

طراحی کنترل تعقیب مسیر کوادروتور با کنترل پسخورد حالت و تابع تنظیم ضرایب بهره بهینه

علیرضا آهنگرانی فراهانی^{۱*}، جلال کریمی^۲، سیدحسین ساداتی^۳

۱- پژوهشگر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۲- استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۳- دانشیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۰۵)

چکیده

در تحقیق حاضر سیستم کنترل تعقیب مسیر مرجع کوادروتور مورد توجه قرار گرفته است. برای این منظور یک ساختار کنترل دو حلقه‌ای ارائه شده که حلقه داخلی، مبتنی بر روش پسخورد حالت، ضرایب بهره بهینه به صورت تابعی از متغیرهای وضعیت به کمک الگوریتم ژنتیک استخراج شده است. سپس با استفاده از بانک داده‌های بهره و روش حداقل مربعات، یک تابع تنظیم بهره بهینه به دست آمده که به صورت برخط در حلقه کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرد. تابع مذکور براساس رابطه خطی بین متغیرهای حالت سیستم و بهره‌های کنترلی عمل می‌نماید. در طراحی حلقه خارجی از روش کنترل کلاسیک PID بهره گرفته شده است. از آنجاکه تابع محاسبه بهره‌های کنترلی از محاسبات الگوریتم ژنتیک استخراج می‌گردد، بنابراین خواص تابع معیار بهینه‌سازی در این تابع وجود دارد. برای ارزیابی این روش، کنترل‌کننده طراحی شده با کنترل‌کننده PID که بسیار پرکاربرد است مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی کارایی مناسب این تکنیک در کنترل زوایای اوایل پرنده، بهبود در مجموع خطای ردیابی و کاهش مصرف انرژی در در مقایسه با روش PID را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: کوادروتور، کنترل غیرخطی، معادلات شش درجه آزادی، تنظیم بهره‌های کنترلی، الگوریتم ژنتیک

Trajectory Tracking Control of Quadrotor Using State Space Feedback by Optimal Gain Tuning

Alireza Ahangarani Farahani*, Jalal Karimi and Hossein Sadati

Abstract

In this paper, a reference trajectory tracking control is designed for a typical quadrotor. For this purpose, two control loops is proposed as follow: the inner loop is based on state feedback control technique and optimal control which coefficients are obtained as a function of system states using the genetic algorithm. Then, optimal control coefficients functions are extracted using the optimally stored data and least square method. The mentioned control function is based on a linear relationship between system state space and control coefficients. In the outer control loop, the PID control is utilized. Since, in this approach, the control coefficients are obtained from the genetic algorithm, the properties of the fitness function are considered. The performance of the proposed controller is evaluated by a comparative study especially to the PID controller, which is widely used in the literature. The simulation results show the effective performance of this technique in controlling Euler angles, reduction in summation of tracking error and optimization in power consumption.

Key words: Quadrotor, Nonlinear Control, 6DOF equations, Gains tuning, Genetic Algorithm.

مقدمه

است. کوادروتورها با قابلیت استفاده در مأموریت‌های شهری، جاسوسی و عملیاتی و همچنین با دسترس‌پذیری و قابلیت اطمینان بالا، بسیاری را برای استفاده از آن متقاعد نموده‌است [۱].

با توجه به رویکرد عمومی در استفاده از پهپادهای کوچک و به‌طور ویژه کوادروتورها، در سال‌های اخیر، روش‌های فراوانی برای کنترل و پایدارسازی این پرنده توسط محققان ارائه شده

کنترل‌کننده تطبیقی برپایه لیاپانوف که با روش بهینه‌سازی گروه ذرات بهینه‌سازی شده است، بهره برده‌است. روش‌های کنترل تطبیقی با توجه به عدم شناخت پارامترهای سیستم در [۹] و [۱۰] مورد استفاده قرار گرفته‌است.

یکی دیگر از کنترل‌کننده‌های ساده غیرخطی که برای کنترل در کوادروتور بسیار مورد اقبال محققان قرار گرفته‌است، روش‌های کنترل مبتنی بر مود لغزشی است. در مرجع [۱۱] برای کنترل زوایا، از تکنیک تلفیق مود لغزشی و فازی استفاده شده است. این تکنیک حتی با در اختیار نداشتن مدل دقیق از سیستم قابلیت کنترل آن را دارد ولی استخراج توابع عضویت برای هر کانال کار بسیار دشواری است. استفاده از کنترل مود لغزشی به‌همراه تابع پتانسیل برای بهبود دنباله‌روی هدف زمینی متحرک توسط پرنده‌ی بال ثابت در مسیرهای منحنی شکل در مرجع [۱۲] ارائه شده است.

با توجه به عدم مدل‌سازی دقیق کوادروتور و با توجه به ابعاد و وزن این نوع پرنده‌ها، اغتشاشات و نویزهای محلی بر عملکرد آن اثر دارد. بنابراین، تکنیک‌های کنترل مقاوم یکی دیگر از گزینه‌های اصلی در کنترل کوادروتور محسوب می‌شود. در مرجع [۱۳] جهت ردیابی مسیر مرجع از کنترل‌کننده مقاوم استفاده شده است. نتایج حاصل از این مرجع، کارایی روش را نشان می‌دهد. در مرجع [۱۴] کنترل دنباله‌روی مسیر مرجع بر مبنای کنترل پس‌خورده مقاوم برای کوادروتور با ورودی دارای سطح اشباع طراحی شده است. از دیگر روش‌های کنترل غیرخطی می‌توان به روش کنترل‌کننده غیرخطی گام به عقب برای مسئله ردیابی مسیر مرجع [۱۵] و همچنین روش دینامیک معکوس [۱۶] اشاره کرد. روش کنترل خطی‌سازی پس‌خورده مبتنی بر متغیرهای حالت، به‌دلیل سادگی در پیاده‌سازی و استفاده از آن در دامنه وسیع کاری سیستم‌های غیرخطی، برای کنترل زوایای اوپلر در کوادروتور به کار گرفته شده است [۱۷].

در تحقیق حاضر، یک ساختار کنترل دو حلقه‌ای ارائه شده است. در حلقه خارجی موقعیت با موقعیت مطلوب مقایسه شده و مقادیر زوایای اوپلر به کمک کنترل‌کننده PID محاسبه می‌شود. در حلقه داخلی برای کنترل زوایای اوپلر از کنترل‌کننده پس‌خورده حالت استفاده شده که در آن، جهت محاسبه ضرایب بهره حلقه داخلی، روشی جدیدی ارائه شده است. در این روش، به منظور محاسبه برخط ضرایب بهره یک

کوادروتور دارای ساختاری با چهار موتور مجزا بوده که از آن‌ها برای کنترل زوایای رول، پیچ و یاو استفاده می‌نماید. از طرفی تغییرات مکانی این پرنده با تغییر در اختلاف سرعت ملخ‌ها رخ خواهد داد. با تغییر سرعت در موتورهای جلو و عقب حرکت طولی و با تغییر سرعت در موتورهای چپ و راست حرکت عرضی در پرنده ایجاد خواهد شد. تغییرات در راستای عمود نیز با اختلاف بین هر جفت از موتورها رخ می‌دهد.

ربات پرنده کوادروتور یک سیستم زیرتحرک است زیرا تعداد ورودی‌ها (چهار ورودی) از تعداد خروجی‌ها (شش خروجی) کمتر بوده و همچنین به دلیل ساختاری دارای ناپایداری ذاتی است [۲].

مدل‌سازی دقیق پرنده شش درجه آزادی کوادروتور، دارای معادلات غیرخطی پیچیده است. لذا طراحی کنترل‌کننده‌ای که بتواند در تمام شرایط، عملکرد مناسب داشته و پایداری کوادروتور را تضمین نماید بسیار مهم و ضروری است. با توجه به نوع مدل دینامیکی ربات پرنده، کنترل‌کننده‌های خطی، غیرخطی و هوشمند متفاوتی برای کنترل آن ارائه شده است.

در دسته کنترل‌کننده‌های خطی برای کوادروتور، استفاده از کنترل‌کننده‌های PID و کنترل‌کننده‌های LQR در مراجع [۳] و [۴] ارائه شده است. استفاده از ترکیب کنترل‌کننده‌های PI و PID برای کنترل موقعیت و وضعیت در مرجع [۵] مطرح شده است. در این مرجع برای کنترل در صفحه افق، کنترل‌کننده PI طراحی شده و برای کنترل زوایا، کنترل‌کننده PID استفاده شده است. از روش LQR و کنترل بازگشتی برای کنترل و پایداری زوایا در مد هاور در مرجع [۶] استفاده شده است. با توجه به اینکه این کنترل‌کننده‌ها برای مدل خطی شده از سیستم، طراحی می‌شوند، بنابراین، برای ناحیه کوچک کاری مورد استفاده قرار گرفته و خاصیت فراگیر بودن را ندارند. بنابراین، در سیستم‌های خطی سعی شده است تا با تقسیم عملکرد سیستم به چند حالت و استفاده از بهره‌های مختلف در هر کدام از شرایط، این مشکل را حل نمایند [۷].

از طرفی، با توجه به مدل دینامیکی غیرخطی کوادروتور، کنترل‌کننده‌های غیرخطی متفاوتی نیز ارائه شده است. کنترل‌کننده تطبیقی بهینه مقاوم با توجه به عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و همچنین اغتشاشات موجود برای کوادروتور در مرجع [۸] ارائه شده است. در این مقاله از

در رابطه (۳) u, v و w سرعت خطی پرنده و q, p, r سرعت زاویه‌ای پرنده در دستگاه بدنی است. در این روابط ϕ, θ و ψ زوایای اوایلر هستند و I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} و I_{rotor} به ترتیب ممان اینرسی پرنده حول محوره‌های x, y, z در دستگاه بدنی و ممان اینرسی هرروتور حول محور چرخش است. در نهایت m و g به ترتیب بیانگر جرم پرنده و شتاب جاذبه زمین است و Ω_r براساس رابطه زیر استخراج می‌شود [۲۰]:

$$\Omega_r = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 = \sum_{i=1}^4 (-1)^i \omega_i \quad (2)$$

از طرفی در رابطه (۱)، u_1, u_2, u_3 و u_4 ورودی‌های کنترلی هستند که براساس سرعت روتورها به صورت زیر مشخص می‌شوند:

$$\begin{aligned} u_1 &= b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ u_2 &= bl(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ u_3 &= bl(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ u_4 &= K(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن b بیانگر فاکتور نیروی برا، K بیانگر فاکتور نیروی پسا و l طول هر یک از چهار بازو است. بنابراین، با توجه به رابطه (۳) می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & bl & 0 & -bl \\ bl & 0 & -bl & 0 \\ k & -k & k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & bl & 0 & -bl \\ bl & 0 & -bl & 0 \\ k & -k & k & -k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

با کمی ساده‌سازی، معادلات حرکتی سیستم را براساس فضای حالت می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۱]:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \dot{\theta}\psi \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) - \dot{\theta} \frac{I_{rotor}}{I_{xx}} \Omega_r + \frac{u_2}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\psi \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) - \dot{\phi} \frac{I_{rotor}}{I_{yy}} \Omega_r + \frac{u_3}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta} \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) + \frac{u_4}{I_{zz}} \\ \dot{x} &= (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{1}{m} u_1 \\ \dot{y} &= (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{1}{m} u_1 \\ \dot{z} &= -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} u_1 \end{aligned} \quad (5)$$

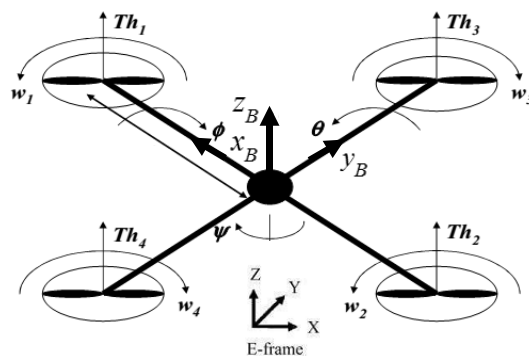
برطبق روابط (۵) موقعیت پرنده به زوایا وابسته هستند در حالی که زوایا به متغیرهای موقعیت وابسته نیستند. با همین

تابع استخراج شده است. ورودی تابع مذکور حالت‌های سیستم و خروجی آن ضرایب کنترلی است. تابع مذکور از طریق شکل‌دهی یک مسئله بهینه‌سازی و حل آن در نقاط کاری مختلف، از طریق الگوریتم ژنتیک، استخراج می‌شود. بررسی پایداری سیستم با روش مطرح شده نیز در اینجا ارائه گردیده است.

سازمان‌دهی مقاله بدین شرح است: در بخش دوم مدل دینامیکی پرنده ارائه شده، در بخش سوم اصول طراحی و کنترل‌کننده حلقه داخلی و خارجی و نحوه استخراج تابع محاسبه ضرایب بهره بیان شده است. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی آمده و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادات آمده است.

مدل ریاضی کوادروتور

برای استخراج مدل ریاضی پرنده مورد نظر، در ابتدا پرنده یک جسم صلب در فضا در نظر گرفته شده که یک چهارچوب ثابت به بدنه به نام چهارچوب بدنه B به آن متصل شده و یک چهارچوب بر روی زمین به نام E همانند آنچه در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در نظر گرفته می‌شود [۱۸].



شکل ۱: نمایش ساده از کوادروتور.

معادلات حرکت شش درجه آزادی کوادروتور به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۹]:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= rv - qw - g \sin \theta \\ \dot{v} &= pw - ru + g \cos \theta \cos \psi \\ \dot{w} &= qu - pv + g \cos \theta \cos \psi - \frac{1}{m} u_1 \\ \dot{p} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})qr}{I_{xx}} + \frac{u_2}{I_{xx}} + q \frac{I_{rotor}}{I_{xx}} \Omega_r \\ \dot{q} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} + \frac{u_3}{I_{yy}} - p \frac{I_{rotor}}{I_{yy}} \Omega_r \\ \dot{r} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})qp}{I_{zz}} + \frac{u_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (1)$$

طراحی سیستم کنترل

برای کنترل موقعیت کوادروتور، یک ساختار دو حلقه‌ای همانند شکل ۲ استفاده شده است.

با توجه به بلوک دیاگرام شکل ۲، حلقه خارجی برای کنترل موقعیت و حلقه داخلی کنترل وضعیت پرنده را انجام می‌دهد.

حلقه کنترل خارجی

در حلقه خارجی، زوایای رول، پیچ و یاو مطلوب با استفاده از ورودی فرمان مسیر مرجع و سیگنال پسخورد موقعیت وسیله پرنده براساس کنترل‌کننده PID به‌دست می‌آیند [۲۲].

$$\begin{aligned} \theta_d &= K_{p\theta}(x_d - x) + K_{d\theta}(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_{I\theta} \int (x_d - x) \\ \phi_d &= K_{p\phi}(y_d - y) + K_{d\phi}(\dot{y}_d - \dot{y}) + K_{I\phi} \int (y_d - y) \\ \psi_d &= \tan^{-1} \left(\frac{y_d - y}{x_d - x} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن x و x_d به ترتیب نشان دهنده موقعیت مطلوب و موقعیت واقعی پرنده در راستای محور x و y_d و y موقعیت مطلوب و واقعی پرنده در راستای محور y است. ارتفاع پروازی هم از طریق یک کنترل‌کننده PID به صورت مستقل کنترل می‌شود. ضرایب این کنترل‌کننده با الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی شده است.

حلقه کنترل داخلی

در کنترل حلقه داخلی یا کنترل‌کننده وضعیت همان‌طور که در بلوک دیاگرام شکل ۲ مشاهده می‌شود، سیگنال زوایای وضعیت تولید شده توسط حلقه خارجی، به عنوان ورودی فرمان وارد حلقه می‌شود. اختلاف این سیگنال با پسخورد زوایای وضعیت پرنده مقدار خطای زاویه‌ای پرنده را به دست می‌دهد. در اینجا برای حلقه داخلی از کنترل‌کننده پسخورد حالت استفاده شده است که ضرایب کنترل‌کننده به صورت برخط در هر لحظه براساس حالت‌های سیستم محاسبه می‌گردد. در بخش بعدی روش استخراج تابع محاسبه ضرایب کنترلی توضیح داده خواهد شد.

استدلال می‌توان گفت که حلقه کنترل زوایا را می‌توان از حلقه کنترل موقعیت و ارتفاع جدا نمود و به صورت مستقل کنترل نمود. لذا رابطه شش درجه آزادی موجود در رابطه (۵) را برای زوایا می‌توان به فرم بسته زیر نوشت:

$$\ddot{Q} = f(Q, \dot{Q}) + \beta \tau(U) \quad (6)$$

که در این رابطه پارامترها عبارتند از:

$$\ddot{Q} = [\ddot{\phi} \quad \ddot{\theta} \quad \ddot{\psi}]^T$$

$$f(Q, \dot{Q}) = \begin{bmatrix} \theta \dot{\psi} \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) - \theta \frac{I_{rotor}}{I_{xx}} \Omega_r \\ \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) - \dot{\phi} \frac{I_{rotor}}{I_{yy}} \Omega_r \\ \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) \end{bmatrix}$$

$$\beta \tau(U) = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

بنابراین، معادلات غیرخطی ساده شده کوادروتور به صورت زیر قابل بازنویسی است:

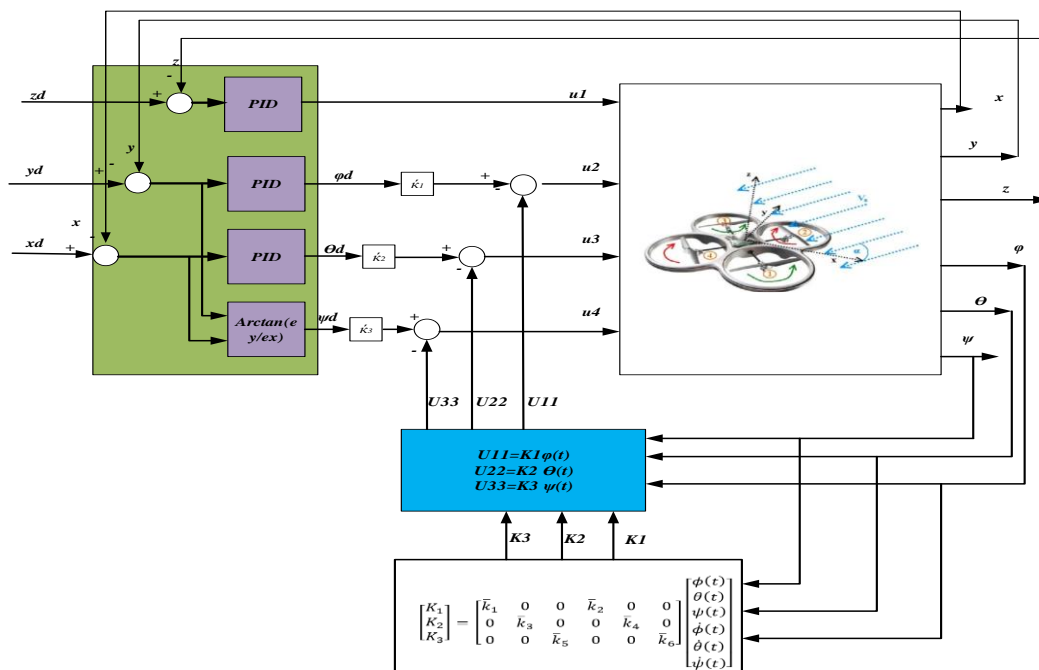
$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + Bu(t) \quad (7)$$

که در اینجا $x(t) = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$ بردار 6×1 متغیرهای حالت سیستم و $u(t) = [u_2 \quad u_3 \quad u_4]^T$ ورودی‌های سیستم بوده و $A(x(t))$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) \dot{\theta} \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) \dot{\psi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix}$$

از آنجا که این معادلات به فرم بسته نوشته شده‌اند، برای اثبات پایداری و استفاده در شبیه‌سازی می‌تواند مناسب باشد.



شکل ۲: بلوک دیاگرام سیستم کنترل کوادروتور.

استخراج تابع تنظیم ضرایب بهره

که در آن $r(t)$ مقادیر مطلوب ورودی است و معرفی شد و $H(t)$ به صورت زیر است:

$$H(t) = [\emptyset \quad \theta \quad \psi]^T$$

در ادامه، الگوریتم ژنتیک تحت ورودی‌های متفاوت، مانند تابع پله، تابع سینوسی، تابع پالسی، وجود نویز اندازه‌گیری در سیستم و عدم قطعیت در پارامترهای جرمی و اینرسی، اجرا شده است. مشخصات سیگنال‌های ورودی، محدوده عدم قطعیت‌ها و نویز اندازه‌گیری در جدول ۱ آمده است. مقادیر ضرایب کنترلی برای هر تست استخراج می‌شود و در یک ماتریس به نام S ذخیره می‌گردد. بنابراین برای N اجرا، ماتریس S را می‌توان نوشت:

$$S = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} & \dots & K_{l1} \\ K_{12} & K_{22} & \dots & K_{l2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{1N} & K_{2N} & \dots & K_{lN} \end{bmatrix}$$

که در اینجا l نشان دهنده تعداد ضرایب کنترلی و به عنوان مثال، K_{l2} یعنی ضریب کنترلی K_l در اجرای دوم الگوریتم بهینه‌سازی است. همچنین مقادیر حالت‌های سیستم در نقطه نهایی در هر تست در ماتریسی به نام M ذخیره می‌گردد. بنابراین، می‌توان نوشت:

جهت دستیابی به پایداری و عملکرد مطلوب در سیستم‌های دارای کنترل، تنظیم بهره‌های کنترلی نقش بسیار اساسی دارد. هدف حلقه داخلی، کنترل زوایای اولیه جهت پایداری و ردیابی سیگنال مطلوب است. در این بخش هدف استخراج تابع تنظیم ضرایب بهره‌های کنترلی است که به فرم زیر فرموله می‌شود:

$$K = f(x(t)) = \bar{K}x(t) \quad (10)$$

الگوریتم استخراج تابع تنظیم ضرایب بهره دارای پنج گام زیر است.

گام اول: مبتنی بر روش کنترل پسخوردها می‌توان نوشت:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(r(t) - Kx(t)) \Rightarrow \dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + Br(t) \quad (11)$$

در اینجا $r(t)$ مقادیر مطلوب ورودی است که یک بردار 3×1 بوده که عبارت است از:

$$r(t) = [\emptyset_d \quad \theta_d \quad \psi_d]^T$$

توجه شود که در این گام، مقادیر ضرایب بهره K مجهول است.

گام دوم: یک مسئله بهینه‌سازی با تابع معیار به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$J = \int |r(t) - H(t)| dt \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{k}_1 & 0 & 0 & \bar{k}_2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_3 & 0 & 0 & \bar{k}_4 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_5 & 0 & 0 & \bar{k}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \theta(t) \\ \psi(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \bar{K}x(t) \quad (14)$$

هدف اصلی در اینجا استخراج ماتریس \bar{K} (پارامترهای رابطه بین ضرایب کنترلی و حالت‌های سیستم) است که در گام چهارم به دست می‌آید. از طرفی با استفاده از رابطه (۱۴) می‌توان گفت که ضرایب کنترلی در هر لحظه و با استفاده از حالت‌های سیستم به‌روزرسانی می‌شود. بنابراین، با استفاده از رابطه (۱۳) و (۱۴) قانون کنترلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$u(t) = -Kx(t) \Rightarrow u(t) = -(\bar{K}x(t))x(t) \quad (15)$$

گام چهارم: با داده‌های ذخیره شده در گام دوم و با استفاده از روش حداقل مربعات، ارتباط خطی بین ضرایب کنترلی و حالت‌های سیستم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{K} = (M^T M)^{-1} M^T S \quad (16)$$

گام پنجم: توابع استخراج شده بر روی سیستم غیرخطی پیاده‌سازی می‌شود.

تحلیل پایداری

در این بخش، اثر تابع تنظیم بهره‌های کنترلی ارائه شده به‌همراه کنترل‌کننده بر پایداری کوادروتور بررسی خواهد شد. برای بررسی پایداری کنترل‌کننده، پس‌خورده حالت برای سیستم غیرخطی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$u(t) = -K(x(t))x(t) = -(\bar{K}x(t))x(t) \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۷) می‌توان این رابطه را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(-K(x(t))x(t)) \Rightarrow \dot{x}(t) = (A(x(t)) - BK(x(t)))x(t) \quad (18)$$

برای اثبات پایداری رابطه (۱۸) از تابع لیاپانوف به فرم زیر می‌توان استفاده نمود:

$$V = \frac{1}{2} X^T(t)X(t) \quad (19)$$

$$M = \begin{bmatrix} x_{11}(t_f) & x_{21}(t_f) & \dots & x_{n1}(t_f) \\ x_{12}(t_f) & x_{22}(t_f) & \dots & x_{n2}(t_f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1N}(t_f) & x_{2N}(t_f) & \dots & x_{nN}(t_f) \end{bmatrix}$$

که در اینجا n تعداد حالت‌های سیستم که در N تست در زمان نهایی هر اجرا بهینه‌سازی (t_f) ذخیره گردیده است.

جدول ۱: تست‌های انجام شده برای استخراج ضرایب کنترلی

تست	ورودی	عدم قطعیت در پارامتر	نویز
۱	$x(t) = 50 \sin \frac{\pi}{40} t$ $y(t) = -30 \cos \frac{\pi}{40} t$	ندارد	سفید
۲	$x(t) = 20 \cos \frac{\pi}{12} t$ $y(t) = -50 \sin \frac{\pi}{12} t$	عدم قطعیت در جرم و ممان اینرسی‌ها به میزان ۱۰ درصد با توزیع تصادفی یکنواخت	سفید
۳	$x(t) = -8u(t)$ $y(t) = 14u(t)$	عدم قطعیت در جرم و ممان اینرسی‌ها به میزان ۱۰ درصد با توزیع تصادفی یکنواخت	سفید
۴	$x(t) = \text{pulse}(amp = 15, f = 20\text{Hz})$ $y(t) = \text{pulse}(amp = -15, f = 20\text{Hz})$	ندارد	ندارد
۵	$x(t) = \text{pulse}(amp = -5, f = 40\text{Hz})$ $y(t) = \text{pulse}(amp = -10, f = 40\text{Hz})$	عدم قطعیت در جرم و ممان اینرسی‌ها به میزان ۱۰ درصد	سفید

گام سوم: رابطه خطی بین حالت‌های سیستم و ضرایب کنترلی به فرم زیر ایجاد می‌شود:

$$\begin{aligned} K_1 &= \bar{k}_1 x_1(t) + \bar{k}_2 x_4(t) = \bar{k}_1 \phi(t) + \bar{k}_2 \dot{\phi}(t) \\ K_2 &= \bar{k}_3 x_2(t) + \bar{k}_4 x_5(t) = \bar{k}_3 \theta(t) + \bar{k}_4 \dot{\theta}(t) \\ K_3 &= \bar{k}_5 x_3(t) + \bar{k}_6 x_6(t) = \bar{k}_5 \psi(t) + \bar{k}_6 \dot{\psi}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

با این فرض که در معادلات مربوط به کوادروتور، هر نیروی کنترلی بر یک کانال اثرگذار است، بنابراین، در اینجا برای محاسبه ورودی کنترلی هر کانال از حالت‌های آن کانال استفاده می‌شود. در نتیجه می‌توان معادلات بالا را به فرم بسته زیر نوشت:

واضح است که شرط $V \geq 0$ برقرار است. در ادامه مشتق تابع لیاپانوف بررسی می‌شود.

$$\dot{V} = X^T(t)\dot{X}(t) \Rightarrow \dot{V} = X^T(t)(A(x(t)) - BK(x(t)))X(t) < 0 \quad (20)$$

برای برقراری شرط $\dot{V} < 0$ ، باید بخش داخل پرانتز منفی باشد. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$A(x(t)) - K(x(t)) < 0 \Rightarrow A(x(t)) - \bar{K}x(t) < 0 \quad (21)$$

اگر رابطه بالا ارضا شود، آنگاه تابع محاسبه ضرایب استخراج شده، سیستم را پایدار می‌نماید.

شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

در این بخش، برای بررسی و اثبات عملکرد روش ارائه شده مبتنی بر تابع تنظیم ضرایب بهره، شبیه‌سازی بر روی یک کوادروتور نوعی با مشخصات جدول ۲ برای مدت زمان ۱۰۰ ثانیه در نرم‌افزار MATLAB/SIMULINK انجام شده است [۱۹]. قابل ذکر است که برای حلقه خارجی، ضرایب کنترل‌کننده با استفاده از الگوریتم ژنتیک و با هدف حداقل کردن خطا، طراحی شده است. برای بررسی کارایی کنترل‌کننده طراحی شده، رویکرد پیشنهاد شده با یک ساختار کنترل‌کننده PID دو حلقه‌ای که ضرایب بهره آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی شده‌اند مقایسه شده است. تابع معیار در مسئله طراحی کنترل‌کننده، حداقل کردن خطای ردیابی است. همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است ورودی حلقه خارجی، موقعیت و ورودی مطلوب حلقه داخلی، زوایای وضعیت است.

جدول ۲: پارامترهای کوادروتور.

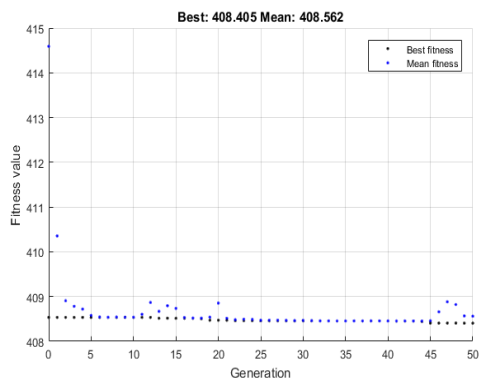
پارامتر	مقدار	واحد	علامت
جرم	۰/۸	kg	m
ممان اینرسی حول محور X	۰/۰۲۸	kg.m ²	I _{xx}
ممان اینرسی حول محور Y	۰/۰۳۱	kg.m ²	I _{yy}
ممان اینرسی حول محور Z	۰/۰۴۴	kg.m ²	I _{zz}
ممان اینرسی روتور	۰/۰۰۰۰۸۳	kg.m ²	I _{rotor}
فاکتور نیروی برا	۰/۰۰۰۰۳	kg.m ²	b
فاکتور نیروی پسا	۰/۰۰۰۰۰۳	kg.m ²	K
بازوی پرنده	۰/۲	m	l
شعاع روتور	۰/۱۲	m	R
شتاب جاذبه	۹/۸۱	$\frac{m}{s^2}$	g

پارامترهای در نظر گرفته شده برای پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: تنظیمات در نظر گرفته شده برای الگوریتم ژنتیک.

تعداد جمعیت	تعداد نسل	احتمال جهش	نوع ترکیب ژنتیکی	روش انتخاب برگزیده
۲۰	۵۰	٪۴۰	دو نقطه‌ای	Roulette

روند همگرایی تابع هزینه (معادله‌ی (۱۲)) در شکل ۴ نشان داده شده است.

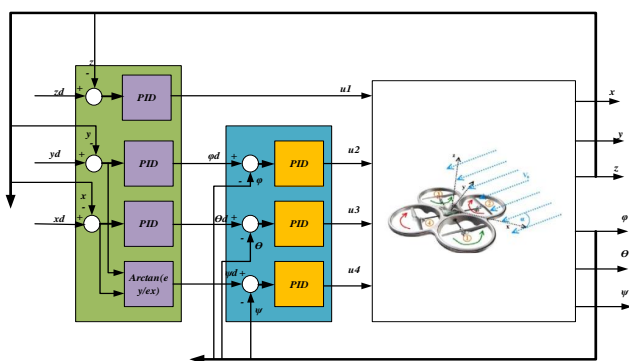


شکل ۴: نمودار همگرایی تابع معیار بهینگی.

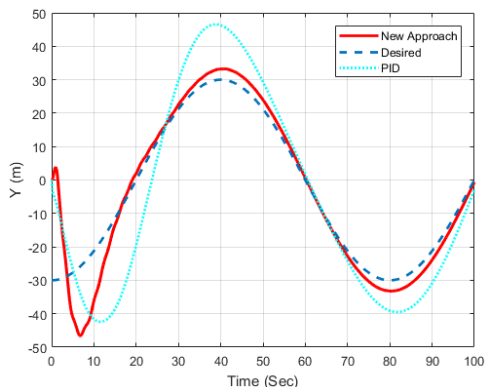
این نمودار نشان می‌دهد که با گذشت چند نسل همگرایی به خوبی رخ می‌دهد و روند نزولی یا حداقل کردن تابع معیار بهینگی رخ داده است. با استفاده از داده‌های استخراج شده بردار ضرایب \bar{K} به صورت به دست می‌آید:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{k}_1 & 0 & 0 & \bar{k}_2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_3 & 0 & 0 & \bar{k}_4 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_5 & 0 & 0 & \bar{k}_6 \end{bmatrix} \quad (22)$$

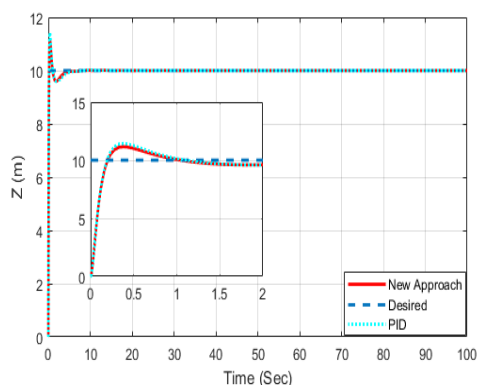
$$= \begin{bmatrix} 0.4723 & 0 & 0 & 0.096 & 0 & 0 \\ 0 & 0.886 & 0 & 0 & 0.011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.683 & 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$



شکل ۳: ساختار دو حلقه‌ای کنترل‌کننده PID.

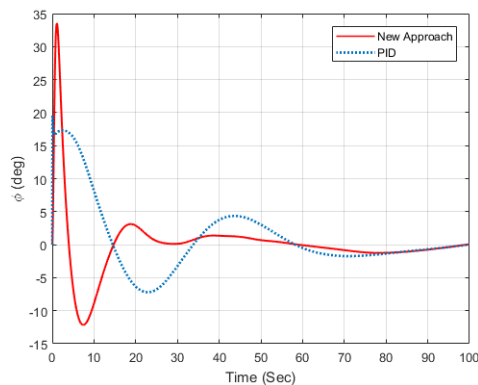


شکل ۷: مقایسه مسیر عرضی کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID



شکل ۸: مقایسه مسیر قائم کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

همانطور که از شکل ۶ و ۷ مشخص است، کوادروتور در راستای x و y با گذشت زمان و در راستای z حدود ۳ ثانیه به مقدار مطلوب رسیده است و همچنین در راستای محور y عملکرد روش پیشنهادی پاسخ مناسب‌تری دارد. در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ خروجی زوایای اوپلر طی شده برای رسیدن به موقعیت مطلوب آورده شده است.



شکل ۹: مقایسه زاویه غلت کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

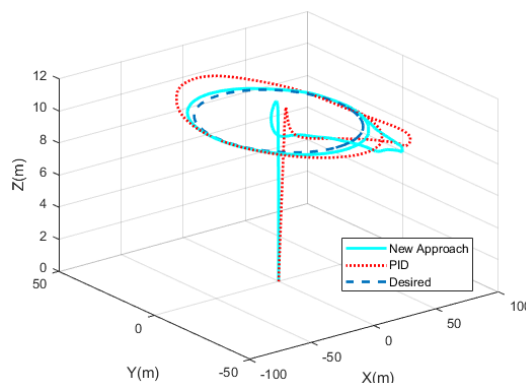
بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} K_1 &= 0.7723\phi(t) + 0.096\dot{\phi}(t) \\ K_2 &= 0.886\theta(t) + 0.011\dot{\theta}(t) \\ K_3 &= 0.683\psi(t) + 0.05\dot{\psi}(t) \end{aligned} \quad (23)$$

با در اختیار داشتن این اطلاعات، در ادامه برای ارزیابی روش کنترل ارائه شده، مسیر مرجع به صورت زیر برای تعقیب توسط پرنده تعریف می‌شود:

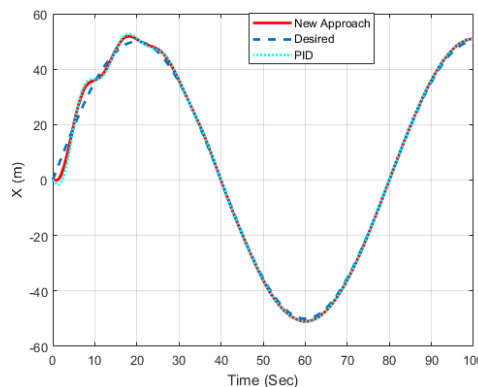
$$R(t) = \left[50 \sin \frac{\pi}{40} t \quad -30 \cos \frac{\pi}{40} t \quad 10 \right] (m) \quad (24)$$

در شکل ۵ چگونگی تعقیب مسیر کوادروتور بعد از اعمال حلقه داخلی و خارجی مشاهده می‌شود.

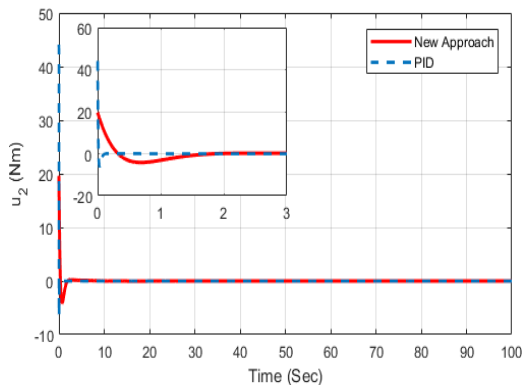


شکل ۵: مقایسه مسیر سه بعدی کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

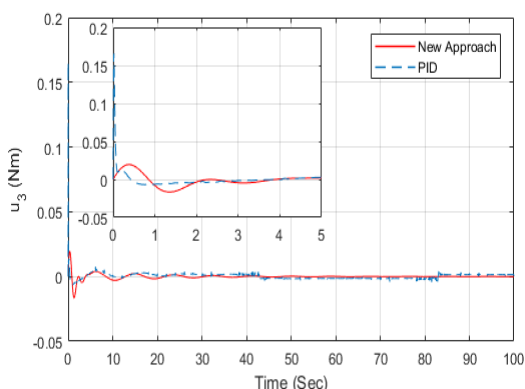
همان‌طور که مشخص است، پرنده از موقعیت مبدأ حرکت کرده و مسیر دلخواه را دنبال می‌نماید و در روش پیشنهادی عملکرد مناسب‌تری دارد. برای بررسی دقیق‌تر چگونگی تعقیب مسیر در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نمودار موقعیت پرنده در هر محور به صورت جداگانه برای روش‌های PID و روش ارائه شده مشاهده می‌شود.



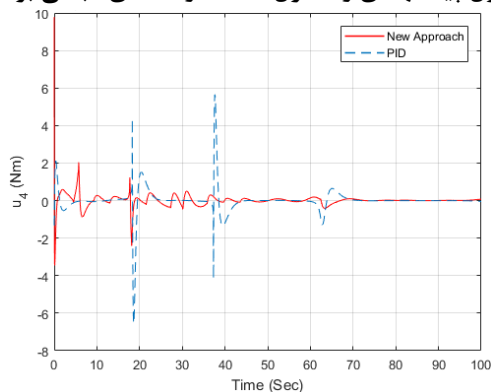
شکل ۶: مقایسه مسیر طولی کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID



شکل ۱۳: گشتاور اعمال شده در زاویه غلت در کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

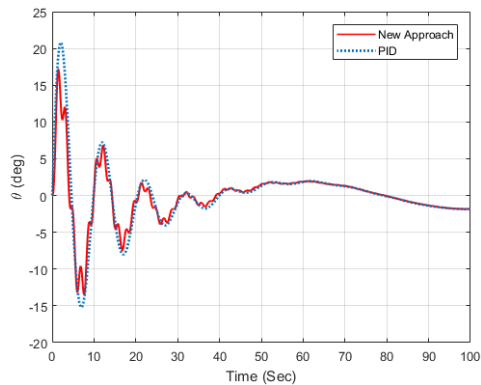


شکل ۱۴: گشتاور اعمال شده در زاویه فراز در کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

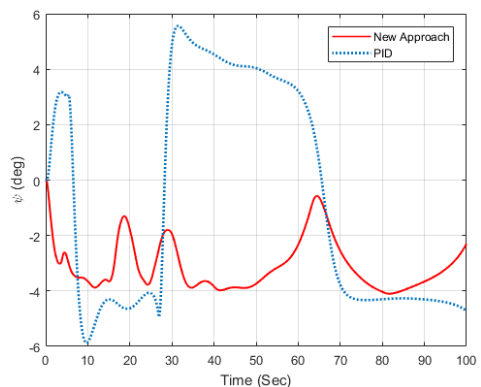


شکل ۱۵: گشتاور اعمال شده در زاویه سمت در کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

همانطور که در شکل‌های بالا مشخص است، گشتاور کنترلی نیز به صورت مناسب و محدود به پرنده اعمال شده که به راحتی سیستم کوادروتور را کنترل می‌نماید و مأموریت رسیدن به موقعیت مناسب به خوبی رخ داده است. طبق نمودارهای فوق نیرو و گشتاور اعمال شده در روش پیشنهادی



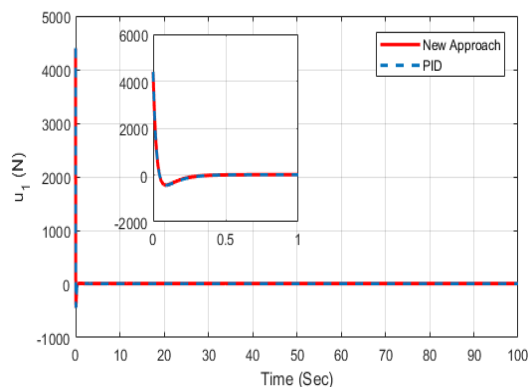
شکل ۱۰: مقایسه زاویه فراز کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.



شکل ۱۱: مقایسه زاویه سمت کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

نمودار زوایای اوایلر کوادروتور با اعمال روش کنترلی پیشنهادی و روش PID-PID نشان می‌دهد که در زاویه ϕ روش PID-PID دارای شرایط بهتر و نوسان کمتری است و در زاویه θ تقریباً مشابه عمل کرده ولی در زاویه ψ روش پیشنهادی عملکرد بسیار مناسب‌تری دارد.

شکل ۱۲ تا ۱۵ نشان دهنده نیروها و گشتاورهای اعمال شده توسط موتورها به کوادروتور است.



شکل ۱۲: تاریخچه زمانی نیرو در کوادروتور با کنترل پیشنهادی و کنترل کننده دو حلقه‌ای مبتنی بر PID.

نمودار بالا نشان می‌دهد در بیشتر اوقات شرط مذکور برقرار است. یکی از معیارهای بسیار متداول در مقایسه بین روش‌های متفاوت، استفاده از معیار انتگرال قدر مطلق خطا برای دو روش است. این معیار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$IAE_{x,y,z} = \int |e_{x,y,z}| dt = \sum |e_{x,y,z}(i)| \quad (25)$$

با توجه به این معیار، انتگرال قدر مطلق خطا در سه محور X، Y و Z برای دو روش در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴: مقادیر معیار محاسبه خطا.

روش	$E_x(m)$	$E_y(m)$	$E_z(m)$
رویکرد پیشنهادی	7111	1729	1536
PID-PID	7126	4663	921

نتیجه معیار خطا نشان می‌دهد در دو محور X و Y عملکرد روش پیشنهادی از روش PID-PID بهتر است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با استفاده از تابع تنظیم ضرایب معرفی شده در این مقاله، عملیات کنترل به‌خوبی انجام شده است. بنابراین، کارایی روش پیشنهادی برای استخراج زوایای کنترلی به‌خوبی مشخص است.

از آنجا که کوادروتورها معمولاً با باتری تغذیه می‌شوند، بنابراین روشی که بتواند انرژی کمتری مصرف کند دارای مزیت بسیار مناسبی است. زیرا کاهش انرژی، انتخاب باتری با وزن کمتری را باعث می‌شود. یکی از معیارهای اندازه‌گیری توان به فرم رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$W_k = \int U_k \cdot x dt \quad (26)$$

با توجه به رابطه تعریف شده، مقدار معیار مصرف انرژی در هر راستا به صورت جدول ۵ می‌توان محاسبه نمود.

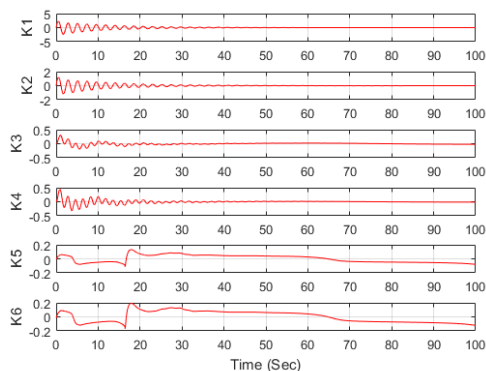
جدول ۵: مقادیر معیار محاسبه انرژی.

روش	$W_x(J)$	$W_y(J)$	$W_z(J)$
رویکرد پیشنهادی	445.2	228.4	886.84
PID-PID	798	129.8	893.53

مقادیر معیار انرژی نشان می‌دهد که در دو راستای X و Z مصرف انرژی در روش پیشنهادی بهتر از روش PID-PID است ولی در راستای Y روش پیشنهادی ضعیف‌تر عمل کرده‌است. آنچه البته جدول فوق بیانگر این است که در روش

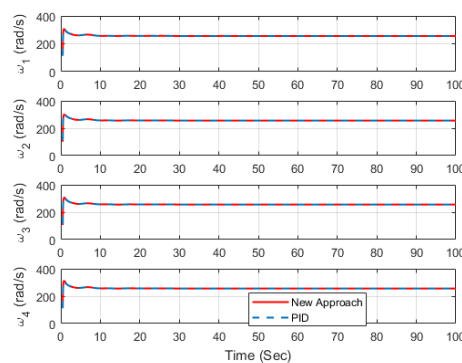
دارای حداکثر مطلق کمتری بوده و در ضمن در نمودار شکل ۱۴ نشان می‌دهد که گشتاور اعمال شده در جهت زاویه سمت در کنترل‌کننده پیشنهادی، دارای نوسانات کمتر بوده و همچنین هموارتر است.

در نهایت در شکل ۱۶ نمودار چگونگی همگرایی بهره‌های کنترلی مشاهده می‌شود.



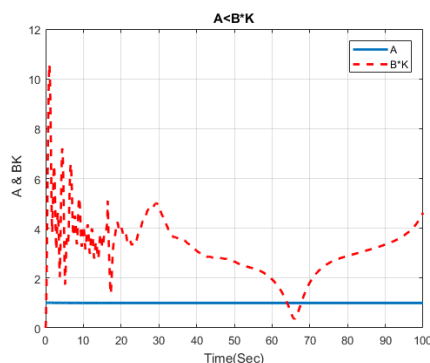
شکل ۱۶: تاریخچه زمانی بهره‌های کنترلی.

نمودار بالا نشان می‌دهد که همگرایی بهره‌های کنترلی به‌خوبی انجام شده است. در نهایت در شکل ۱۷ نمودار سرعت‌های روتورها آورده شده است.



شکل ۱۷: نمودار سرعت‌های زاویه‌ای روتورها.

در شکل ۱۸ معیار پایداری بهره‌های کنترلی برای ارضای شرایط موجود در رابطه با (۲۰) را نشان می‌دهد.



شکل ۱۸: نمودار بررسی معیار پایداری.

- [7] Qiao, J., Liu, Z., Zhang, Y., "Gain Scheduling PID Control of the Quad-Rotor Helicopter", 2017 International Conference on Unmanned Systems (ICUS), pp. 1594-1601, 2017.
- [8] Navabi, M., Mirzaei, H., "Robust Optimal Adaptive Trajectory Tracking Control of Quadrotor Helicopter", Latin American Journal of Solids and Structures, vol. 14, no. 6, pp. 1043-1066, June 2017.
- [9] Koksai, N., An, H., Fidan, B., "Backstepping-Based Adaptive Control of a Quadrotor UAV with Guaranteed Tracking Performance", Journal of ISA Transaction, V. 105, pp. 98-110, 2020.
- [10] Jiang, X., Su, C., Xu, Y., Liu, K., Shi, H., Li, P., "An Adaptive Backstepping Sliding Mode Method for Flight Attitude of a Quadrotor", Journal of Central South University, Springer, vol. 25, pp. 616,631, 2018.
- [11] Samantaray, J., Chakrabarty, S., "A Fuzzy Sliding Mode Control Design for Quadcopter", International Conference on Unmanned Aerial System In Geomatics, pp. 191-200, 2019.
- [12] Zhao, B., Xian, B., Zhang, Y., Zhang, X., "Nonlinear Robust Adaptive Tracking Control of a Quadrotor UAV Via Immersion and Invariance Methodology", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 5, pp. 2891-2902, May 2015.
- [13] Castillo, P., Dzul, A., Lozano, R., "Real-Time Stabilization and Tracking of a Four-Rotor Mini Rotorcraft", IEEE Trans. Control Syst. Technol., vol. 12, no. 4, pp. 510-516, Jul. 2004.
- [14] Mung, N. X., Hong, S. K., "Robust Backstepping Trajectory Tracking Control of a Quadrotor with Input Saturation via Extended State Observer", Applied Science, vol. 9, pp. 1-23, 2019.
- [15] Tan, C. K., Wang, J., Paw, Y. C., Ng, T. Y., "Tracking of a Moving Ground Target by a Quadrotor Using a Backstepping Approach Based on a Full State Cascaded Dynamics", Appl. Soft Comput., vol. 47, pp. 47-62, Oct. 2016.
- [16] Nelson, D. R., Barber, D. B., Mclain, T. W., Beard, R. W., "Vector Field Path Following for Miniature Air Vehicles", IEEE Trans. Robot., vol. 23, no. 3, pp. 519-529, Jun. 2007.
- [۱۷] آهنگرانی فراهانی، علیرضا، "طراحی کنترل کننده مبتنی بر تکنیک خطی ساز پسخوردها برای سیستم کوادروتور"، اولین همایش ملی مکانیک محاسباتی و تجربی، تهران، ایران، ۱۳۹۷.
- [18] Sharma, M., Kar, I., "Adaptive Geometric Control of Quadrotors with Dynamic Offset Between Center of Gravity and Geometric Center", Asian Journal of Control, pp. 1-13, 2020.
- [19] Ma, Z., Jiao, S. M., "Research on the Attitude Control of Quadrotor UAV Based on Active Disturbance Rejection Control", 3rd International Conference on Control Science and Systems Engineering, pp. 45-49, 2017.
- [20] Li, N., Yu, S., Xi, Z., "Nonlinear Control Design for a Quad Rotor Unmanned Aerial Vehicle", Proceeding of the 35th Chinese Control Conference, Chengdu, China, pp. 469-474, 2016.
- [21] Saha, S., Wadoo, S., "Linear Optimal Control of a Parrot AR Drone 2.0", 2017 IEEE MIT Undergraduate Research Technology Conference, 2017.
- [22] Nicol, D. E., "A Robust Adaptive Neural Network Control for a Quadrotor Helicopter", Thesis Degree of Master of Science, Calgary, Alberta, 2010.

پیشنهادی مجموع انرژی مصرفی در سه راستا ۱۵ درصد بهتر از روش PID-PID است.

نتیجه گیری

در این مقاله، برای محاسبه برخط ضرایب حلقه داخلی کنترل کننده یک کوادروتور روشی جدید ارائه شده است. در اینجا برای ردیابی مسیر مرجع در حلقه خارجی از کنترل کننده PID و برای حلقه داخلی از کنترل پسخوردها استفاده شده است. برای محاسبه ضرایب کنترل کننده داخلی الگوریتمی ارائه شده است که براساس این الگوریتم تابع محاسبه ضرایب کنترلی استخراج شد. تابع محاسبه ضرایب براساس متغیرهای حالت سیستم در هر لحظه تنظیم می شود. این تابع با استفاده از بانک داده های الگوریتم ژنتیک که برای سیستم در شرایط مختلف بکاربرده شده، استخراج می شود. مهمترین مشخصه این روش استفاده از کنترل کننده خطی جهت کنترل یک سیستم غیرخطی استفاده شده است. بعلاوه، با توجه به اینکه تابع تنظیم بهره های کنترلی از داده های جمع آوری شده از روش الگوریتم ژنتیک استخراج شده است، بنابراین خواص تابع برازش و شرایط سیستم کنترل شده در تابع تنظیم وجود دارد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که با کنترل کننده طراحی شده ردیابی موقعیت به خوبی انجام شده و مصرف انرژی در روش پیشنهادی به مقدار قابل ملاحظه ای کاهش پیدا کرده است.

مراجع

- [1] Nakamura, M., Takaya, K., Ohta, H., Shibayama, K., Kroumov, V., "Quadrotor Modeling and Simulation for Industrial Application", 23rd International Conference on System Theory, Control, and Computing (ICSTCC), 2019.
- [2] Ali, Z. A., Li, X., "Controlling of Under-Actuated Quadrotor UAV Equipped With a Manipulator", Access IEEE, vol. 9, pp. 3428-3440, 2021.
- [۳] دهقان، سید محمد مهدی، پارسا، علی، آهنگرانی فراهانی، علیرضا، قزلباش، احسان "تخمین خطی مرتبه پایین از یک پهپاد چهارپره تجاری با استفاده از داده های پروازی"، نشریه علمی-پژوهشی مهندس هوانوردی، سال بیست و دوم، شماره اول، صفحات ۲۵-۳۵، بهار و تابستان ۱۳۹۷.
- [4] Saraf, P., Gupta, M., Parimi, A. M., "A Comparative Study between a Classical and Optimal Controller for a Quadrotor", IEEE 17th India Council International Conference (INDICON), pp. 1-6, 2020.
- [5] Najm, A. A., Ibraheem, I. K., "Nonlinear PID Controller Design for a 6-DOF UAV Quadrotor System", International Journal of Engineering Science and Technology, vol. 22, no. 4, pp. 1087-1097, August 2019.
- [6] Zhou, L., Zhang, B., "Quadrotor UAV Flight Control Using Backstepping Adaptive Controller", 2020 IEEE 6th International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE), pp. 163-166, 2020.