

# بررسی اثر ضخامت، انحنا و محل ماکزیمم ضخامت بر روی بال نامحدود موج دار

امیرفرهنگ نیکخو<sup>۱</sup>، علی اسماعیلی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا آیرودینامیک، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استادیار هوافضا آیرودینامیک، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۵)

## چکیده

میکروپرنده‌ها از نظر ابعادی اندازه کوچکی داشته و با توجه به جثه‌ی کوچک و سرعت پروازی کم آن‌ها، معمولاً از جنبه نیروهای آیرودینامیکی همواره با مشکلات زیادی روبه‌رو هستند و در زوایای حمله پایین دچار واماندگی می‌شوند. به منظور افزایش قدرت مانورپذیری و بهبود عملکرد ریزپرنده‌های بال ثابت، از یک روش کنترل غیر-فعال به عنوان موج دار کردن لبه حمله، بر روی بال‌های آن‌ها استفاده شده که پدیده واماندگی را خنثی می‌کند ولی با تشکیل حباب‌های جدایش آرام در زوایای قبل از زاویه واماندگی، منجر به کاهش ضریب برآ و افزایش ضریب پسای بال می‌شود. هدف از این تحقیق این است که میزان اثرگذاری پارامترهای هندسی بالواره پایه نظیر ضخامت، محل ماکزیمم ضخامت و انحنای بالواره بر روی عملکرد آیرودینامیکی بال نامحدود با لبه حمله موج‌دار در زاویه قبل از واماندگی بررسی شود. لذا شبیه‌سازی عددی حول یک بال نامحدود به روش حجم محدود و با استفاده از مدل توربولانسی شبیه‌سازی ادی جداشده صورت پذیرفت. نتایج حاصله نشان دادند که افزایش ضخامت و محل ماکزیمم ضخامت منجر به بهبود عملکرد آیرودینامیکی میکروپرنده به ترتیب حدود ۱۰٪ و ۲۰٪ شده است ولی افزایش انحنای بالواره مینا تا حدود ۴٪ اثر معکوس داشته است. همچنین تغییرات ضرایب آیرودینامیکی نشان می‌دهند که به محل ماکزیمم ضخامت بیشترین حساسیت را دارند.

**کلمات کلیدی:** بال نامحدود سینوسی، ضخامت، انحنا، حداکثر ضخامت، نیروهای آیرودینامیکی.

## Investigation of Thickness, Camber and Maximum Proximity Effect on Infinite Wavy Wing

Amirfarhang Nikkhoo and Ali Esmacili\*

### Abstract

Micro aerial vehicles are small in size, and with due attention to their small size and low flight speed, they are usually confronted by many problems in terms of aerodynamic forces, and their stall occurs in low angles of attack. In order to increase the maneuverability and improve the performance of fixed-wing Micro Aerial Vehicles (MAV), a passive control method is used as waving the leading edge on their wings which neutralizes the phenomenon of the stall. However, the formation of laminar separation bubbles at pre-stall angles leads to a decrease in the lift coefficient and increase the drag coefficient of the wing. The main goal of this study is to investigate the impact rate of base airfoil geometrical parameters such as thickness, maximum proximity and camber of the airfoil on the aerodynamic performance of the infinite sinusoidal wing's leading edge at the pre stall. Therefore, numerical simulation of an infinite wing was taken place by finite volume method and using the detached eddy simulation turbulence model. The results demonstrated that increases in thickness and maximum proximity leads to improve micro aerial vehicle aerodynamic performance about 10% and 20% respectively. However, increasing the base airfoil camber had a 4% reverse impact. Also, changes in aerodynamic coefficients show that they have the most sensitivity to maximum proximity.

**Key words:** sinusoidal infinite wing, thickness, camber, maximum proximity, aerodynamic forces

## مقدمه

رشد تقاضا برای ربات‌های پرنده کوچک منجر به تحقیق و توسعه بیشتری در این زمینه شده است. این دسته از پرنده‌ها در مقایسه با دیگر هواپیماها، از نظر ابعادی کوچک بوده و با توجه به اندازه‌ی کوچک و سرعت پروازی کم آن‌ها، معمولاً از نظر آیرودینامیکی همواره با مشکلات زیادی روبه‌رو هستند که یکی از این مشکلات تاثیرگرفتن از شرایط و رژیم پروازی است به طوری که این نوع پرنده‌ها در زوایای حمله کم دچار پدیده واماندگی شده و توانایی تولید نیروی برآ بیشتر را از دست خواهند داد. بنابراین به منظور افزایش مانورپذیری و بهبود عملکرد ریزپرنده‌های بال ثابت، روش‌های مختلفی ارائه شده که یکی از جدیدترین روش‌های مطرح شده موج‌دار کردن لبه حمله بال است. این تغییر شکل در حقیقت با الهام گرفتن از باله‌های یک نوع نهنگ (*Megaptera novaeangliae*) بدست آمده است. این نهنگ گونه بین المللی از آزیان است که در اکثر اقیانوس‌های جهان یافت می‌شود و از نظر ظاهری دارای شکل متمایزی بوده و از باله‌های شناوری طویل و سر برجسته برخوردار می‌باشد. در حقیقت طول باله‌های آن در بازه ۲۵٪ تا ۳۳٪ از کل طول بدنه آن‌ها، متغیر است [۲] [۱]. علاوه بر این، محل ماکزیمم ضخامت در هر سطح مقطع از ۴۹٪ وتر در نوک تا ۱۹٪ در اواسط دهانه متغیر است؛ از طرفی نسبت ضخامت آن‌ها، تقریباً از وسط باله تا نوک آن کاهش می‌یابد. قابل ذکر است، محل ماکزیمم ضخامت از ۲۰٪ وتر در وسط باله تا حدود ۴۰٪ وتر در نزدیکی نوک آن تغییر می‌کند [۴]. قرارگیری برآمدگی‌هایی در لبه حمله باله‌ها بر اساس مطالعات پیکره‌شناسی نشان داده است که این تغییر شکل خاص منجر به افزایش نیروی برآ به منظور کنترل جریان سیال روی باله‌ها شده و حتی نیروی برآ را در زوایای حمله<sup>۱</sup> بزرگ بعد از واماندگی نیز حفظ می‌کند. در نتیجه این نوع از تغییر شکل باعث افزایش منحصربه‌فرد مانورپذیری این نهنگ در حین شکار می‌شود که چنین مشخصه‌ای را در دیگر نهنگ‌ها نمی‌توان یافت. به عبارت دیگر، این نوع نهنگ بیشترین حرکات آکروباتیک را در میان دیگر نهنگ‌ها دارا است؛ به همین دلیل این نهنگ عملکرد بی‌نظیری در انجام حملات دقیق و مانور پذیری زیرآب را به خود اختصاص داده است. در همین راستا،

اولین بار، فیش<sup>۲</sup> و همکاران [۳] به مطالعه و طراحی هیدرودینامیکی باله‌های این دسته از نهنگ‌ها پرداختند و آزمایش‌های خود را بر روی یک باله واقعی به اجرا گذاشتند. نهنگی که در این مطالعه مورد آزمایش و بررسی قرار گرفته است، دارای طول ۹۰۲ متر و باله به اندازه ۲۵ متر که ۲۸٪ کل طول نهنگ است می‌باشد. در حقیقت طول باله از نوک آن تا محل اتصال باله به بدنه اندازه‌گیری شده که مقدار آن می‌تواند از ۲۵٪ تا ۳۳٪ از کل طول بدنه نهنگ برحسب نوع اندازه‌گیری متغیر باشد [۴].

با الهام گرفتن از این مطالعات، تحقیقات و مطالعات عددی و تجربی بر روی عملکرد آیرودینامیکی لبه حمله‌های دارای برآمدگی آغاز شد تا از این طریق راهبردهایی به منظور افزایش عملکرد بالواره‌ها بیابند. به عنوان مثال، واتس و فیش [۵] از روش پنل استفاده کردند تا بالواره NACA634-021 که دارای لبه حمله موج‌دار بوده مورد بررسی قرار دهند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که وجود برآمدگی در لبه حمله می‌تواند نیروی برآ و نسبت برآ به پسا را به ترتیب حدود ۱۷.۶ و ۴.۸ درصد افزایش دهد. در مقابل قادر است تا نیروی پسا را نیز تا ۱۰.۹ درصد به ازای یک زاویه حمله مشخص در مقایسه با بال‌های معمولی بدون وجود برآمدگی در لبه حمله آن کاهش دهد.

به منظور دسترسی به جزئیات بیشتر جریان حول مدل‌های بال ایده‌آل با سطح مقطع NACA0020 که در مطالعات قبلی به صورت تجربی آزمایش شده بود [۷] [۶]، وبر و همکارانش [۸] نیز مدل باله یکسانی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند تا بتوانند میدان جریان را در محدوده رینولدز  $5.05 \times 10^5 < Re < 5.2 \times 10^5$ ، به شکل بهتری آشکار نمایند. نتایج بدست آمده نشان داده که بال ساده باعث واماندگی در لبه حمله می‌شود، درحالی‌که بال با لبه برآمده دچار واماندگی در قسمت‌های فرورفته لبه حمله خواهد شد. به ازای زوایای حمله بزرگ، جریان سیال روی بال با لبه برآمده همچنان بر روی سطح آن چسبیده و همین عامل نیز توانایی حفظ نیروی برآ و حتی افزایش این نیرو در زوایای بعد از واماندگی را ایجاد کرده است. واننیروپ<sup>۳</sup> و همکارانش [۹] هم یک مدل‌سازی انجام دادند تا اثرات برآمدگی‌های موجود بر روی باله نهنگ هامپیک را به طور عددی بررسی کنند. لذا

<sup>۲</sup>fisher

<sup>۳</sup>Van Nierop

<sup>۱</sup>Angels of attack

می‌توانند اثرات مثبتی بر عملکرد آن داشته باشند که این موضوع در تحقیقات گذشته مغفول مانده است. به همین دلیل، در این تحقیق، به بررسی پارامترهای هندسی ایرفویل پایه که بال با لبه حمله سینوسی از آن ساخته می‌شود مورد مطالعه قرار می‌گیرد. به همین منظور، از ایرفویل مبنا اپلر (EPPLER) در زاویه حمله ۱۵ درجه که در شرایط قبل از واماندگی است استفاده شده و پارامترهای انحنا، ضخامت و محل ماکزیمم ضخامت به عنوان پارامترهای مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود. قابل ذکر است که دو پارامتر دامنه و طول موج ثابت خواهد بود و مقادیر آن‌ها در جدول ۱ بیان شده است و تنها اثر سه متغیر انحنا، ضخامت و محل ماکزیمم ضخامت بررسی می‌شوند. همانطور که از تاریخچه مطالعاتی بال‌ها با لبه حمله سینوسی مشخص شده بزرگ‌ترین مانع در استفاده از این نوع کنترل جریان این است که به ازای زوایای حمله کم‌تر از زاویه واماندگی، عملکرد مناسبی ندارد و نیروی برآ نسبت به بال معمولی دچار افت محسوس می‌شود [۱۵]. لذا هدف از این مطالعه این است که بتوان به مشخصات هندسی رسید به طوری که این ضعف بزرگ بال با لبه حمله سینوسی را برطرف نمود.

جدول ۱- مشخصات بال

دامنه (A)	۲۶.۴۷۱ میلی متر
طول موج ( $\lambda$ )	۹۳.۲۴۶ میلی متر

### فرمول‌ها و روابط

به منظور مدل سازی بال با لبه حمله برآمده، لازم است که ابتدا یک سطح مبنا تحت عنوان بالواره در نظر گرفته شود. به همین دلیل در ابتدای امر، سطح مقطع بالواره EPPLER در نظر گرفته شد. سپس به منظور ایجاد برآمدگی در راستای دهانه بال در قسمت لبه حمله آن، از رابطه ریاضیاتی زیر استفاده می‌شود تا یک لبه حمله سینوسی در بال ایجاد شود:

$$x = c + A \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{\lambda}{2c} \right) \right] \quad (1)$$

در رابطه فوق A بیانگر دامنه نوسان و  $\lambda$  نیز معرف طول موج برآمدگی است. مدل بال در شکل ۱ نشان داده شده است. همچنین طول وتر متوسط در بال نامحدود مدل لبه ساده و لبه سینوسی برابر ۲۳۲ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

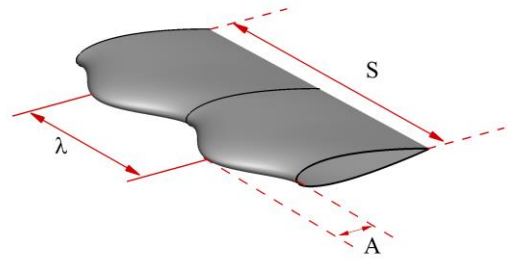
نتایج حاکی از تخت بودن منحنی نیروی برآ بود که دلیل آن نیز وقوع جدایش جریان در فرورفتگی‌های لبه حمله به ازای زوایای حمله کم در مقابل وقوع جدایش در زوایای زیاد در قسمت‌های برآمده لبه حمله بوده است. در حقیقت جریان جدا شده در پایین دست ناحیه برآمده بزرگتر از آن در ناحیه فرورفته بال خواهد بود که همین عامل منجر به کاهش اثر زاویه حمله و تغییر در وقوع واماندگی بر روی بال‌ها می‌شود. این تغییر شکل در لبه حمله بال، افزایش بازده آیرودینامیکی در حین پرواز را به ارمغان می‌آورد. به دلیل ویژگی‌های خاص جریان در رینولدزهای پایین و اهمیت این رژیم پروازی برای ریزپرنده‌ها، اثر این تغییر شکل در رینولدز ۱۴۰۰۰۰ مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج حاصله نشان از بهبود عملکردی این دسته از بالواره‌ها در شرایط پس از واماندگی دارند ولی به ازای شرایط قبل از واماندگی، عملکرد آیرودینامیکی میکروپرنده با افت روبرو است [۱۰].

به منظور حل مشکل افت عملکرد آیرودینامیکی در نواحی قبل از زاویه واماندگی، چندین مطالعه پارامتری انجام شده است. به عنوان اولین تلاش، تاثیرات دامنه و طول موج<sup>۴</sup> دندانه‌ها بر روی بالواره‌ها و بال‌ها توسط جوهری و همکارانش [۱۱] به انجام رسید که نشان داد بالواره‌ها بهترین عملکرد خود را زمانی دارا خواهد بود که دامنه دندانه‌ها در رینولدز ۱۸۳۰۰۰ کوچک باشد. از طرفی هانسن و همکارانش [۱۲] عملکرد دو بالواره دندانه‌دار NACA0021 و NACA65-021 را در رینولدز ۱۲۰۰۰۰ بررسی کردند که برآن دانستند که تاثیرات دندانه‌ها بستگی به پروفیل بالواره هم دارد و برای بالواره NACA65-021، دندانه‌ها تاثیر ناچیزی بر اثر نیروی برآ در قبل از واماندگی دارند و برای بعد از واماندگی موثر هستند و از طرف دیگر برای NACA0021، افزایش عملکرد نیروی برآ در ناحیه بعد از واماندگی در مقابل قبل از واماندگی ناچیز می‌شود. علاوه برآن کلسو و همکاران [۱۳] و چانتیا [۱۴] در تحقیقات خود نتیجه گرفتند که بیشترین زاویه واماندگی و ضریب برآ و کمترین ضریب پسا با استفاده از کوچکترین دامنه و طول موج بدست می‌آیند.

با توجه به مطالعات صورت گرفته، اگرچه دامنه و طول موج لبه حمله در بهبود عملکرد آیرودینامیکی بال با لبه حمله موج دار موثر است ولی پارامترهای هندسی دیگری نیز وجود دارند که

در روش DES کلاسیک، از مدل اسپالارات-آلماراس تحت عنوان یک مدل RANS استفاده می‌شده است. از جمله مزایای این روش می‌توان به کاهش زمان و هزینه محاسباتی ضمن حفظ دقت مطلوب در برخی مسائل بدون پیچیدگی‌های هندسی اشاره کرد. البته که مواردی همچون حذف بخش مهمی از نوسانات در ناحیه نزدیک دیواره و عدم توانایی مدل اسپالارت-آلماراس در تعیین دقیق محل قرارگیری ناحیه گذرا، نشان دهنده ضعف و از معایب این مدل است. قابل ذکر است که در سال‌های اخیر به منظور رفع برخی از ایرادات موجود در مدل مذکور، اصلاحاتی صورت گرفت که به ارائه مدل‌های شبیه‌سازی ادی تاخیریافته جداشده (Detached Delayed Eddy Simulation-DDES) و شبیه‌سازی ادی تاخیریافته جداشده بهبودیافته (Improved Detached Delayed Eddy Simulation-IDDES) ختم شد که در این مطالعه از حالت بهبودیافته مدل توربولانسی به دلیل تسخیر مناسب در حباب جداشده آرام حول سطح بالایی بال استفاده شده است.

علاوه بر این، در این تحقیق از الگوریتم سیمپل (یک روش نیمه ضمنی برای معادلات متصل به فشار) و یک گسسته سازی با دقت مرتبه دوم برای فشار و از حلگر درونیایی درجه دوم (درونیایی درجه دوم بالادست جهت حرکت شناسی همرفتی) استفاده شده است [۱۶]. در گسسته‌سازی حجم محدود معادلات بقا مورد استفاده قرار گرفته است. با این حال، انتگرال‌گیری زمانی به روش ضمنی با دقت مرتبه دوم، به منظور کاهش محدودیت‌های پایداری عددی تعبیه شده و تغییرات زمانی در هر مرحله از شبیه‌سازی نیز برابر با ۰.۰۰۲۵ ثانیه در نظر گرفته شده است. به منظور ثبت فرآیندهای<sup>۶</sup> متناوب که می‌تواند در جریان ظاهر شود، بازه زمانی بر اساس تعریف سرعت که نسبت معیار طول به معیار زمان است محاسبه گردیده است. به عبارت دیگر، معیار طول را برابر با طول وتر متوسط و سرعت را نیز سرعت جریان آزاد در نظر گرفته و معیار زمانی حاصله محاسبه شده است ( $t_c = \frac{c}{u_\infty}$ ). بر این اساس، حداکثر بازه زمانی حل می‌بایست به گونه‌ای باشد که به ازای ۱۰ بازه زمانی، جریان به اندازه طول وتر جابه‌جا شود. البته در نواحی نزدیک به دیواره، چون سرعت جریان بسیار کم می‌شود نیاز به تعداد بازه زمانی بیشتری برای طی



شکل ۱-مدل بال

حلگر مورد استفاده در این تحقیق، نرم‌افزار تجاری انسیس فلونت نسخه ۱۹.۲ می‌باشد. در شبیه‌سازی صورت گرفته، روند حل مستقل از زمان بوده و برای هندسه مورد نظر شرط عدم لغزش قرار داده شده است. عدد رینولدز بر مبنای طول وتر میانگین برابر ۱۴۰۰۰۰ در نظر گرفته شده است. شدت آشفتگی نیز در این تحقیق خفیف و در حدود ۱ درصد تنظیم شده است.

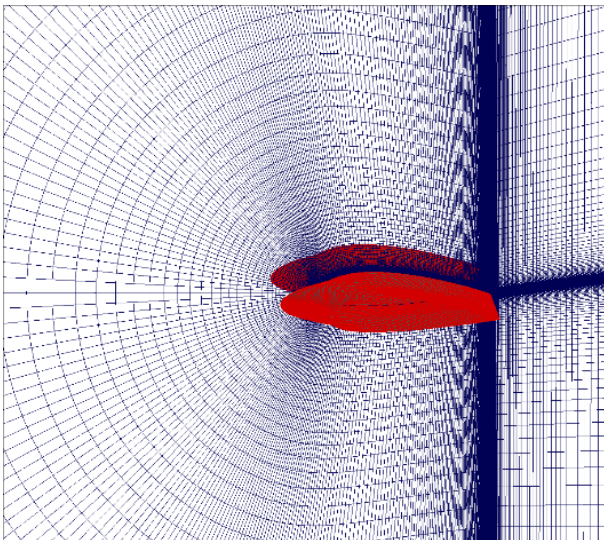
به منظور شبیه‌سازی عددی، لازم است معادلات ناویر-استوکس به روش حجم محدود حل گردد [۱۰]. به منظور مدل‌سازی ادی<sup>۵</sup> های آشفته در میدان جریان سیال، از مدل آشفتگی شبیه‌سازی ادی‌های جداشده (Detached Eddy Simulation-DES)، در تحقیق پیشرو استفاده شده است. این مدل آشفتگی در حقیقت ترکیبی از مدل k-w SST و LES می‌باشد که در نواحی نزدیک به دیواره از مدل RANS استفاده کرده و در نواحی دور از دیواره که ادی‌ها اندازه بزرگتری دارند از مدل شبیه‌سازی ادی‌های بزرگ (Large Eddy Simulation-LES) استفاده می‌کند. در واقع پژوهشگران پیشین، بدان دلیل که مدل شبیه‌سازی گردابه‌های جداشده در نواحی نزدیک به دیواره از روش‌های RANS و برای مدل‌سازی گردابه‌های بزرگ دور از دیواره از روش شبیه‌سازی ادی‌های بزرگ (LES) بهره می‌بردند، آن را بدین نام معرفی کردند. این در حالی است که ارتباط میان دو ناحیه RANS و LES، بدون نیاز به تعریف کاربر برای تعیین این ناحیه، به صورت خودکار عمل می‌کنند. این روش بر حسب توابع تغییر دهنده بین این دو مدل، دارای زیرشاخه‌ها و گونه‌های متفاوتی هستند. درواقع

<sup>۶</sup> periodic

<sup>۵</sup> Eddy

سلول‌هایی برابر ۶ میلیون جواب مناسبی حاصل شده، به طوری که نوع مش نهایی حول مدل مذکور در شکل ۳ نمایان شده است.

مرزهای دور میدان حل با فاصله تقریباً ۲۰ برابر طول وتر متوسط در اطراف بالواره جانمایی شده است. در مرز ورودی سرعت و در مرز خروجی از شرط مرزی فشار [۱۷] استفاده شده که این مرز دارای فاصله ۱۲ برابر طول وتر در پایین دست موقعیت بالواره وضع شده است. شرایط عدم لغزش<sup>۷</sup> نیز در تمام سطوح دیواره جامد بال نامحدود اعمال شده است که در شکل ۴ بوضوح قابل مشاهده می‌باشد. مطابق با پیشنهاد منتر<sup>۸</sup> [۱۸] به منظور تسخیر صحیح لایه مرزی آرام و گذار می‌بایست از تنظیم شدن مقدار  $y^+$  تقریباً حدود یک اطمینان داشت. در همین راستا در کار حاضر، مقدار  $y^+$  که در شکل ۵ نمایش داده شده و در بازه مناسبی متغیر است به طوریکه با الزامات مدل آشفتگی جریان مطابقت دارد.

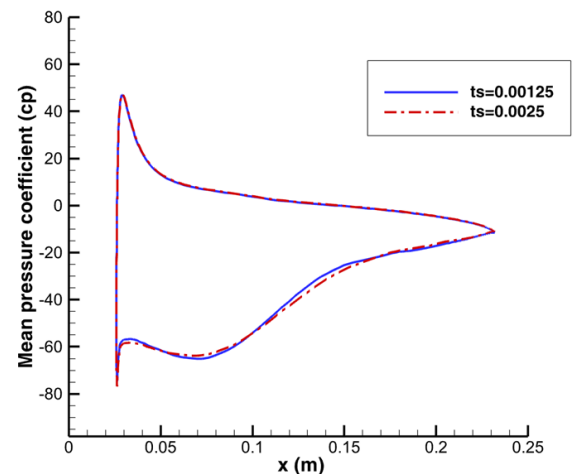


شکل ۳- شبکه بندی حول بال با لبه حمله سینوسی

کردن طول وتر بال می‌باشد. لذا طبق فرمول ۱ گام زمانی برابر با ۰.۰۰۲۵ در نظر گرفته شده است.

$$t_s = \frac{t_c}{10} = 0.0025 \text{ s} \quad (2)$$

همچنین به منظور تأیید استقلال گام زمانی، این مقدار زمانی در مرحله مقدماتی به نصف کاهش یافته و توزیع ضریب فشار بدست آمده به ازای این دو بازه زمانی در شکل ۲ مقایسه شده است. همانطور که از شکل مشخص است نصف کردن بازه زمانی منجر به تغییر در شبیه‌سازی نشده است و به همین دلیل، شبیه‌سازی‌های بعدی با بازه زمانی ۰.۰۰۲۵ انجام می‌پذیرد. نتایج حاصله نشان دادند که مقدار زمانی در نظر گرفته شده از دقت مطلوبی برخوردار است و نتایج حاصله را می‌توان مستقل از زمان در نظر گرفت. هنگام تنظیم پارامترهای شبیه‌سازی‌های عددی، مقادیر وتر بال برابر ۲۳۲ میلی‌متر و عدد رینولدز نیز ۱۴۰۰۰۰ در نظر گرفته شده که در این حالت با سرعت جریان آزاد  $U_\infty = 8/81478$  متر بر ثانیه مطابقت دارد.

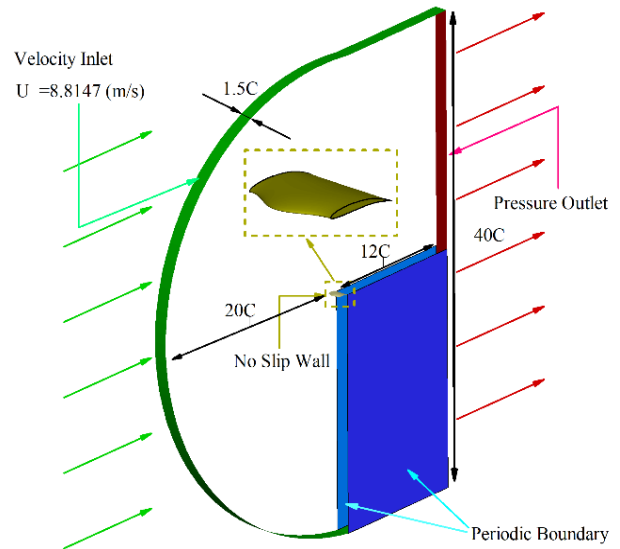


شکل ۲- نمودار ضریب فشار میانگین بین دو گام زمانی ۰.۰۰۱۲۵ و ۰.۰۰۲۵ در راستای صفحه Z و موقعیت ۰.۰۰۲ در قسمت دره بال

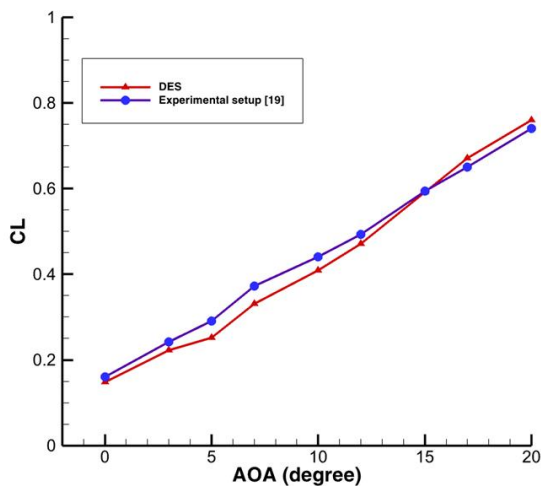
### شبکه بندی و شرایط مرزی

شبکه‌های محاسباتی مورد استفاده در شبیه‌سازی کنونی برای جریان حول بال نامحدود با لبه حمله سینوسی، با استفاده از توپولوژی ترکیبی C-H تولید شده است. استقلال از شبکه نیز با تغییر تعداد مش انجام گرفته به طوری که به ازای تعداد

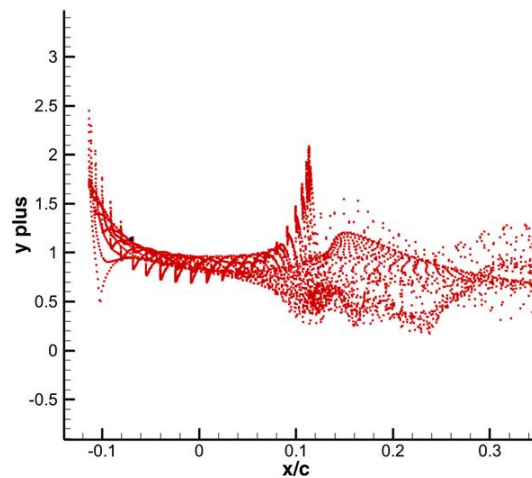
می شود. به طور معمول مقادیر ضریب پسا توافق ضعیفی در زوایای حمله بالا دارند؛ زیرا در این حالت ضریب پسای فشاری نقش پررنگی دارد و به دلیل کاهش کیفیت مش عددی بخصوص در نواحی داخل لایه مرزی، دقت محاسبه پسای فشاری و نیز ضریب اصطکاک سطحی<sup>۹</sup> کاهش می یابد. با این حال درصد خطا بین داده های شبیه سازی شده و آزمایشگاهی در ضریب برآ نتایج مطلوبی نمایان کرده است. بنابراین، نتایج حل عددی بال با لبه حمله موج دار با نتایج تجربی تأیید می شود.



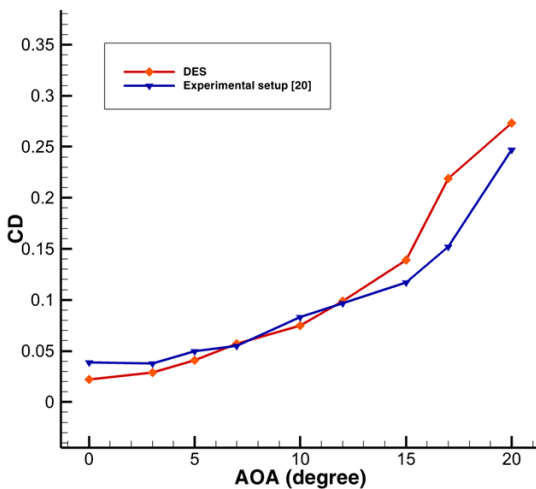
شکل ۴- شرایط مرزی تعریف شده در اطراف بالواره مورد مطالعه



شکل ۶- اعتبار سنجی ضرایب برآی بال لبه سینوسی در زوایای حمله مختلف



شکل ۵- مقدار  $y^+$



شکل ۷- اعتبار سنجی ضرایب برآی بال لبه سینوسی در زوایای حمله مختلف

### اعتبار سنجی

این بخش با اعتبار سنجی عملکرد مدل بال لبه حمله سینوسی آغاز می شود که در شکل ۶ و ۷ مقادیر کامل ضریب برآ و پسا حاصله از حل عددی با مقادیر آزمایشی تأیید مقایسه می شود [۲۰] [۱۹]. نتایج عددی ضریب برآ بال با نتایج آزمایشگاهی به خصوص در زاویه حمله بالاتر مطابقت بسیار خوبی دارد. شروع ضریب پسای بال در صفر درجه بوده و با افزایش زاویه حمله تا زمان جدایش نیز افزایش می یابد. افزایش سریعتر پسا بعد از زاویه حمله ۱۰ درجه نشانگر جدایی جریان ناشی از گرادیان فشار نامطلوب در لایه مرزی است.

معمولاً پیش بینی مقادیر ضریب برآ آسان است زیرا عمدتاً به دلیل اختلاف فشار در سطح بالا و پایین بال پدیدار

<sup>۹</sup> Skin friction

## نتایج

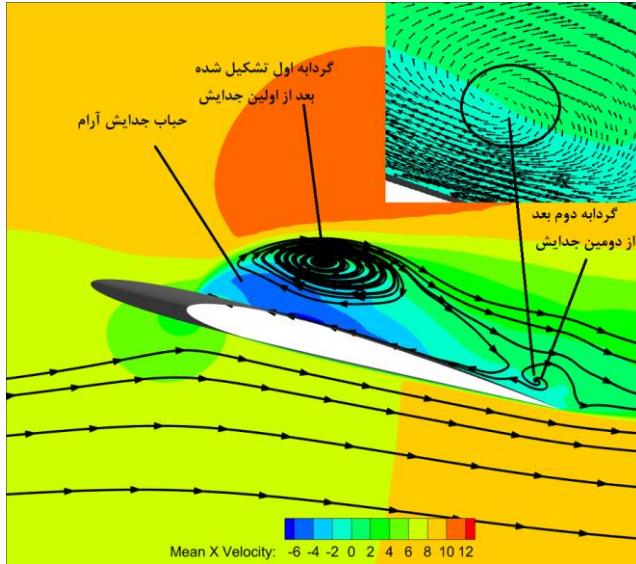
همانطور که گفته شد بال دندانه‌دار نامحدود سینوسی از بالواره EPLLER در این تحقیق مورد مطالعه و بررسی واقع شده است. در این مطالعه زاویه حمله ثابت برابر ۱۵ درجه که در ناحیه قبل از واماندگی می‌باشد در نظر گرفته شده است. دلیل انتخاب یک زاویه قبل از زاویه واماندگی همانطور که در بخش مقدمه بیان شد این است که بال‌ها با لبه حمله سینوسی به ازای زوایای حمله کم‌تر از زاویه واماندگی، عملکرد مناسبی ندارد؛ لذا برای رفع این معضل، مشخصات هندسی بال در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد به طوری که این ضعف بزرگ بال با لبه حمله سینوسی را برطرف نماید. علاوه بر این، طول موج و دامنه موج<sup>۱۰</sup> نیز ثابت در نظر گرفته شده، چراکه این دو پارامتر تاثیر بسزایی بر عملکرد بال با لبه حمله موج‌دار در تقلیل پدیده واماندگی و بهبود عملکرد آیرودینامیکی بال در نواحی بعد از واماندگی دارد. در نتایج قصد بر آن شد که تاثیرات تغییر سه فاکتور اثر ضخامت، انحنا و محل ماکزیمم ضخامت را بر عملکرد بال نامحدود سینوسی بررسی و علت این پدیده‌ها و نحوه ضرایب آیرودینامیکی آن‌ها مطالعه شود.

### بررسی اثر ضخامت بر عملکرد بال نامحدود سینوسی

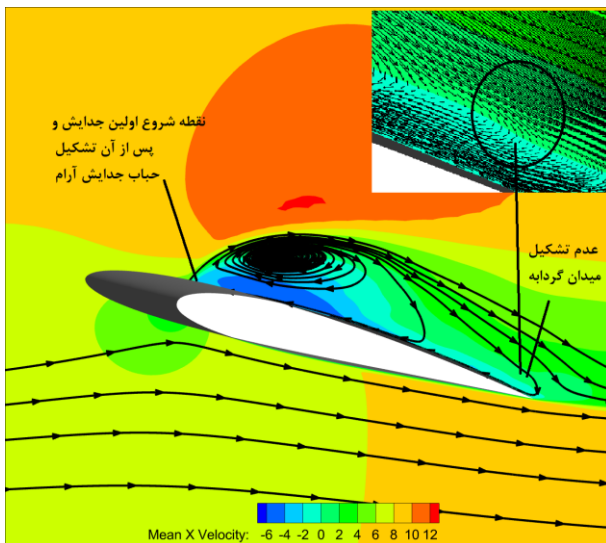
براساس داده‌های شبیه‌سازی که در جدول ۲ نمایان شده است با افزایش درصد ضخامت در بال نامحدود سینوسی، ضرایب برآ افزایش و پسا کاهش پیدا می‌کند. در تقابل افزایش نسبت ضریب برآ به پسا نیز منتج خواهد شد.

جدول ۲- کمیت‌های محاسبه شده در دو حالت در شبیه‌سازی

شماره حالت	ضخامت	ضریب برآ	ضریب پسا	نسبت ضریب برآ به پسا
حالت شماره ۱	۱۷٪/وتر	۱.۰۸	۰.۲۵	۴.۲۳
حالت شماره ۲	۲۶٪/وتر	۱.۱۲	۰.۲۴	۴.۶۷



حالت شماره ۱

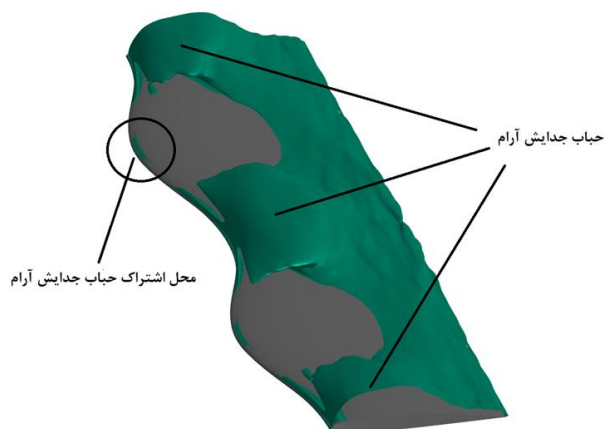


حالت شماره ۲

شکل ۸- کانتور و خطوط جریان سرعت متوسط گیری شده دو بال سینوسی با ضخامت‌های متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه در موقعیت دره بالواره لبه سینوسی

به منظور دستیابی به علت وقوع چنین رفتاری، کانتور سرعت متوسط در جهت جریان به ازای این دو حالت با ضخامت‌های متفاوت می‌تواند راه‌گشا باشد که در شکل ۸ این مقایسه انجام شده و به وضوح می‌توان ملاحظه کرد. همانطور که در این شکل مشخص است با افزایش ضخامت بال از ۱۷٪ به ۲۶٪ در حالت دوم، طول حباب جدا شده آرام بزرگ‌تر شده و نقطه برگشت جریان به انتهای لبه فرار برمی‌گردد. علاوه بر این، جریان در ناحیه بالایی حباب در حالت دوم به دلیل ارتفاع

نیروی پسا بوده است. از طرفی محل تجمع اشتراک حباب ها نیز در ناحیه قله در حالت ۱ کامل مشهود هست، لذا به راحتی می توان نتیجه گرفت نیروی پسا در حالت شماره ۱ بیشتر از حالت شماره ۲ خواهد بود.



حالت شماره ۱



حالت شماره ۲

شکل ۹- سطوح همانی سرعت متوسط گیری شده دو بال سینوسی با ضخامت های متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه

**بررسی محل ماکزیمم ضخامت بر عملکرد بال نامحدود سینوسی**

باتوجه به داده های شبیه سازی که در جدول ۳ نمایان شده، می توان دریافت که با افزایش محل ماکزیمم ضخامت در بال نامحدود سینوسی ضرایب برآ افزایش و پسا کاهش پیدا

بیشتر حباب جدا شده آرام روی سطح بالای بال، شتاب بیشتری می گیرد و جریان با سرعت بیشتری حرکت می کند و همین امر بر اساس معادله برنولی منجر به کاهش فشار جریان در ناحیه فوقانی بال در حالت دوم نسبت به حالت اول شده و منتج به افزایش برآ می شود. از طرف دیگر، حباب تشکیل شده در سطح بالایی بال در حالت اول به دلیل ضخامت کم تر آن، مومنتوم جریان سریع تر به لایه مرزی منتقل شده و جدایش رخ داده قبل از لبه فرار به سطح می چسبد و این امر منجر می شود که لایه برشی بین مرز حباب جدا شده آرام و جریان پیرامون آن باعث شکل گیری جدایش جریان ثانویه ای در انتهای لبه فرار شده و در نتیجه پسای تولید شده در حالت اول نسبت به حالت دوم افزایش می یابد. به همین دلیل کاهش ضخامت مقطع بال ضریب پسای بیشتر و ضریب برآی کمتری را نتیجه داده است. از طرفی هرچه حباب ضخیم تر باشد به واماندگی نزدیک تر خواهد بود، برعکس هر چه واماندگی دیرتر، ضریب برآ ماکزیمم<sup>۱۱</sup> بیشتر خواهد داشت. جریان در حالت ۲ همانطور که در کانتور متوسط نمایان است روی سطح بالایی شتاب بیشتری نسبت به حالت ۱ دارد پس نیروی برآ در حالت ۲ بیشتر است. از طرفی در حالت ۲ گردابه کوچکتر مشاهده می شود و در نتیجه ناحیه برگشت جریان کوچکتر خواهد بود که نتیجه می شود که نیروی پسای کمتری در حالت ۲ وجود خواهد داشت.

به منظور وضوح و مقایسه بهتر در مورد اندازه حبابها در این دو بال با ضخامت متفاوت، کانتور سطوح همانی<sup>۱۲</sup> که در آن سرعت متوسط (  $u=0$  ) صفر هست در شکل ۹ نشان داده شده است. آنطور که در حالت ۱ نمایان می باشد حباب جدا شده آرام دارای عرض بزرگتری نسبت به حالت دوم است. لذا وسیع بودن حباب جدا شده آرام در لبه حمله منجر به افزایش میزان سطح متاثر از برگشت جریان در لبه فرار می شود. علاوه بر این، در این شکل می توان به خوبی دید که چون حباب بزرگتر است در لبه ای فرار بال فشار با کاهش چشمگیر روبه رو خواهد بود، به همین دلیل جریان از سطح پایین به سمت بالا مکیده و گردابه کوچک در لبه فرار مشاهده می شود.

همانطور که واضح هست در نواحی دره دندانهای بال در حالت ۱ محدوده حباب بزرگتری نمایان هست که خود دلیل افزایش

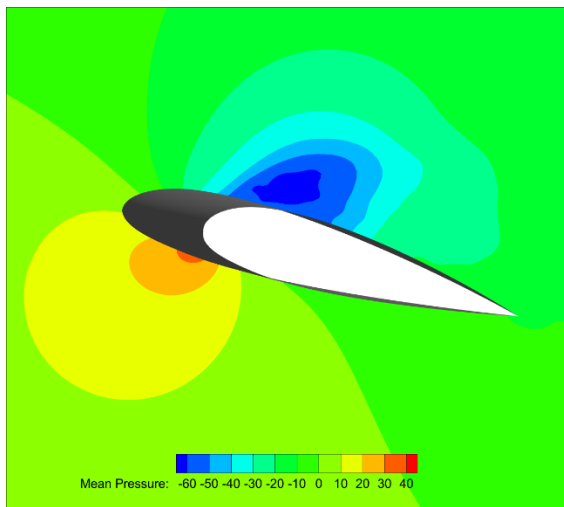
<sup>۱۱</sup> CLmax

<sup>۱۲</sup> Iso surface



در شکل ۱۰ کانتور سرعت راستای جریان متوسط گیری شده به ازای محل ماکزیمم ضخامت‌های متفاوت مقایسه شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود شیب انرژی در حالت ۳ کم شده؛ به عبارت دیگر میزان مومنتوم جریان در لایه‌های بالایی سطح در مقایسه با حالت ۴ کاهش پیدا کرده است. علاوه بر این، عقب رفتن محل ماکزیمم ضخامت منجر شد تا مرکز گردابه‌ها از سطح بال فاصله بگیرد. به همین دلیل نیز میزان انتقال مومنتوم جریان به ناحیه پشت گردابه در حالت ۴ بیشتر شده و همین امر منجر به افزایش نیروی برآ گشته است. ولی هنگامی که محل ماکزیمم ضخامت به لبه حمله نزدیک می‌شود (حالت ۳) حباب جدا شده آرام بزرگتر شده و مرکز گردابه‌ها نیز به سطح بال نزدیک می‌شود و همین امر نیز سبب افزایش پسا در حالت ۳ نسبت به حالت ۴ است.

به منظور مقایسه بهتر توزیع فشار حول این بال‌ها و میزان تاثیرپذیری محل ماکزیمم ضخامت بر توزیع فشار، کانتور فشار متوسط گیری شده در محل فرورفتگی بال در شکل ۱۱ به تصویر کشیده شده است. با توجه به این شکل، همانطور که مشهود هست ناحیه کم فشار در بالای دو بالواره وجود دارد، اما در حالت شماره ۴ ناحیه کم فشار که بصورت آبی پررنگ نمایان هست بسیار بیشتر از حالت شماره ۳ هست پس می‌توان نتیجه گرفت سرعت حالت ۴ نیز بیشتر خواهد بود لذا نیروی برآ بیشتری در ناحیه ۴ خواهیم داشت.

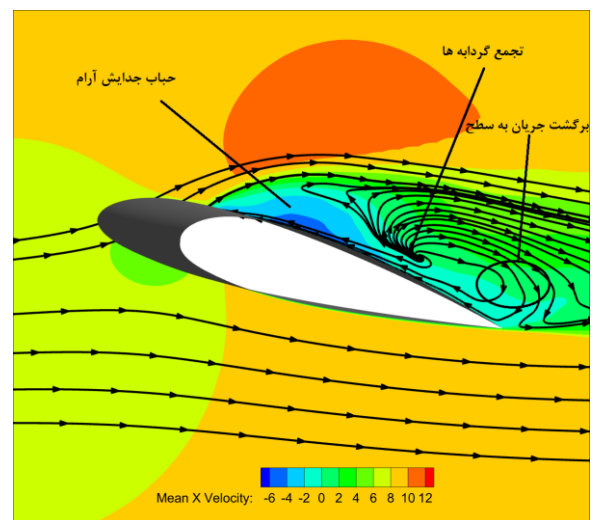


حالت شماره ۳

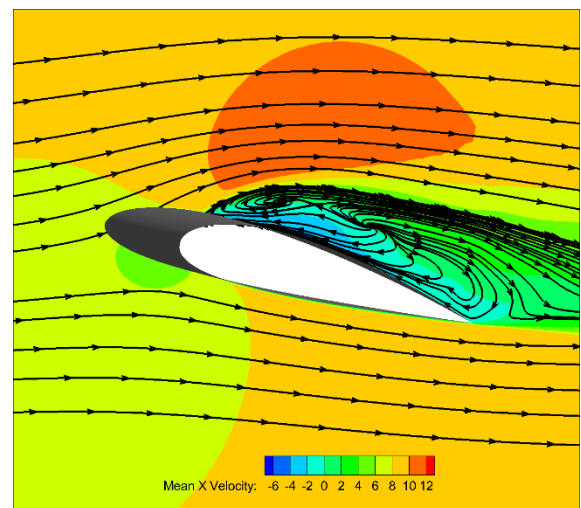
می‌کند و همچنین شاهد افزایش نسبت ضریب برآ به پسا نیز نمایان خواهد بود. همانطور که در قسمت قبل نیز بیان شد ضرایب آیرودینامیکی به شدت تحت تاثیر اندازه ناحیه حباب جدا شده آرام هستند.

جدول ۳- کمیت‌های محاسبه شده در دو حالت در شبیه سازی

حالت	محل ماکزیمم ضخامت	ضریب برآ	ضریب پسا	نسبت ضریب برآ به پسا
شماره ۳	۰.۱۸٪ وتر	۰.۸۳	۰.۲۳	۳.۶۰
شماره ۴	۰.۳۶٪ وتر	۰.۹۵	۰.۲۲	۴.۳۲

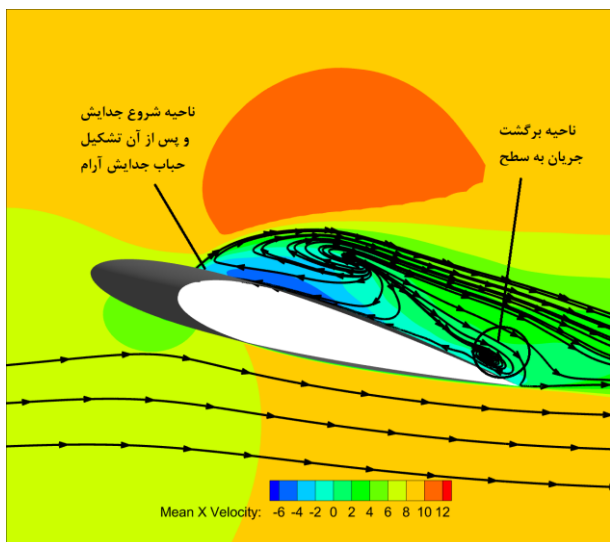


حالت شماره ۳

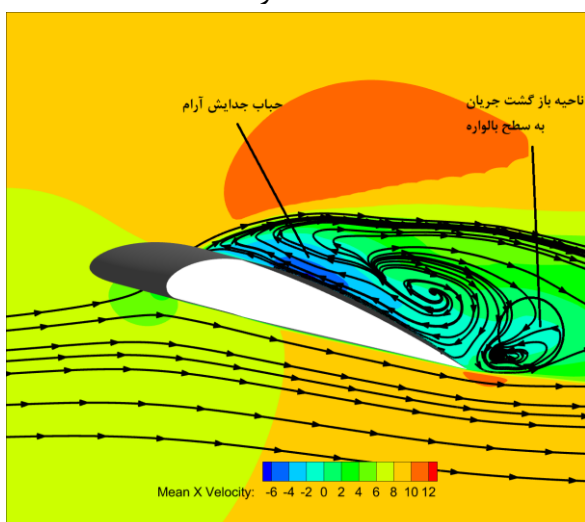


حالت شماره ۴

شکل ۱۰- کانتور و خطوط جریان سرعت متوسط گیری شده دو بال سینوسی بامحل ماکزیمم ضخامت های متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه در ناحیه دره بالواره



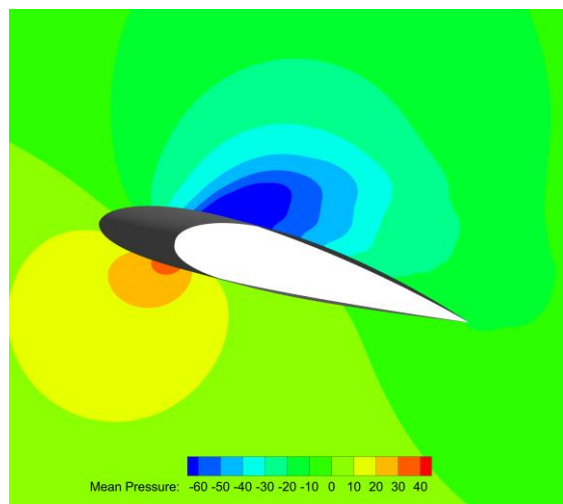
حالت شماره ۵



حالت شماره ۶

شکل ۱۲- کانتور و خطوط جریان سرعت متوسط گیری شده دو بال سینوسی با انحنای متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه در موقعیت دره بال نامحدود

همانطور که این شکل نشان می‌دهد افزایش انحنای سبب بزرگ‌تر شدن حباب جدایش آرام در سطح بالایی بال شده و در نتیجه دور از انتظار نیست که ضریب پسا رشد پیدا کرده است. ولی وقتی که میزان انحنای کم می‌باشد (حالت ۵) جریان به سطح باز می‌گردد اما در حالت ۶ بازگشت جریان و چسبیدن به سطح در فاصله دورتری رخ می‌دهد و منجر به جدایش بزرگ‌تر می‌شود. همچنین با توجه به اینکه جریان در حالت ۶ در قسمت بالایی بال شتاب بیشتری می‌گیرد لذا نیروی برآ در این حالت بیشتر خواهد بود.



حالت شماره ۴

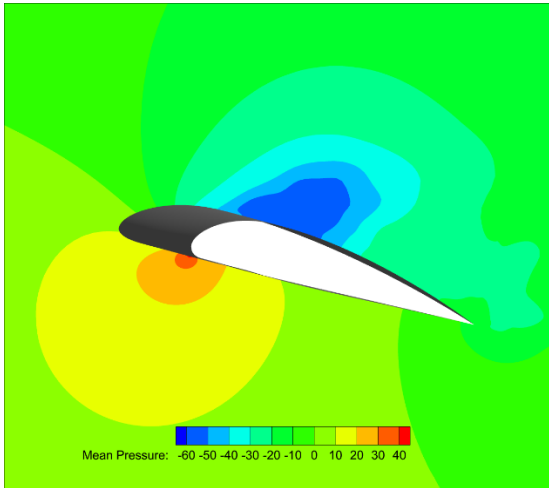
شکل ۱۱- کانتور فشار متوسط گیری شده دو بال سینوسی بامحل ماکزیمم ضخامت های متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه در موقعیت  $z=0.002$

### بررسی اثر انحنای بال نامحدود سینوسی

پارامتر تاثیرگذار دیگری که در این مطالعه مد نظر قرار گرفته است میزان انحنای بالواره مبنای تشکیل دهنده بال با لبه حمله موج دار است. به این منظور، دو انحنای مختلف ۰.۷۸٪ و ۱۳.۶٪ وتر در نظر گرفته شده و شبیه‌سازی صورت گرفته است. ضرایب آیرودینامیکی شامل ضریب برآ و ضریب پسا و نیز نسبت برآ به پسا در جدول ۴ مقایسه شده‌اند. همانطور که مشخص است با افزایش انحنای بالواره پایه، ضریب برآ افزایش پیدا می‌کند ولی ضریب پسا نیز با این تغییر رشد پیدا کرده و در نهایت منجر به افت در عملکرد آیرودینامیکی بال با لبه حمله موج‌دار شده است. یافتن دلیل این تغییرات و پی بردن به ریشه‌های آن، می‌تواند کمک بسیاری در طراحی‌های آینده کند. به همین دلیل به منظور بررسی و شناخت مکانیزم جریان، خطوط جریان حول بال در قسمت دره ای آن به ازای این دو حالت در شکل ۱۲ مقایسه شده‌اند.

جدول ۴- کمیت‌های محاسبه شده در دو حالت در شبیه سازی

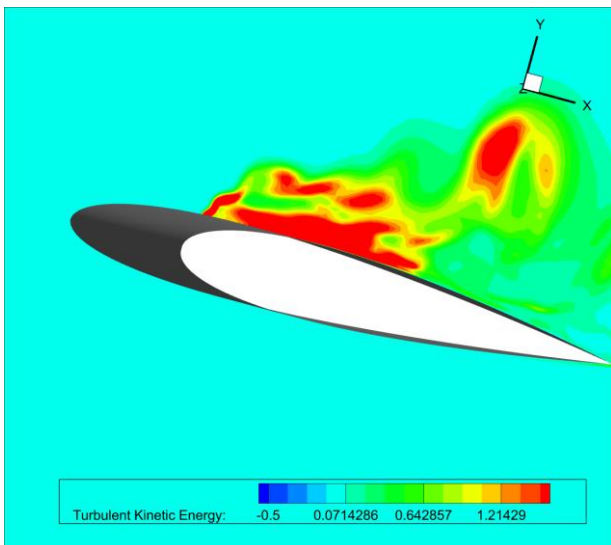
حالت	انحنای	ضریب برآ	ضریب پسا	نسبت ضریب برآ به پسا
شماره ۵	۰.۷۸٪ وتر	۰.۹۲	۰.۲۲	۴.۱۹
شماره ۶	۱۳.۶٪ وتر	۱.۰۰	۰.۲۵	۴.۰۰



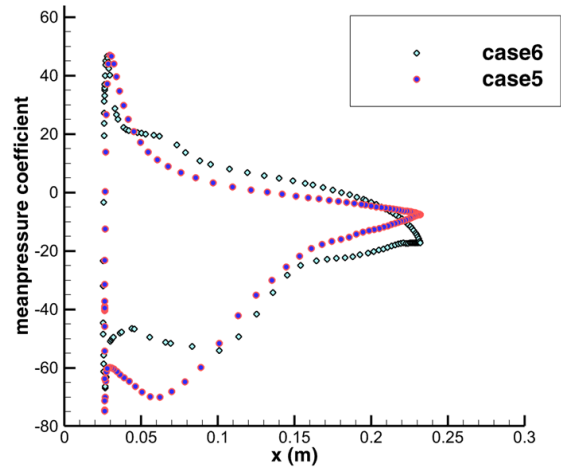
حالت شماره ۶

شکل ۱۴ - کانتور فشار متوسط گیری شده دو بال سینوسی با انحنا های متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه در قسمت دره بالواره

به منظور اشراف بر میدان توزیع فشار، کانتور فشار متوسط گیری شده در این دو حالت در شکل ۱۴ با هم مقایسه شده اند. طبق شواهدی که از دو کانتور مذکور بدست می آید ناحیه کم فشار حالت شماره ۶ به شدت بیشتر از ناحیه کم فشار حالت ۵ هست و لذا نیروی برآ در حالت ۶ بیشتر خواهد بود.

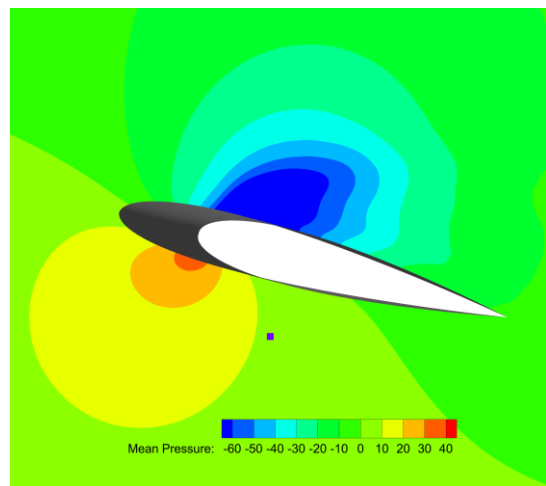


حالت شماره ۵



شکل ۱۳ - نمودار ضریب فشار متوسط دو بال سینوسی با انحنای متفاوت در قسمت دره بالواره و موقعیت  $z=0.002$

به منظور مقایسه طول حباب جدا شده آرام، ضریب فشار متوسط گیری شده در مقطع فرورفتگی لبه حمله موج دار در این دو حالت ۵ و ۶ در شکل ۱۳ مقایسه شده است. زمانی که حباب جدایش قصد تشکیل شدن دارد فشار در ناحیه داخلی حباب ثابت خواهد بود؛ به همین دلیل در شکل فوق نواحی از سطح بالایی بال که ضریب فشار تقریباً خط ثابت شده است نشان دهنده محل حباب می باشد. با مقایسه این دو نمودار می توان دریافت که طول حباب در حالت ۶ بزرگ تر از حالت ۵ است، چراکه فشار در این حالت تا طول بیشتری از سطح بال ثابت باقی مانده است. لذا افزایش طول حباب جدا شده آرام منجر به افزایش ضریب پسا خواهد شد.



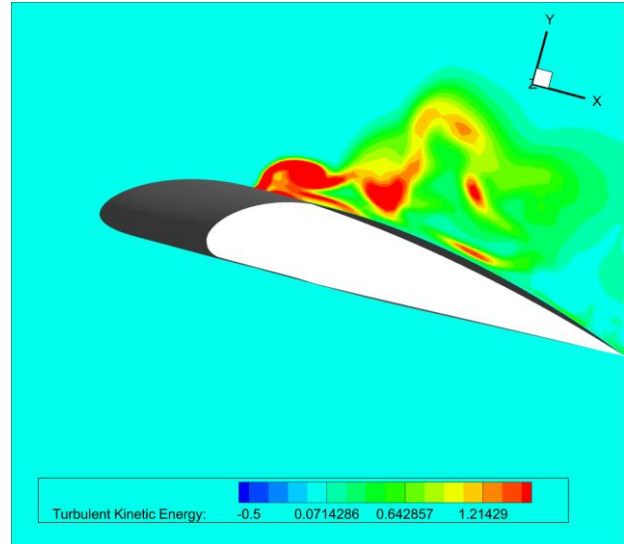
حالت شماره ۵

موجدار توصیه شده که این نوع کنترل غیرفعال جریان، منجر به افزایش عملکرد آیرودینامیکی میکروپرنده در زوایای بزرگتر از زاویه واماندگی شده و پدیده واماندگی را به خوبی کنترل کرده است ولی این روش کنترل غیرفعال، عامل کاهش عملکرد آیرودینامیکی پرنده در زوایای کم می‌شود. در این مقاله سعی بر این شد که با ثابت نگه داشتن طول موج و دامنه نوسان لبه حمله موج دار و تنها با تغییر در ویژگی‌های بالواره پایه، علت افت عملکرد آیرودینامیکی بال با لبه حمله سینوسی را در زوایای قبل از واماندگی تشریح کرد. بدین منظور، بالواره پایه از نوع اپلر (EPPLER) در زاویه حمله ۱۵ درجه در نظر گرفته شده و شبیه‌سازی عددی حول این بال صورت پذیرفته است. پارامترهای طراحی مدنظر شامل تغییرات انحنا، ضخامت و محل ماکزیمم ضخامت می‌باشد و میزان اثرگذاری هر یک از این متغیرها بر ضرایب آیرودینامیکی بررسی شده است. نتایج حاصله حاکی از آن است که:

- با افزایش ضخامت ضریب برآ افزایش و ضریب پسا کاهش می‌یابد که در نتیجه نسبت ضریب برآ به پسا نیز حدود ۱۰٪ افزایش خواهد یافت؛
- با افزایش محل ماکزیمم ضخامت، ضریب برآ افزایش و پسا کاهش یافته و در نتیجه نسبت برآ به پسا رشد بسیاری تا حدود ۲۰٪ کرده است. میزان حساسیت ضرایب آیرودینامیکی نسبت به تغییر محل ماکزیمم ضخامت در مقایسه با مقدار ضخامت نیز چشمگیر است؛
- با افزایش انحنا هم ضریب برآ و هم ضریب پسا افزایش می‌یابد و در مجموع نسبت این دو نیرو با افت ۴٪ همراه خواهد بود. بنابراین تغییر در انحنای بالواره پایه در طراحی بال با لبه حمله موج‌دار چندان توصیه نمی‌شود.

#### منابع و مراجع

- [1] Edel RK, Winn HE. Observations on underwater locomotion and flipper movement of the humpback whale *Megaptera novaeangliae*. *Mar Biol* 1978;48:279-87. <https://doi.org/10.1007/BF00397155>.
- [2] Perkins J, Whitehead H. Observations on Three Species of Baleen Whales off Northern Newfoundland and Adjacent



حالت شماره ۶

شکل ۱۵- کانتور فشار متوسط گیری شده دو بال سینوسی با انحنا های متفاوت در زاویه حمله ۱۵ درجه در موقعیت  $z=0.002$  در قسمت دره بالواره

علاوه بر این، تحلیل انرژی جنبشی توربولانسی<sup>۱۳</sup> (TKE) حول بال نامحدود به ازای انحنای مختلف می‌تواند در فهم بهتر مکانیزم جریان کمک بسزایی کند. انرژی جنبشی توربولانسی میانگین انرژی جنبشی بر یک واحد جرم مطابقت داده شده بر ادی‌ها در جریان متلاطم می‌باشد. از این‌رو، براساس کانتور مذکور مشاهده می‌شود که در حالت ۵، ناحیه با شدت توربولانسی زیاد به سطح بال نزدیک است و بخش بیشتری از وتر بال توسط این ناحیه پوشیده شده است. این امر موجب می‌شود جریان حباب جدا شده آرام سریع‌تر و در یک فاصله کم‌تری به سطح برگردد و در این حالت انتقال مومنتوم بیشتری صورت می‌پذیرد. به همین دلیل است که در حالت ۵ حباب جدا شده دارای طول کوچک‌تری است. اما در حالت شماره ۶، با توجه به ناحیه شدت توربولانسی زیاد جریان فضای کم‌تری از طول وتر بال را پوشانده لذا حباب جدا شده آرام فرصت طویل شدن پیدا می‌کند و دیرتر به سطح برمی‌گردد.

#### نتیجه‌گیری

به منظور افزایش مانورپذیری میکروپرنده‌ها و جلوگیری از وقوع واماندگی در زوایای حمله کم، استفاده از لبه حمله

- 2012;49:185–94.  
<https://doi.org/10.2514/1.J050631>.
- [13] Kelso R, Rostamzadeh N, Hansen K. Tubercle Geometric Configurations: Optimization and Alternatives. Flow Control Through Bio-inspired Leading-Edge Tubercles, Springer International Publishing; 2020, p. 69–84. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-23792-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-030-23792-9_3).
- [14] Chaitanya P, Joseph P, Narayanan S, Vanderwel C, Turner J, Kim JW, et al. Performance and mechanism of sinusoidal leading edge serrations for the reduction of turbulence-aerofoil interaction noise. vol. 818. 2017. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.141>.
- [15] Esmaeili A, Delgado HEC, Sousa JMM. Numerical Simulations of Low-Reynolds-Number Flow Past Finite Wings with Leading-Edge Protuberances. <https://doi.org/10.2514/1.C034591> 2017;55:226–38. <https://doi.org/10.2514/1.C034591>.
- [16] Pereira JCF, Sousa JMM. Finite Volume Calculations of Self-Sustained Oscillations in a Grooved Channel. *J Comput Phys* 1993;106:19–29. <https://doi.org/10.1006/jcph.1993.1087>.
- [17] Kobayashi MH, Pereira JCF, Sousa JMM. Comparison of several open boundary numerical treatments for laminar recirculating flows. *Int J Numer Methods Fluids* 1993;16:403–19. <https://doi.org/10.1002/fld.1650160505>.
- [18] Langtry RB, Menter FR, Likki SR, Suzen YB, Huang PG, Völker S. A correlation-based transition model using local variables - Part II: Test cases and industrial applications. *J Turbomach* 2006;128:423–34. <https://doi.org/10.1115/1.2184353>.
- [19] Guerreiro JLE, Sousa JMM. Low-reynolds-number effects in passive stall control using sinusoidal leading edges. *AIAA J* 2012;50:461–9. <https://doi.org/10.2514/1.J051235>.
- [20] Ali Esmaeili. Experimental and Computational Investigation of Hybrid Passive-Active Stall Control for Micro Aerial Vehicles. UNIVERSIDADE DE LISBOA INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO, 2018.
- Waters. J Fish Res Board Canada* 1977;34:1436–40. <https://doi.org/10.1139/f77-206>.
- [3] Fish FE, Howle LE, Murray MM. Hydrodynamic flow control in marine mammals. *Integr Comp Biol* 2008;48:788–800. <https://doi.org/10.1093/icb/icn029>.
- [4] Fish FE, Battle JM. Hydrodynamic design of the humpback whale flipper. *J Morphol* 1995;225:51–60. <https://doi.org/10.1002/jmor.1052250105>.
- [5] Watts P, Fish FE. The influence of passive, leading edge tubercles on wing performance. 2001.
- [6] Miklosovic DS, Murray MM, Howle LE, Fish FE. Leading-edge tubercles delay stall on humpback whale (Megaptera novaeangliae) flippers. *Phys Fluids* 2004;16. <https://doi.org/10.1063/1.1688341>.
- [7] Miklosovic DS, Murray MM, Howle LE. Experimental evaluation of sinusoidal leading edges. *J. Aircr.*, vol. 44, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc.; 2007, p. 1404–8. <https://doi.org/10.2514/1.30303>.
- [8] Weber PW, Howle LE, Murray MM, Miklosovic DS. Computational evaluation of the performance of lifting surfaces with leading-edge protuberances. *J Aircr* 2011;48:591–600. <https://doi.org/10.2514/1.C031163>.
- [9] Van Nierop EA, Alben S, Brenner MP. How bumps on whale flippers delay stall: An aerodynamic model. *Phys Rev Lett* 2008;100. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.054502>.
- [10] Esmaeili A, Delgado HEC, Sousa JMM. Numerical simulations of low-Reynolds-Number flow past finite wings with leading-Edge protuberances. *J. Aircr.*, vol. 55, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc.; 2018, p. 226–38. <https://doi.org/10.2514/1.C034591>.
- [11] Johari H, Henoch C, Custodio D, Levshin A. Effects of leading-edge protuberances on airfoil performance. *AIAA J* 2007;45:2634–42. <https://doi.org/10.2514/1.28497>.
- [12] Hansen KL, Kelso RM, Dally BB. Performance Variations of Leading-Edge Tubercles for Distinct Airfoil Profiles. <https://doi.org/10.2514/1.J050631>