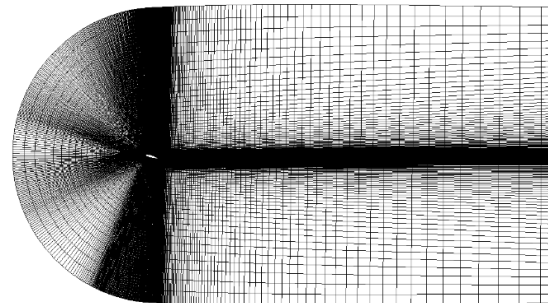
شایان ذکر است که المان‌های استاتیک زبری توسط امکانات موجود در نرم‌افزار انسیس مدل‌سازی شده است. اصلاحات صورت گرفته برای مدل‌سازی زبری در ابتدا توسط استریف و همکاران [۲۷]، انجام شد. فرم اصلاح‌شده آن همچون معادله‌ی زیر در مرجع [۱۶] برای پره‌های توربین ارائه شده است؛

$$Re_{\theta tr} = \left[\frac{1}{Re_{\theta t}} + 0.0061 f_{\Lambda} \left(\frac{k}{\delta_t^*} - 0.01 \right) f_{Tu} \right]^{-1} \quad ۱$$

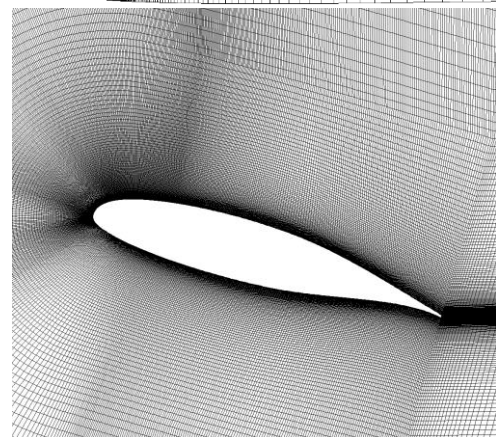
در این معادله Λ و f_{Tu} به ترتیب بیان‌کننده چگالی زبری و تأثیر آشفتگی جریان آزاد می‌باشند. همچنین استریف، مقدار k/δ_t^* را در بازه ۰/۰۱ و ۳ در نظر گرفت.

جزئیات بیشتر از معادلات حاکم بر مدل‌سازی این دست از المان‌های زبری در مراجع [۱۶، ۲۷، ۲۸] به تفصیل آورده شده است.

عمود بودن بالا و اسکینوس^۷ (کجی) پایین بوده تا بتوان حل را با درصد خطایی پایین و جواب‌های منطقی محاسبه کرد. به‌علاوه، انتگرال‌گیری زمانی به روش ضمنی با دقت مرتبه دوم، به‌منظور کاهش محدودیت‌های پایداری عددی تعبیه‌شده و تغییرات زمانی در هر مرحله از شبیه‌سازی نیز برابر با ۰/۰۰۲۵ ثانیه در نظر گرفته‌شده است. مطابق جدول ۱ به‌منظور تأیید استقلال گام زمانی، این مقدار زمانی در مرحله مقدماتی به نصف کاهش‌یافته و نتایج حاصله نشان دادند که مقدار زمانی در نظر گرفته‌شده از دقت مطلوبی برخوردار است و نتایج حاصله را می‌توان مستقل از زمان در نظر گرفت. همچنین لازم به ذکر است که مطابق با پیشنهاد^۷ منتر [۲۵، ۲۶]، به‌منظور تسخیر صحیح لایه مرزی آرام و گذار می‌بایست از تنظیم شدن مقدار y^+ تقریباً حدود یک اطمینان داشت. در همین راستا در کار حاضر، مقدار y^+ در بازه (۱/۰۲-۰/۰۴) متغیر است که با الزامات مدل آشفتگی جریان مطابقت دارد (شکل ۳).



الف



ب

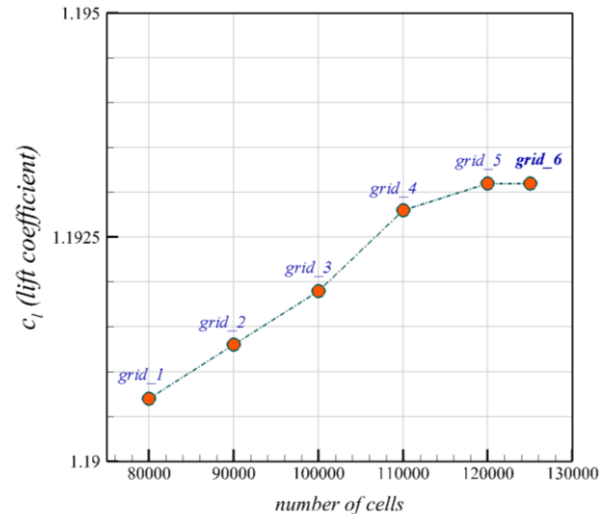
شکل ۲- طرح‌واره از شبکه‌بندی؛ نمای الف) دور و ب) نزدیک

^۷ Skewness

بحث و نتایج

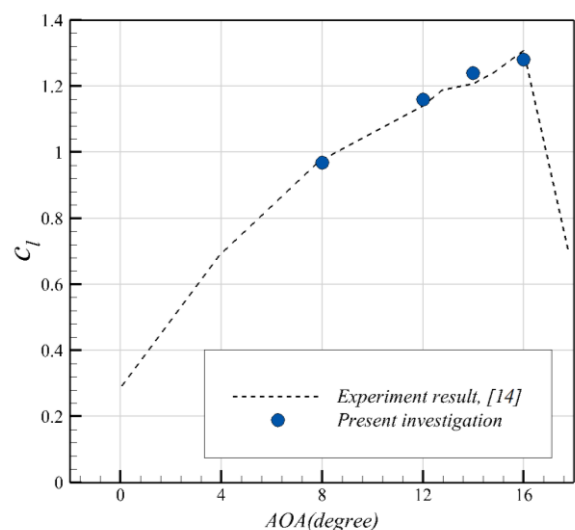
درواقع به منظور دستیابی به نتایج مطلوب در علوم مختلف ملزم به استفاده از روش‌های کنترلی خواهیم بود، که در این میان علوم کاربردی هوافضا و مکانیک از این قاعده مستثنی نخواهند بود. به‌عنوان نمونه شیوه‌های کنترل جریان بر روی بالواره‌ها همواره بسیار مورد توجه پژوهشگران بوده و خواهد بود، چراکه صرفه‌جویی و بازیابی انرژی را به همراه دارد. در همین راستا در تحقیق پیش‌رو با بهره‌مندی از یکی از روش‌های کارآمد در کنترل غیرفعال جریان تحت عنوان توزیع المان‌های زبری، سعی در جلوگیری از شکل‌گیری پدیده نامطلوبی همچون حباب جداشده آرام، در دستور کار بوده است. پدیده حباب جداشده آرام که به‌نوعی بیانگر ناحیه هوای مرده بر روی یک بالواره است، در هنگامی که جریان در محدوده رینولدز بحرانی قرار دارد، نمایان می‌شود و این پدیده همواره یک چالش شناخته‌شده در علم آیرودینامیک بوده است. حباب جداشده آرام در زوایای ماقبل از واماندگی و در بازه‌ی خاصی از جریان و عدد رینولدز تشکیل می‌شود که در حقیقت ناشی از کافی نبودن انرژی ذرات سیال در ناحیه مکش می‌باشد و یا به عبارتی ناشی از ناکافی بودن شدت آشفتگی جریان و همچنین رشد تدریجی ضریب اینترمیتنسی (متناوب)، است که سبب جدایش جریان در لایه‌مرزی آرام می‌شود.

بدین منظور، با تنظیم عدد رینولدز و زاویه حمله به ترتیب در مقادیر $Re = 1.0 \times 10^5$ و 16° درجه برای بالواره موردنظر با طول وتر 0.231 متر، شبیه‌سازی عددی به این صورت پیگیری شد، که در ابتدا بتوان با در نظر گرفتن مقادیری مناسب برای هر دو ویژگی کلیدی المان زبری اعم از طول و ارتفاع المان زبری، حباب جداشده آرام را به‌عنوان پدیده نامطلوب حذف کرد. بنابراین قابل ذکر است که در روند این شبیه‌سازی برای مقادیر طول و ارتفاع زبری از اعدادی بی‌بعد که بر مبنای طول وتر بالواره مدنظر بی‌بعد شده، استفاده شده است. با شبیه‌سازی‌های سیستماتیک و منظم و با توجه به نکاتی همچون طول و نقاط شروع (0.119) و انتهای (0.221) حباب موجود، اعدادی مناسب برای این دو مقدار طول و ارتفاع زبری به ترتیب برابر با 3 و 0.1 درصد طول وتر انتخاب شد که افزایش $95/81$ درصدی نسبت c_l/c_d به همراه داشت. همچنین قابل ذکر است که به‌منظور دستیابی به نتایج مطلوب، بهتر است که المان‌های زبری قبل از ناحیه‌ی

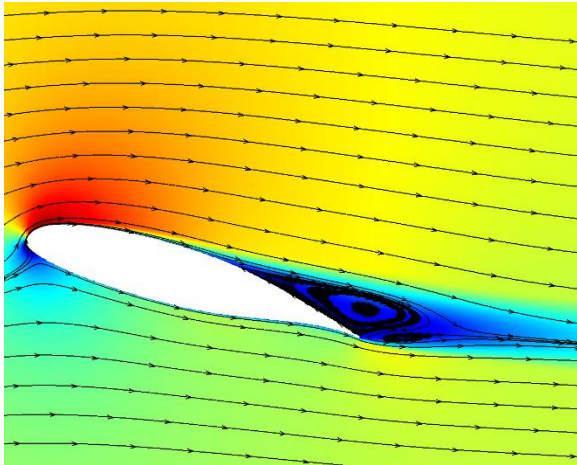


شکل ۴- نمودار استقلال از شبکه برای ضریب برآ

به‌منظور صحت سنجی مدل‌سازی عددی، لازم است که بخشی از نتایج حل عددی حاضر با نتایج تجربی منتشرشده توسط ژانگ [۱۵] مقایسه گردد، که این مقایسه در شکل ۵ به ازای منحنی ضریب فشار در زاویه 16° درجه و رینولدز 1.0×10^5 ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود ضریب برآ حاصله از شبیه‌سازی عددی به‌طور متوسط با درصد خطای ناچیز حدود $3/8$ درصد تشکیل شده است. قابل ذکر است اندک تفاوتی در نتایج موجود است می‌تواند متأثر از ضعف مدل‌های آشفتگی باشد.

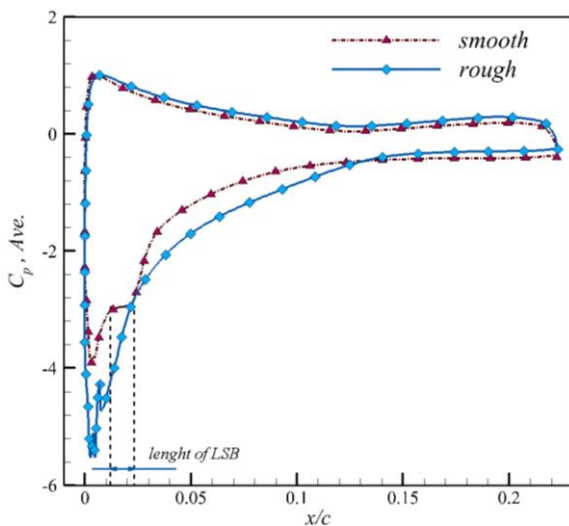


شکل ۵- مقایسه توزیع ضریب فشار بر روی سطوح بالواره در تحقیق حاضر با نتیجه تجربی منتشرشده [۱۵]

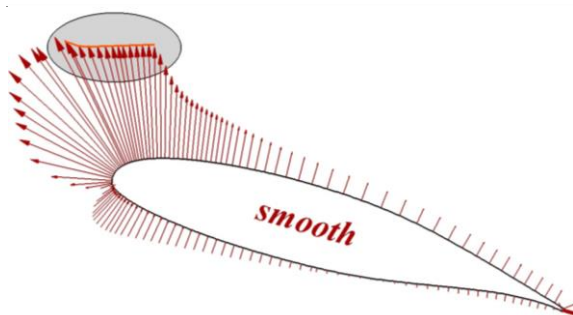


شکل ۶- نمایی از توزیع جریان بر روی بالواره الف (صاف و ب) زیر

به منظور اشراف کامل بر دست‌یابی به یکی از اهداف این تحقیق، مقایسه‌ی منحنی‌ها ضریب فشار مربوط به بالواره صاف و زیر خارج از لطف نیست، که در شکل ۷ به نمایش گذاشته شده است؛



الف



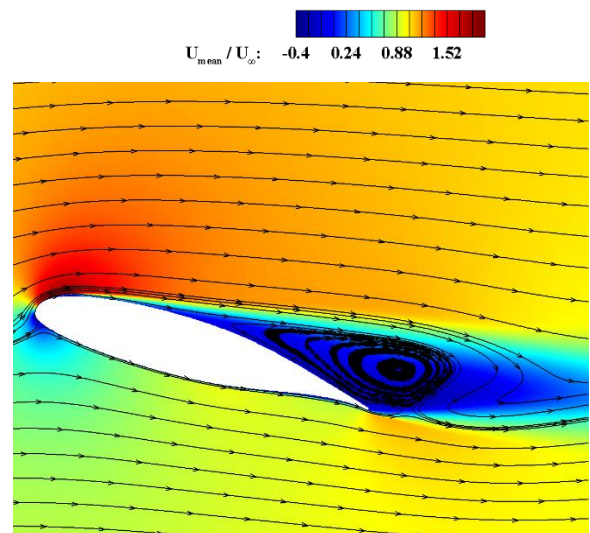
ب

شکل‌گیری حباب در نظر گرفته شود تا تأثیر مطلوب آن در آشفته کردن جریان و افزایش انرژی ذرات نزدیک دیواره، نمایان شود. جدول ۲ بر اساس این مقادیر انتخابی خبر از افزایش چشمگیر نسبت c_l/c_d می‌دهد.

جدول ۲- مقایسه اثر کنترل غیر-فعال بر مشخصه‌های حباب و نرخ

	c_l/c_d	
	کنترل غیر-فعال ندارد	کنترل غیر-فعال دارد (C)
طول المان زبری	-	۳
ارتفاع المان زبری	-	۰/۱
طول حباب جدایش	۰/۰۱۰۴۱	۰
نرخ c_l/c_d	۹/۷۸	۱۹/۱۵

همچنین مطابق شکل ۶ که علاوه بر نمایش تقابل جریان گذرنده بر روی دو بالواره صاف و بالواره‌ایی با توزیع المان زبری توسط کانتورهای توزیع سرعت، نشان‌دهنده گردابه‌های شکل گرفته متأثر وجود و عدم وجود زبری می‌باشد، با توجه به آن می‌توان شاهد تأثیر بسازی این شیوهی کنترلی بر از بین بردن پدیده شناخته شده و نامطلوب حباب جداشده آرام بود.



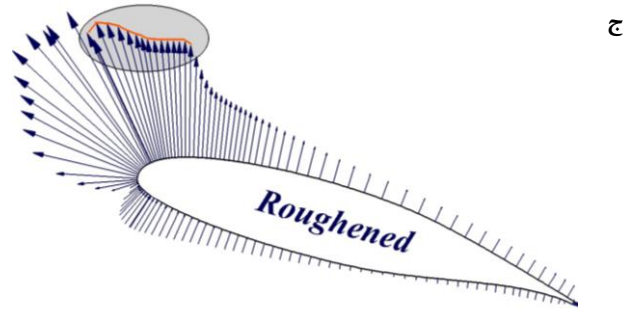
الف

شبیه‌سازی‌های صورت گرفته به منظور یافتن حالتی بهینه را به نمایش می‌گذارد، می‌توان بر بهترین عملکرد آیرودینامیکی بالواره مدنظر در حالتی که طول المان زبری ۶ و ارتفاع آن ۰/۳ درصد طول وتر است، اشاره کرد.

جدول ۳- نسبت c_l/c_d بر اساس طول و ارتفاع‌های متفاوت زبری

	کنترل غیر-فعال دارد (%)					
	کنترل غیر-فعال ندارد					
طول المان زبری	-	۲	۲	۲	۲	۲
ارتفاع المان زبری	-	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
طول حباب جدایش	۰/۰۱۰۴۱	۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۰۹
نرخ c_l/c_d	۹/۷۸	۱۸/۴۶	۱۸/۵۵	۱۸/۷۲	۱۸/۶۹	۱۸/۶۹
کنترل غیر-فعال دارد (%)						
	۲	۳	۳	۳	۳	۴
	۰/۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
	۰/۰۰۰۹	۰	۰	۰	۰	۰
	۱۸/۶۹	۱۹/۱۵	۱۹/۴۲	۱۹/۵۶	۱۹/۵۵	۱۹/۵۲
کنترل غیر-فعال دارد (%)						
	۴	۴	۴	۴	۵	۵
	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۱	۰/۲
	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	۲۰/۴۷	۲۰/۷۶	۲۰/۷۲	۲۰/۶۶	۲۰/۷۴	۲۱/۳۹
کنترل غیر-فعال دارد (%)						
	۵	۵	۶	۶	۶	۶
	۰/۴	۰/۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	۲۱/۶۹	۲۱/۶۶	۲۱/۳۴	۲۲/۲۰	۲۳/۱۵	۲۲/۴۳

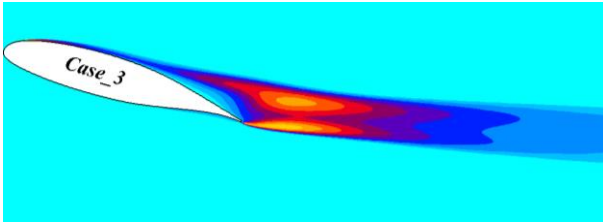
با توجه به جدول فوق می‌توان بر این نکته اشاره کرد که در تمامی موارد برای ارتفاع‌ها ۰/۴ و ۰/۵ درصد، زبری نقش دیگر خود را که با افزایش پسای اصطکاک و در نتیجه افت محسوس عملکردی بالواره است، ایفا می‌کند. همچنین در تمامی حالت‌ها ارتفاع ۰/۳ درصد، حالتی بهینه است بنابراین در ادامه به منظور تحلیل و بررسی بیشتر تأثیر المان زبری بر آرایش جریان نمونه‌های زیر را در نظر می‌گیریم؛



شکل ۷- منحنی الف) ضریب فشار برای هر دو بالواره صاف و زبری، و همچنین بردار فشار بر روی سطح ب) بالواره صاف و ج) بالواره زبری

به‌علاوه مطابق شکل ۷، می‌توان بر افزایش مساحت سطح داخلی بالواره زبر که بیانگر افزایش نیروی برآ است، اشاره کرد. همچنین شکل الف-۷ نشان می‌دهد در حالت بالواره زبر، از میزان گرادیان معکوس فشار در ناحیه تشکیل حباب کاسته شده است. در شکل‌های ب-۷ و ج-۷ علاوه بر مشخص کردن ناحیه متأثر شدن توزیع فشار از وجود و عدم وجود المان زبری خطی برای بهتر نشان دادن گرادیان فشار رسم شده است. در واقع در ب-۷ به دلیل جدایش محلی جریان توزیع فشار در ناحیه شبیهی ثابت دارد. در مقابل همچون شکل ج-۷ به وجود المان زبری می‌توان تغییرات توزیع فشار در ناحیه بود که نشان از اتصال جریان به سطح دارد. چنین تفسیری با منحنی ضریب فشار در شکل الف-۷ تطبیق دارد.

از طرفی، همچون مطالعات عددی و تجربی [۱۲، ۱۴-۱۶] گذشته می‌توان بر تأثیر نامطلوب المان‌های زبری در شرایطی که در موقعیت نامناسب و غیر-بهینه استفاده می‌شود، اذعان داشت، چراکه تنها در صورت استفاده در حالت بهینه‌ای این روش کنترلی، می‌توان از ویژگی‌های مفید آن در آشفته کردن جریان به‌منظور افزایش انرژی ذرات در کنترل پدیده‌های نامطلوب جدایش و حباب جداشده آرام، بهره برد، اما در غیر این صورت جریان روی سطح بالواره افزایش پسای اصطکاک را تجربه می‌کند که نه‌تنها بهبود عملکرد آیرودینامیکی را نخواهد داشت بلکه افت و افزایش شدیدی به ترتیب در ضریب برآ و پسا را به دنبال خواهد داشت. در همین راستا، بخش دیگری از این پژوهش مربوط به بهینه یابی طول و ارتفاع المان زبری است تا بتوان به مقدار مطلوب یکی از پارامترهای کلیدی در بیان عملکرد آیرودینامیکی تحت عنوان نسبت c_l/c_d دست‌یافت. بنابراین مطابق جدول ۳ که بخشی از



شکل ۸- توزیع انرژی جنبشی آشفتگی جریان بر روی دو نمونه الف) ۱ و ب) ۳

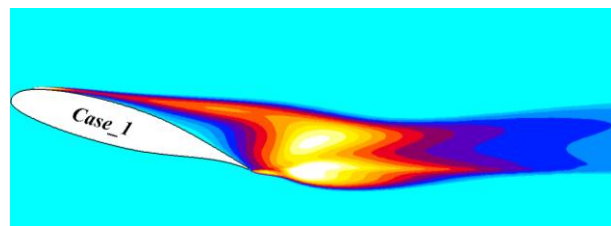
به منظور نشان دادن رفتار و الگوهای تناوبی گردابه‌ها و نحوه اطاعت‌پذیری آن‌ها از سیگنال‌های زمانی، می‌توان از سیستم فاز-پرتیت به عنوان یک زبان بدون ابهام برای توصیف پیچیدگی‌های الگوی جریان استفاده کرد. این نمودار به عنوان یک ابزار بسیار کاربردی برای تجزیه و تحلیل پاسخ است و به عبارتی مشخص‌کننده انتقال انرژی حاصله از نوسانات مشخصه‌ی نیروی برآ به واسطه نوسان این نیرو G_1' وابسته به تغییرات مکانی-زمانی است [۲۹-۳۱]. بنابراین این ردیابی زمانی، نوسانات تناوبی را توسط یک فرکانس طبیعی گسسته شده به نمایش گذاشته که نتیجه آن به صورت مسیرهای بسته نشان داده شده است. در واقع چرخش در مدارهای فاز-پرتیت نماینده‌ای برای به تصویر کشیدن تغییر وضعیت جریان از حالت منظم به حالت آشفتگی می‌باشد [۳۲، ۳۳]. به منظور نشان دادن رفتار و الگوهای گردابه‌ها و نحوه پیروی کردن آن‌ها از سیگنال‌های زمانی، می‌توان از سیستم فاز-پرتیت که اولین بار توسط پری و همکاران [۳۹-۴۱]، به عنوان یک زبان بدون ابهام برای توصیف پیچیدگی‌های الگوی جریان بکار گرفته شد، بهره برد. شکل ۹ دسته‌ای از منحنی‌های فاز-پرتیت مربوط به مؤلفه‌های محلی سرعت u و v را در مختصات $(X, Y)/c_{ref} = (\lambda_r - 1)$ که به نوعی نشان از توسعه یافتن گردابه‌ها در این موقعیت دارد، برای نمونه‌های ۱ الی ۶ نشان می‌دهد. به طور کلی این دسته از منحنی‌ها در جهت عقربه‌های ساعت در یک چرخه محدود حرکت می‌کنند و اگر مدارهای فاز-پرتیت یک منحنی چرخشی بسته باشند، بیانگر رفتار تناوبی با دامنه‌های یکسان سیگنال‌های زمانی است. در این صورت مدارهای مربوطه بر روی یکدیگر قرار گرفته و شکلی ساده و بیضی‌گون به خود می‌گیرند و به نوعی این رفتار یک ویژگی جریان ناپایدار است که به عنوان یک نوسان‌ساز تحریک‌شده آیرودینامیکی با پویایی ذاتی عمل می‌کند. به عنوان نمونه در کار حاضر، مطابق با شکل ۹ برای نمونه ۱، یک منحنی بسته پایدار به صورت تک مداری ناشی وجود خود

ب

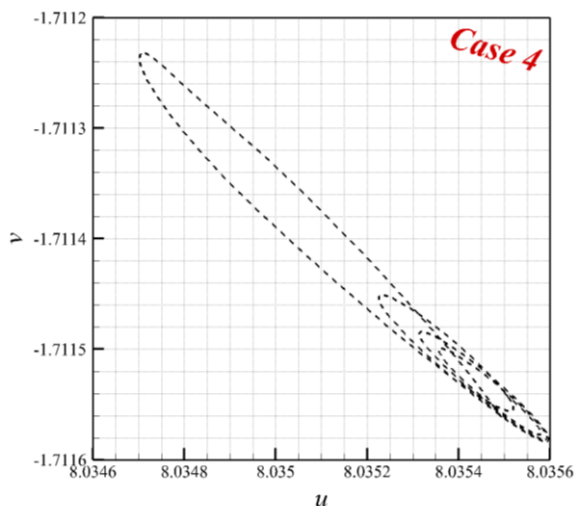
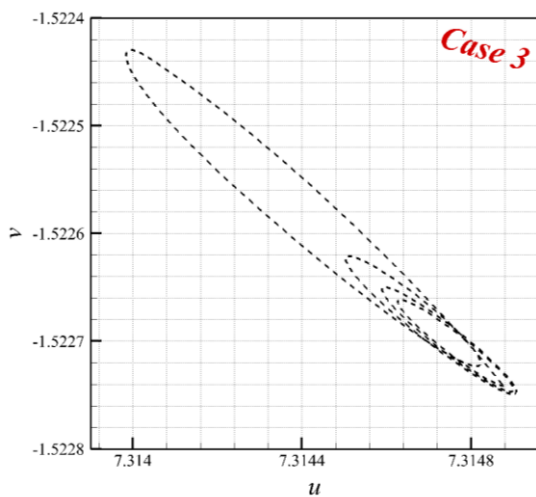
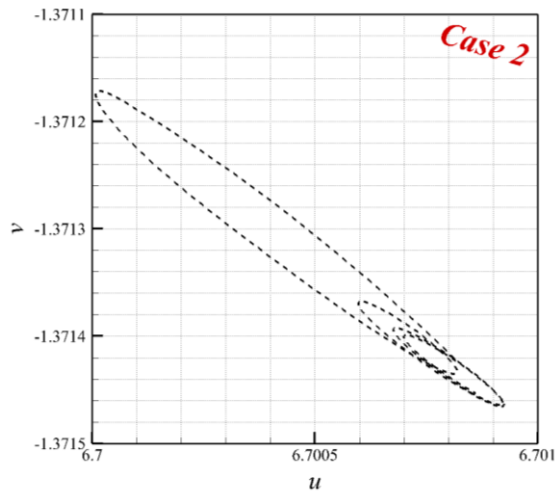
نمونه ۱) بالواره با سطحی صاف و بدون هیچ‌گونه زبری
نمونه ۲) المان زبری با طول و ارتفاعی به ترتیب معادل ۲ و ۰/۳ درصد طول وتر
نمونه ۳) المان زبری با طول و ارتفاعی به ترتیب معادل ۳ و ۰/۳ درصد طول وتر
نمونه ۴) المان زبری با طول و ارتفاعی به ترتیب معادل ۴ و ۰/۳ درصد طول وتر
نمونه ۵) المان زبری با طول و ارتفاعی به ترتیب معادل ۵ و ۰/۳ درصد طول وتر
نمونه ۶) المان زبری با طول و ارتفاعی به ترتیب معادل ۶ و ۰/۳ درصد طول وتر

بدیهی است که وجود المان‌های زبری بر میزان انرژی جنبشی جریان تأثیرگذار است. به عبارتی در نواحی نزدیک به لبه حمله در زوایای پیش از واماندگی، به دلیل افزایش گرادیان معکوس فشار محلی، جریان از سطح جدا شده و به لایه‌های بالاتر ورود می‌کند. این ناحیه شروع تشکیل پدیده حباب جدایش است. با انتقال انرژی در لایه‌های بالایی، منتم جریان افزایش یافته و منجر به بازگشت جریان به سطح بالواره می‌شود. از طرفی افزایش انرژی جنبشی آشفتگی متأثر از افزایش گرادیان سرعت بر روی نمونه‌های زبری می‌باشد و همان‌طور که پیش‌تر بیان شد با افزایش میزان انرژی جنبشی ذرات، می‌توان از تشکیل پدیده حباب جلوگیری کرد. بدین منظور شکل ۸ که نشان‌دهنده توزیع انرژی جنبشی آشفتگی برای ۲ نمونه ۱ و ۳ می‌باشد، ارائه شده است. به تعبیری مطابق با این شکل در $x/c = 0.1$ میزان انرژی جنبشی آشفتگی در نمونه ۱ نسبت به نمونه ۳، حدود ۲۰ درصد افزایش داشته است. این مهم نشان‌دهنده مؤثر واقع شدن المان‌های زبری در کاهش انرژی جنبشی جریان است.

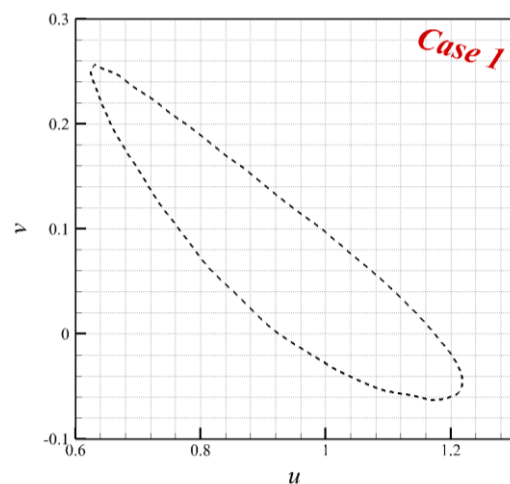
Turbulent Kinetic Energy: 0.5 6



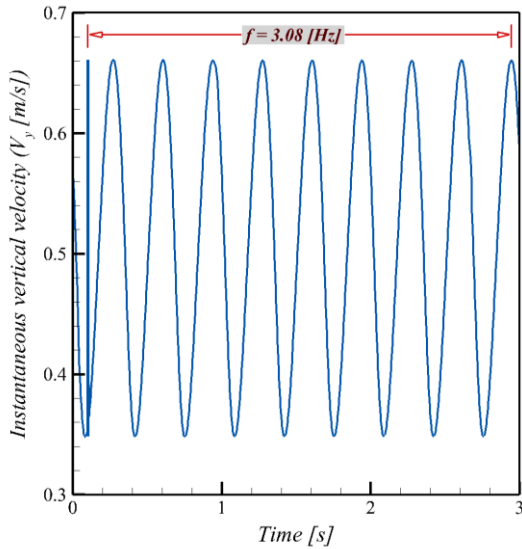
الف



بالواره به نمایش گذاشته شده است. از آنجایی که در نمونه ۱ جریان تنها متأثر از بالواره است شکلی ساده و بیضی‌گون دارد. همچنین بازه تغییرات در این منحنی نسبت به سایر منحنی‌ها بیشتر است؛ چراکه گردابه‌های شکل گرفته بر روی نمونه ۱ بزرگ‌تر می‌باشد. بنابراین تغییرات مؤلفه‌های سرعت بیشتر است. در مقابل در نمونه‌های ۲-۶، با توزیع المان‌های زبری بر روی سطح بالواره، می‌توان بر اضافه شدن چندین حلقه مدار دیگر به صورت پایدار و مشابه اما در ابعادی کوچک‌تر، اشاره کرد. این دست از حلقه‌ها مشخصاً متأثر از وجود المان‌های زبری تعبیه شده بر روی بالواره می‌باشند؛ چراکه گردابه‌های هر چند کوچک اما ناشی از وجود المان‌های زبری تشکیل می‌شوند. به عبارتی آن‌ها نشانگر آرایش به نسبت نامنظم و هارمونیکی سیگنال‌های زمانی است که به طور چشمگیری منجر به محدود شدن بازه گرادیان‌های سرعت نسبت به نمونه ۱ شده‌اند. همچنین خاطر نشان می‌شوند با افزایش طول المان زبری میزان مؤلفه‌های سرعت در دو راستای X و Y روندی افزایشی دارد.

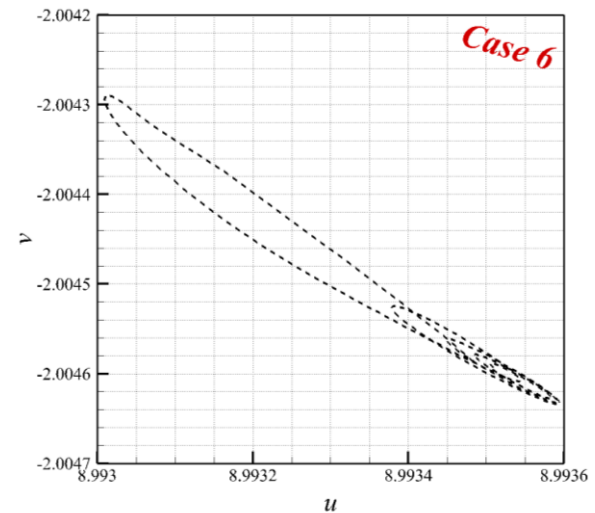
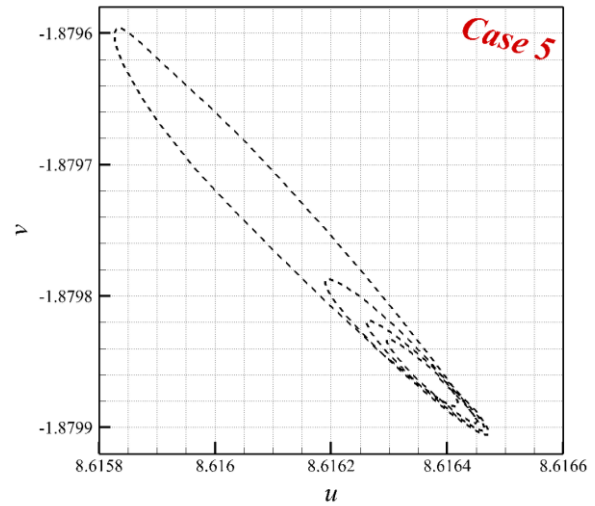


گردابه‌ها توسط المان‌های زبری منتشر می‌شوند و احتمالاً در این میان برهمکنش و ادغام گردابه‌ها صورت گرفته که در نتیجه از مقدار فرکانس ریزش گردابه‌های بالاتری برخوردار هستند. شکل ۱۰، تفسیری بر این ادعاست.



شکل ۱۰- مؤلفه لحظه‌ای سرعت عمودی به همراه بسامد تشدید مربوطه به نمونه ۱ در زاویه حمله ۱۶ درجه

به‌منظور تکمیل بخش پیشین مقایسه‌ای میان تبدیل فوریه مؤلفه عمودی سرعت لحظه‌ای دو نمونه ۳ و ۵ در شکل ۱۱، صورت پذیرفت. به عبارتی مطابق این شکل می‌توان بر افزایش میزان بسامد تشدید با افزایش طول المان زبری اذعان داشت. این در حالی است که ضمن افزایش طول المان‌های استاتیک زبری از شدت نوسان مؤلفه عمودی به‌طور چشمگیری کاسته شده است. در واقع مطابق با شکل ۱۱، با افزایش طول المان زبری از ۳ درصد طول وتر به ۵ درصد، قوی‌تر شدن هسته گردابه‌ها و کوچک‌تر شدن ابعاد آن‌ها محقق می‌شود.



شکل ۹- نمایی از منحنی‌های فاز پرتیت برای نمونه‌های ۱ تا ۶ در زاویه ۱۶ درجه

به‌منظور بررسی دقیق‌تر رفتار و ساختار گردابه‌ها، توزیع مؤلفه عمودی سرعت لحظه‌ای، درست در نقطه‌ای در نزدیکی سطح بالایی لبه فرار که به عبارتی آن مشخصاً متأثر از حضور و عدم حضور المان زبری می‌باشد، استفاده شده است. مطابق شکل ۱۰ و ۱۱ فرکانس نوسانی جریان به ازای نمونه‌های ۱، ۳ و ۵ نشان داده شده است که بسامد تشدید برای هر سه حالت مذکور به ترتیب برابر $(3/08, 3/98, 4/20)$ Hz به دست آمد. این مقادیر حاکی از این نکته هستند که دامنه رشد ریزش گردابه‌ها بسیار متأثر وجود و عدم وجود المان‌های زبری، واقع شده است. به‌عبارت‌دیگر، برخلاف حالت صاف که گردابه‌ها تنها متأثر از وجود بالواره هستند، در حالت‌های که با توزیع المان زبری همراه است علاوه بر خود بالواره، دسته‌ای از

شدن بیش از ۱۰ درصدی هسته‌ی گردابه‌ها در نمونه‌های زبری می‌شود. وجود المان‌های زبری در الگوی جریان نقش داشته و یکسری حلقه‌های تو در تو در منحنی‌های فاز پرتیبت به وجود می‌آوردند. شایان ذکر است با افزایش طول و ارتفاع المان‌های زبری بازه‌ی گرادیان سرعت در مدارهای فاز پرتیبت و به عبارتی نوسانات مربوط به آن‌ها شیبی نزولی دارد که نشان‌دهنده‌ی افزایش انرژی ذرات است.

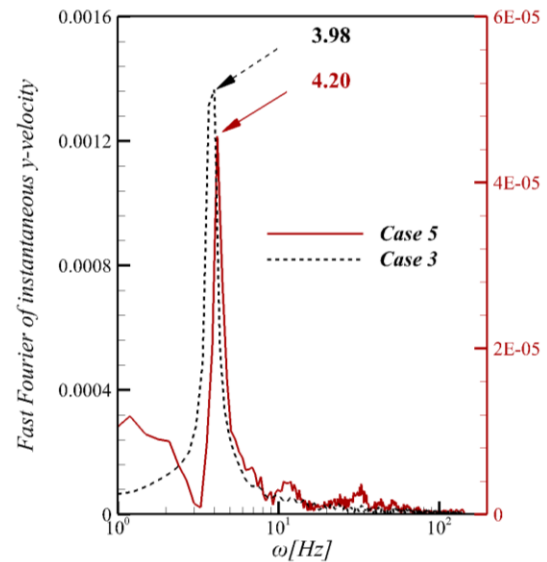
فهرست علائم

طول وتر	c_{ref}
نرخ تغییرات ضریب برآ به پسا	c_l/c_d
ضریب فشار	c_p
بسامد	f
آشفته‌گی جریان آزاد	f_{Tu}
طول	l
عدد رینولدز (بی‌بعد)	Re
ضخامت-ممنتم	Re_{θ_t}
فشار	P
سرعت متوسط جریان آزاد	U_{∞}
مؤلفه‌های سرعت	u, v
محور طولی بر مدل (m)	x
محور عمودی بر مدل (m)	y
چگالی زبری	Λ
زاویه حمله	α
اینترمیتنسی	γ

اختصارات	
زاویه حمله	AOA
دینامیک سیالات محاسباتی	CFD
انتقال تنش برشی	SST

منابع و مراجع

- [1] Reza, T. Z. Mahmood, S., & Amir, K., "Prediction of boundary layer transition based on modeling of laminar fluctuations using RANS approach", *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 22, no. 2, pp. 113-120, 2009.
- [2] Michelis, T., Yarusevych, S., & Kotsonis, M., "On the origin of spanwise vortex deformations in laminar separation bubbles", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 841, pp. 81-108, 2018.
- [3] Hansen, K. L., Kelso, R. M., & Dally, B. B. "Performance variations of leading-edge tubercles for distinct airfoil profiles", *AIAA journal*, vol. 49, no. 1, pp. 185-194, 2011.



شکل ۱۱- مقایسه فرکانس ریزش گردابه‌ها مربوط مؤلفه لحظه‌ای سرعت برای دو نمونه ۳ و ۵ در زاویه حمله ۱۶ درجه

نتیجه‌گیری

همان‌طور که پیش‌تر بیان شد وجود پدیده نامطلوب همچون حباب جداسده آرام که در رینولدزهای بحرانی در شرایط ماقبل از واماندگی رخ می‌دهد، قادر است تا افت قابل توجهی در بازده آیرودینامیکی اعمال کند؛ در نتیجه وسیله پرنده ملزم به استفاده از انرژی بیشتری در شرایط پروازی خود می‌باشد. بدین منظور می‌بایست از شیوه‌های کنترل جریان بهره برد. در این تحقیق از یکی از مؤثرترین روش‌های کنترل غیر-فعال جریان، تحت عنوان المان‌های زبری استفاده شد. همچنین سعی شد تا با بهینه‌یابی طول و ارتفاع المان‌های زبری به میزان قابل ملاحظه‌ای در مسیر افزایش و بهبود عملکرد آیرودینامیکی گام برداشت. از جمله یافته‌های تحقیق حاضر عبارت از توزیع میدان ورتیسیتی (چرخش) پایدار و ناپایدار به ترتیب برای حالت‌های بدون و با زبری می‌باشد. بعلاوه میزان انرژی جنبشی آشفته‌گی در $x/c = 0.1$ با در نظر گرفتن المان‌های زبری بیش از ۲۰ درصد کاهش می‌یابد که این به عدم شکل‌گیری پدیده حباب جدایش ختم می‌شود. همچنین از جمله خروجی‌های این تحقیق، افزایش فرکانس ریزش گردابه‌ها در صورت وجود زبری نسبت به حالت صاف و پیچیده‌تر شدن منحنی مدارهای فاز پرتیبت و محدود شدن گرادیان سرعت آن‌ها، می‌باشد. در حالتی که المان‌های زبری در نظر گرفته می‌شود گردابه‌های متأثر از دندان‌های زبری با گردابه‌های حاصله از بالواره برهمکنش داشته و منجر به قوی‌تر

- [16] Genc, M. S., Kemal, K., & Açikel, H. H., "Investigation of pre-stall flow control on wind turbine blade airfoil using roughness element", *Energy*, vol. 176, pp. 320-334, 2019.
- [17] Puckert, D. K., & Rist, U. "Experiments on critical Reynolds number and global instability in roughness-induced laminar-turbulent transition", *J. Fluid Mech*, vol. 844, pp. 878-903, 2018.
- [18] Shrestha, P., & Candler, G. V. "Direct numerical simulation of high-speed transition due to roughness elements", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 868, pp. 762-788, 2019.
- [19] Jung, Y. S., & Baeder, J. "Simulations for effect of surface roughness on wind turbine aerodynamic performance", in *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1452, p. 012055.
- [20] Wu, W., & Piomelli, U. "Effects of surface roughness on a separating turbulent boundary layer", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 841, p. 552, 2018.
- [21] Djavahreshkian, M. H., & Esmaeili, A. "Neuro-fuzzy based approach for estimation of Hydrofoil performance", *Ocean Engineering*, vol. 59, pp. 1-8, 2013.
- [22] Rostamzadeh, N., Kelso, R. M., & Dally, B. "A numerical investigation into the effects of Reynolds number on the flow mechanism induced by a tubercled leading edge", *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, vol. 31, no. 1, pp. 1-32, 2017.
- [23] Qu, Q., Wang, W., Liu, P., & Agarwal, R. K. "Airfoil aerodynamics in ground effect for wide range of angles of attack", *AIAA Journal*, vol. 53, no. 4, pp. 1048-1061, 2015.
- [24] Langtry, R. B., & Menter, F. R., "Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes", *AIAA Journal*, vol. 47, no. 12, pp. 2894-2906, 2009.
- [25] Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S., Suzen, Y., Huang, P., & Völker, S., "A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation", 2006.
- [26] Langtry, R. B., Menter, F. S., Likki, Y., Suzen, P., Huang, & Völker, S., "A correlation-based transition model using local variables—Part II: Test cases and industrial applications", 2006.
- [27] M. Stripf, A. Schulz, and S. Wittig, "Surface roughness effects on external heat transfer of a HP turbine vane", *J. Turbomach.*, vol. 127, no. 1, pp. 200-208, 2005.
- [28] Jabbari, H., Ali, E., & Djavahreshkian, M. H., "Acoustic and phase portrait analysis of leading-edge roughness element on laminar separation bubbles at low Reynolds number flow," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G*:
- [4] Genç, M. S., Özkan, G. M. Özden, M. S. Ki' ri' ş, & Yi' ldi', R. Z., "Interaction of tip vortex and laminar separation bubble over wings with different aspect ratios under low Reynolds numbers," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 232, no. 22, pp. 4019-4037, 2018.
- [5] Esmaeili, A., Delgado, H., & Sousa, J., "Numerical simulations of low-Reynolds-number flow past finite wings with leading-edge protuberances", *Journal of Aircraft*, vol. 55, no. 1, pp. 226-238, 2018.
- [6] Jabbari, H., Esmaeili, A., & Rabizadeh, S., "Phase portrait analysis of laminar separation bubble and ground clearance interaction at critical (low) Reynolds number flow", *Ocean Engineering*, vol. 238, p. 109731, 2021.
- [7] Yang, Z., Haan, F., Hu, H., & Ma, H., "An experimental investigation on the flow separation on a low-Reynolds-number airfoil", in *45th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit*, 2007 ,p. 275.
- [8] Nikuradse. J. "Gesetzmassigkeiten der turbulenten Stromung in glatten Rohren", *Ver Deutsch. Ing. Forschungsheft*, vol. 356, 1932.
- [9].Nikuradse, J. "Untersuchungen über die Strömungen des Wassers in konvergenten und divergenten Kanälen. VDI-Verlag", 1929.
- [10] Colebrook, C. F. et al., "Correspondence. turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws.(includes plates)", *Journal of the Institution of Civil engineers*, vol. 12, no. 8 ,pp. 393-422, 1939.
- [11] Colebrook, C. F., & White, C. M., "Experiments with fluid friction in roughened pipes", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, vol. 161, no. 906, pp. 367-381, 1937.
- [12] Liu, Y., Li, J., & Smits, A. J., "Roughness effects in laminar channel flow", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 876, pp. 1129-1145, 2019.
- [13] van Bokhorst, E., de Kat, R., Elsinga, G. E., & Lentink, D., "Feather roughness reduces flow separation during low Reynolds number glides of swifts", *Journal of Experimental Biology*, vol. 218, no. 20, pp. 3179-3191, 2015.
- [14] Jin, C., Ma, H., Xu, B., & Li, Q. "Roughness Effects on the laminar separation bubble", *Bulletin of the American Physical Society*, vol. 63, 2018.
- [15] Zhang, Y., "Effects of distributed leading-edge roughness on aerodynamic performance of a low-Reynolds-number airfoil: an Experimental Study", *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, vol. 8, no. 3, pp. 201-207, 2018.

- Journal of Aerospace Engineering*, p. 09544100211044316, 2021.
- [29] He, W., Yu, P., & Li, L. K., "Ground effects on the stability of separated flow around a NACA 4415 airfoil at low Reynolds numbers", *Aerospace Science and Technology*, vol. 72, pp. 63-76, 2018.
- [30] Perry, A., & Fairlie, B., "Critical points in flow patterns", in *Advances in geophysics*, vol. 18: Elsevier, 1975, pp. 299-315.
- [31] Perry, A. E., & Chong, M. S., "A description of eddying motions and flow patterns using critical-point concepts", *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 19, no. 1, pp. 125-155, 1987.
- [32] Chong, M. S., Perry, A. E., & Cantwell, B. J., "A general classification of three-dimensional flow fields", *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 2, no. 5, pp. 765-777, 1990.
- [33] Durante, D., Rossi, E., & Colagrossi, A. "Bifurcations and chaos transition of the flow over an airfoil at low Reynolds number varying the angle of attack", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, p. 105285, 2020.