

مقایسه عملکرد فیلتر ذره‌ای با فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و تعمیم‌یافته هیبریدی در تلفیق اطلاعات INS/GPS

مرتضی مرادی^۱، سیروس طلائی^۲، سعید نصراللهی^{۳*}

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع برق و کامپیوتر

۲- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع برق و کامپیوتر

۳- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع برق و کامپیوتر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۲۵)

چکیده

خطای سیستم ناوبری اینرسی با گذشت زمان افزایش یافته و باعث ناپایداری سیستم ناوبری می‌گردد، از این رو در این مقاله به تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی و سیستم موقعیت‌یابی جهانی پرداخته شده است. از رایج‌ترین روش‌های تلفیق اطلاعات این دو سیستم، استفاده از فیلتر کالمن است اما به دلیل رفتار غیرخطی سیستم ناوبری تلفیقی از فیلترهای غیرخطی برای تلفیق اطلاعات استفاده شده است. همچنین با توجه به آن که سیستم موقعیت‌یابی جهانی قادر به اندازه‌گیری داده‌های سرعت و موقعیت جسم است از این اندازه‌گیری‌ها برای تخمین حالت‌های سیستم (موقعیت، سرعت و وضعیت) استفاده شده است. در ادامه، به بررسی مشاهده‌پذیری فضای حالت سیستم پرداخته شده است. با استفاده از داده‌های عملی مربوط به یک پهپاد، مقایسه نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که عملکرد فیلتر ذره‌ای در مقابل با سیستم‌های غیرخطی پیچیده با نویز غیرگوسی نسبت به دو تخمین‌گر دیگر بهتر است.

واژه‌های کلیدی: سیستم ناوبری اینرسی، سیستم ناوبری تلفیقی، سیستم موقعیت‌یابی جهانی، فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی، مشاهده‌پذیری

Comparison of Particle Filter Performance with Extended and Hybrid Extended Kalman Filter in INS/GPS Data Fusion

Morteza Moradi, Siros Talaei and Saeid Nasrollahi*

Abstract

The error of the inertial navigation system (INS) increases with time and leads the navigation system to instability. Hence, this paper investigates INS/GPS integration. Kalman filter is the most common way for integrating these two systems, but due to the nonlinear behavior of the INS/GPS integrated navigation system; nonlinear filters are used for data integration. Furthermore, given that GPS is capable of measuring the velocity and position of the object, these measurements are used to estimate system states (position, velocity, and orientation). In the following, we have investigated the observability of the system's state space. Using practical data from a UAV, simulation results shows that the performance of the particle filter is better than that of the other two estimators for complex nonlinear systems with non-Gaussian noise.

Key words: Inertial navigation system, INS/GPS integrated navigation system, Global positioning system, Particle filter, Extended Kalman filter, Hybrid extended Kalman filter, Observability.

مقدمه

سیستم ناوبری اینرسی^۱، موقعیت، سرعت، و وضعیت یک جسم پرنده را نسبت به دستگاه مرجع با استفاده از خروجی‌های واحد اندازه‌گیری اینرسی^۲ (شامل شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها) محاسبه می‌کند [۱]. مزیت اصلی سیستم ناوبری اینرسی، بی‌نیازی از تجهیزات زمینی، پنهان ماندن از دید دشمن به دلیل عدم تبادل اطلاعات با دنیای خارج و نرخ بالای نمونه‌برداری می‌باشد. مهم‌ترین عیب اصلی این سیستم ناوبری، افزایش خطای آن با گذشت زمان می‌باشد. این افزایش خطا موجب انحراف زیاد جسم می‌شود [۱۷]. در سیستم موقعیت‌یابی جهانی^۳ برخلاف سیستم ناوبری اینرسی با هر بار محاسبه مکان، خطا در طول ناوبری محدود می‌ماند و دقت بلند مدت خوبی دارد، اما نسبت به واحد اندازه‌گیری اینرسی دارای پهنای باند کمتری می‌باشد. لذا با توجه به مزایا و معایب دو سیستم درمی‌یابیم که این دو سیستم مکمل یکدیگر هستند و تلفیق آن‌ها خطای ناوبری را کاهش می‌دهد [۲۳].

در سال‌های اخیر، الگوریتم‌های تخمین مبتنی بر ناوبری یکپارچه برای سیستم‌های مختلف زمینی، دریایی و هوایی به‌طور گسترده توسعه یافته‌اند. یکی از رایج‌ترین الگوریتم‌های تخمین در تلفیق اطلاعات، فیلتر کالمن می‌باشد. فیلتر کالمن در حدود ۵۰ سال پیش با هدف استفاده در مأموریت‌های سفر به ماه در ناسا توسعه داده شد و بعدها به سرعت در زمینه‌های بسیار گسترده‌ای از جمله شناسایی سیستم‌ها و الگوریتم‌های تخمین به کار گرفته شد. علی‌رغم اینکه آقای پیتز سولرینگ، الگوریتم مشابهی را قبلاً ساخته و ارائه کرده بود، نام این فیلتر از نام مخترع آن، آقای رودلف کالمن گرفته شده است که در سال ۱۹۶۰ میلادی این دستاورد را به دنیا معرفی کرد [۱]. بعدها ویکاس کومار از روش فیلتر کالمن در سیستم ناوبری تلفیقی INS/GPS^۱ به نتایج خوبی دست یافت [۲]. در مرجع [۳] تلفیق اطلاعات INS/GPS با استفاده از اندازه‌گیری شبه فاصله‌ها توسط گیرنده GPS^۲ انجام شده است. عمده توجه این گزارش انجام تلفیق با دقت خوب در صورت کاهش تعداد ماهواره‌های GPS می‌باشد. در مرجع [۴] با کمک دو فیلتر کالمن تلفیق اطلاعات انجام شده است. در این مرجع فیلتر اول برای تخمین حالت‌های اندازه‌گیر GPS طراحی شده است، در نهایت با کمک فیلتر دوم تلفیق اطلاعات صورت می‌پذیرد.

همچنین در این مرجع مقایسه‌ای بین الگوریتم حداقل مربعات و فیلتر طراحی شده، صورت گرفته است. در مرجع [۵] تلفیق INS/GPS با معرفی روش فازی برای تطبیق مقادیر اولیه فیلتر کالمن در یک AUV ارائه شده است. در مرجع [۶] از دو گیرنده GPS برای افزایش دقت مشاهدات در یک هواپیمای جت استفاده شده است. در مرجع [۷] روش طراحی فیلتر کالمن تطبیقی برای تلفیق INS/GPS ارائه شده است. عمده توجه این گزارش به عملکرد بهتر تلفیق با فیلتر تطبیقی نسبت به حالتی است که فقط GPS یا INS داریم. در مرجع [۸] اندازه‌گیر ناوبری اینرسی MEMS^۳ برای تلفیق اطلاعات با GPS استفاده شده است. در این گزارش مقایسه‌ای میان اندازه‌گیرهای اینرسی در تلفیق اطلاعات از جهت تکنولوژی ساخت صورت گرفته است. الگوریتم تطبیقی برای محاسبه صحیح کواریانس سیگنال ابداع و بهره فیلتر کالمن در مرجع [۹] ارائه شده و نشان داده است که این روش برای مواردی که تغییراتی در ویژگی نویز اندازه‌گیری وجود داشته باشد، مناسب است.

فیلتر کالمن در ابتدا تنها برای سیستم‌های خطی و نویزهای با توزیع خطای گوسی بود، اما در طول این چند دهه دچار تغییر و تحولات مختلفی شد. به عنوان مثال یکی از مشهورترین نمونه‌های فیلتر کالمن، فیلتر کالمن توسعه یافته است که قادر به تخمین حالت‌های سیستم‌های غیرخطی است [۱۰-۱۲]. در مرجع [۱۳، ۱۴] کوکمن و طالبی نشان دادند که توسط فیلتر کالمن غیرخطی بهینه می‌توان موقعیت، سرعت، خطای وضعیت و خطای اینرسی و GPS را تخمین زد. با توجه به این روش می‌توان از دیتاهای فیدبک سرعت به جای GPS در ترکیب با ناوبری اینرسی و در فضای فیلتر کالمن استفاده نمود. همچنین کوکمن و اسکالود در [۱۳، ۱۵] روشی برای بهینه نمودن سیستم‌های ناوبری با استفاده از فیلتر کالمن غیرخطی در تجهیزات هواپایه براساس تلفیق اطلاعات INS/GPS ارائه و توسعه دادند. در مرجع [۱۶] فیلتر غیرخطی بهینه برای کاهش و بهینه نمودن خطاها استفاده شده است.

در عمل فیلتر کالمن توسعه یافته دارای محدودیت کارایی می‌باشد. یکی از این محدودیت‌ها در نظر گرفتن نویز فرآیند و اندازه‌گیری به صورت گوسی است. بدیهی است که این فرض همیشه برقرار نیست. بنابراین این مسئله می‌تواند به‌طور جدی

مشاهده‌پذیری است، برای این منظور در این مقاله مشاهده‌پذیری مدل فضای حالت سیستم ناوبری با استفاده از دو روش مورد بررسی قرار گرفته است.

در ادامه این مقاله به صورت زیر تنظیم شده است: در بخش دوم ناوبری اینرسی، انواع روش‌های تلفیق اطلاعات و معادلات ناوبری در دستگاه جغرافیایی به صورت مختصر ارائه می‌گردد. در بخش سوم، الگوریتم فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی بیان می‌شود. در بخش چهارم مشاهده‌پذیری مدل فضای حالت سیستم بررسی شده است. همچنین نتایج شبیه‌سازی حاصل از تخمین‌زننده فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی و مقایسه عملکرد آن‌ها در بخش پنجم ارائه شده است. در پایان نیز نتیجه‌گیری حاصل از مقاله ارائه شده است.

بیان مسئله

هدف از تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی و غیراینرسی افزایش دقت در ناوبری جسم پرنده است. همان‌طور که پیش‌تر نیز بیان شد، خطای سوار شده در خروجی شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌های اندازه‌گیر اینرسی، با گذشت زمان به سبب وجود دو انتگرال‌گیر و همچنین فیدبک مثبت جاذبه در فرایند ناوبری، موجب انحراف زیاد جسم پرنده از مسیر نامی خود می‌شود. به همین منظور مسئله‌ای برای کاهش این انحراف ناشی از خطای سوار شده در خروجی شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها با عنوان تلفیق اطلاعات ناوبری اینرسی و غیراینرسی مطرح است. لذا برای تلفیق اطلاعات INS و GPS روش‌های زیادی ارائه شده‌اند که دو روش کلی آن‌ها عبارت‌اند از تلفیق به روش ضعیف و محکم. که در این مقاله از روش تلفیق ضعیف استفاده شده است.

معادلات ناوبری

بیان معادلات ناوبری در دستگاه مختصات جغرافیایی به صورت مختصر در مرجع [۲۳] آورده شده است. با انتخاب $\mathbf{x}(t) = [L \ \lambda \ h \ V_N \ V_E \ V_D \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ و $\mathbf{y} = [L \ \lambda \ h \ V_N \ V_E \ V_D]^T$ به ترتیب، به عنوان متغیرهای حالت و متغیرهای خروجی، معادلات دینامیکی را می‌توان به شکل کلی زیر بیان کرد:

بر عملکرد الگوریتم تأثیرگذار باشد و یا حتی منجر به واگرایی تخمین شود [۱۶]. محدودیت دیگر این است که متاسفانه ماتریس‌های ژاکوبین پیچیده‌اند و ممکن است باعث ناپایداری سیستم شوند [۱۷]. مشکل دیگر فیلتر کالمن تعمیم‌یافته این است که نیاز به یک مدل دقیق تصادفی از خطای سنسورهای اینرسی دارد که در مورد IMU^4 های ارزان قیمت، این مدل کردن بسیار دشوار می‌باشد [۱۸].

در سال‌های اخیر به منظور دستیابی به الگوریتم‌های بهتر برای پوشش دادن معایب فیلتر کالمن توسعه‌یافته مطالعات زیادی انجام گرفته است. در این خصوص فیلترهای مبتنی بر نمونه‌گیری یعنی PF^5 و UKF^6 توسعه یافته‌اند. در این فیلترها، از ذرات اولیه‌ای که به طور کاملاً تصادفی تولید می‌شوند، برای تخمین استفاده می‌شود. لذا باید تعداد این ذرات بسیار زیاد باشند تا تخمین دقت قابل قبولی داشته باشد. در مرجع [۱۹] برای اولین بار تلفیق اطلاعات INS/GPS با استفاده از فیلتر ذره‌ای تصویرگر انجام شده است. Georgy و همکارانش در مرجع [۲۰] نشان دادند که در تلفیق INS/GPS، فیلتر ذره‌ای بهتر از فیلتر کالمن عمل می‌کند. در مرجع [۲۱] Zhou و همکاران فیلتر ذره‌ای AUPF را برای تلفیق INS/GPS پیشنهاد دادند و نتایج آن را با AUKF و AEKF مقایسه کردند و نشان دادند که AUPF دارای عملکرد بهتری است. در مرجع [۲۲] برای تلفیق اطلاعات INS/GPS از فیلتر ذره‌ای استفاده کرد و همچنین بدون از دست دادن دقت فیلتر، با افزایش سرعت در این فیلتر مسئله‌ی انحطاط ذرات را حل نمود.

در این مقاله، به تخمین سرعت، موقعیت و وضعیت جسم پرنده با استفاده از تخمین‌گرهای، فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته پرداخته شده و عملکرد تخمین‌گرها باهم مقایسه شده است. همچنین تخمین‌گر تعمیم‌یافته هیبریدی طراحی شده است که در این تخمین‌گر سیستم‌هایی با دینامیک پیوسته و اندازه‌گیری‌های گسسته در نظر گرفته می‌شود، که در واقع این حالت شایع‌ترین وضعیتی است که در عمل با آن مواجه هستیم. این ویژگی تخمین‌گر باعث شده است که در مواجهه با این‌گونه سیستم‌ها این تخمین‌گر نسبت به فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان گسسته دارای عملکرد بهتری باشد. همچنین با توجه به آن که یکی از مسائل مهم در تخمین حالت‌های یک سیستم، تحلیل

$$y(k) = h(x(k)) + v(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v(1) \\ v(2) \\ v(3) \\ v(4) \\ v(5) \\ v(6) \end{bmatrix} \quad (18)$$

الگوریتم‌های فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان گسسته و هیبریدی

مسئله تخمین بهینه برای فرآیندهایی که با مدل‌های غیرخطی بیان می‌شوند، در حالت کلی مسئله پیچیده‌ای است. به طوری که استفاده از تخمین‌گرهای خطی نظیر فیلتر کالمن تنها در محدوده بسیار کوچکی از عملکردشان نتیجه مطلوبی را به همراه دارند و به طور گسترده پاسخ مناسبی نخواهد داشت، لیکن در این موارد به فیلترهای غیرخطی نیازمندیم. در این مقاله به دلیل غیرخطی بودن معادلات حالت سیستم از فیلترهای غیرخطی نظیر فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان گسسته و فیلتر تعمیم‌یافته هیبریدی^۶ برای تخمین حالت‌های سیستم استفاده شده است. از طرفی تخمین‌گرهای EKF و HEKF تحت شرایطی که غیرخطی‌گری سیستم شدید باشد، سبب بایاس دار شدن تخمین به دست آمده می‌شود. که این خطا در بهترین وضعیت باعث کاهش کیفیت عملکرد سیستم و در بدترین وضعیت باعث واگرایی تخمین خواهد شد (الگوریتم دو تخمین‌گر در مرجع [۲۴] به طور کامل آورده شده است). لذا در اینجا برای بهبود عملکرد سیستم از فیلتر ذره‌ای استفاده شده است که الگوریتم آن در ادامه این بخش ارائه می‌شود.

الگوریتم فیلتر ذره‌ای

فیلتر ذره‌ای یک روش کارا برای حل مسئله تخمین در مواجهه با سیستم‌های با نویز غیرگوسی می‌باشد. این روش جز روش‌های آماری مونت کارلو بوده و بر پایه استفاده از قانون اعداد بزرگ است و تابع چگالی احتمال شرطی را به صورت مجموع وزن‌یافته تعدادی توابع گسسته تقریب می‌زند. در [۲۵، ۲۶] به طور کامل در مورد جزئیات ریاضی و همگرایی این فیلتر بحث شده است. در ادامه الگوریتم فیلتر ذره‌ای به صورت مختصر در شکل (۱) آورده شده است [۲۴].

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \mathbf{w}(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{v}(t) \quad (13)$$

که در آن $\mathbf{x}(t) \in R^{n_x}$ ، $\mathbf{y}(t) \in R^{n_y}$ و $\mathbf{u}(t)$ به ترتیب نشان‌دهنده بردار حالت، بردار اندازه‌گیری سیستم و ورودی کنترلی هستند. همچنین $w(k) \in R^{n_w}$ و $v(k) \in R^{n_v}$ به ترتیب نشان‌دهنده مقدار نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری می‌باشند، f و h توابعی غیرخطی از حالت‌ها و خروجی سیستم هستند. به صورتی که:

$$\mathbf{f}(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} f_N + V_D \dot{\varphi} - V_E (\dot{\lambda} + 2\omega_{ie}) \sin L \\ f_E + (\dot{\lambda} + 2\omega_{ie})(V_N \sin L + V_D \cos L) \\ f_D + g - V_N \dot{\varphi} - V_E (\dot{\lambda} + 2\omega_{ie}) \cos L \\ \frac{V_N}{Rm + h} \\ \frac{V_E}{(Rn + h) \cos \varphi} \\ -V_D \\ (\omega_y \sin \varphi + \omega_z \cos \varphi) \tan \theta + \omega_x \\ \omega_y \cos \varphi - \omega_z \sin \varphi \\ (\omega_y \sin \varphi + \omega_z \cos \varphi) \sec \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

معادلات (۱۷) و (۱۸) گسسته شده معادلات (۱۲) و (۱۳) با زمان نمونه برداری T_s می‌باشد:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{w}(k) \quad (15)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \quad (16)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(x(k), u(k)) + w_k = \begin{bmatrix} f_N + x_3(k)x_5(k) - x_2(k)(x_4(k) + 2\omega_{ie}) \sin x_7(k) \\ f_E + (x_5(k) + 2\omega_{ie})(x_1(k) \sin x_7(k) + x_3(k) \cos x_7(k)) \\ f_D + g - x_1(k)x_5(k) - x_2(k)(x_4(k) + 2\omega_{ie}) \cos x_7(k) \\ \frac{x_1(k)}{Rm + h} \\ \frac{x_2(k)}{(Rn + h) \cos x_7(k)} \\ -x_3(k) \\ (\omega_y \sin x_7(k) + \omega_z \cos x_7(k)) \tan x_8(k) + \omega_x \\ \omega_y \cos x_7(k) - \omega_z \sin x_7(k) \\ (\omega_y \sin x_7(k) + \omega_z \cos x_7(k)) \sec x_8(k) \end{bmatrix} T_s \quad (17)$$

$$+ \begin{bmatrix} w(1) \\ w(2) \\ w(3) \\ w(4) \\ w(5) \\ w(6) \\ w(7) \\ w(8) \\ w(9) \end{bmatrix} T_s$$

ماتریس مشاهده‌پذیری \mathbf{O} برای سیستم (۲۷) و (۲۸) را می‌توان به صورت زیر تشکیل داد.

$$\mathbf{O}_k = [\mathbf{C}_k \quad \mathbf{C}_k \mathbf{A}_k \quad \dots \quad \mathbf{C}_k \mathbf{A}_k^{n-1}]^T \quad (29)$$

که در آن:

$$\mathbf{C}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_k} \quad \mathbf{A}_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_k} \quad (30)$$

حال سیستم (۲۷) و (۲۸) مشاهده‌پذیر است اگر و تنها اگر رتبه سطری ماتریس مشاهده‌پذیری برابر n باشد [۲۷، ۲۸].

با اعمال روش مبتنی بر تقریب خطی به سیستم (۲۷) و (۲۸)، ماتریس مشاهده‌پذیری \mathbf{O} در هر گام زمانی یک ماتریس 9×54 می‌باشد که رتبه سطری آن برابر $n = 9$ است لذا سیستم مشاهده‌پذیر حالت می‌باشد.

سادگی محاسبات مزیت اصلی روش مبتنی بر تقریب خطی برای ارزیابی مشاهده‌پذیری دینامیک‌های غیرخطی است. باین حال، این روش برای سیستم‌هایی با عوامل غیرخطی شدید ممکن است منجر به ارائه نتایج نادرستی شود. از این رو، نیاز به یک روش دقیق‌تری وجود دارد که تحت این شرایط نتایج معتبری را ارائه دهد. چنین رویکردی براساس مشتقات لی است که برای تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های غیرخطی در بخش بعدی ارائه می‌شود.

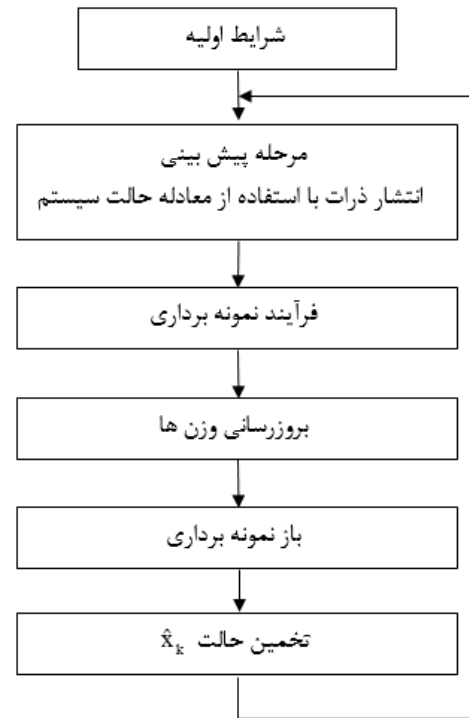
تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های غیرخطی با استفاده از مشتقات لی

در این بخش به تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های غیرخطی با استفاده از مشتقات لی می‌پردازیم. برای این کار سیستم توصیف‌شده با معادلات (۲۷) و (۲۸) را در نظر می‌گیریم. لذا داریم:

$$\mathbf{O}(x_k) = \frac{\partial L(x)}{\partial x} \quad (31)$$

که در آن

$$\mathbf{L}(x) = \begin{bmatrix} L_f^0 h_1(x_k) \\ \vdots \\ L_f^0 h_m(x_k) \\ L_f^1 h_1(x_k) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h_m(x_k) \end{bmatrix} \quad (32)$$



شکل ۱: فلوچارت الگوریتم فیلتر ذره‌ای [۲۴].

تحلیل مشاهده‌پذیری

مشاهده‌پذیری یکی از مسائل مهم در تحلیل فضای حالت و تخمین متغیرهای حالت سیستم‌های غیرخطی است. بنابراین به دلیل اهمیت این موضوع در این بخش، ابتدا دو روش مبتنی بر تقریب خطی و مشتقات لی را برای تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های غیرخطی بیان می‌کنیم و سپس با استفاده از این دو روش به بررسی مشاهده‌پذیری سیستم غیرخطی (۱۲) و (۱۳) می‌پردازیم.

روش مبتنی بر تقریب خطی برای تحلیل مشاهده‌پذیری دینامیک‌های غیرخطی

سیستم دینامیکی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \mathbf{w}(t) \quad (27)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{v}(t) \quad (28)$$

که در آن بردار حالت سیستم، $\mathbf{x}(t)$ بردار متغیرهای ورودی و $\mathbf{y}(t)$ بردار اندازه‌گیری می‌باشند. توابع \mathbf{f} و \mathbf{h} غیرخطی هستند. همچنین بعد بردار حالت فرض می‌شود که n باشد.

رتبه ماتریس مشاهده‌پذیری \mathbf{O} برابر با ۹ است، لذا رتبه آن کامل می‌باشد. بنابراین حالت‌های سیستم با معادلات (۲۷) و (۲۸) مشاهده‌پذیر حالت خواهند بود.

نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت جهت بهبود عملکرد سیستم ناوبری، تلفیق دو سیستم ناوبری اینرسی و غیر اینرسی GPS به کمک تخمین‌گرهای فیلتر ذره‌ای، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی انجام شده است، همچنین الگوریتم تخمین‌گرها با استفاده از زمان نمونه‌برداری 1ms عمل می‌کنند. از اندازه‌گیر GPS فقط داده‌های موقعیت و سرعت جسم را در اختیار داریم. در این مقاله داده‌های ورودی واقعی شامل سرعت و موقعیت اندازه‌گیر GPS و خروجی شتاب سنجه‌ها و ژيروسکوپ‌های مربوط به یک پهپاد است که در مرجع [۳۱] آورده شده است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای تلفیق اطلاعات با استفاده از تخمین‌گرهای بیان‌شده، در جدول (۱) آورده شده است. در ادامه نتایج شبیه‌سازی آورده شده و به تفسیر آن‌ها می‌پردازیم.

جدول شماره (۱) پارامترهای فیلتر برای شبیه‌سازی	
مقدار	پارامتر
0.01s	زمان نمونه‌برداری
40s	زمان
0.0707 mg	انحراف معیار خطای شتاب سنجه در سه کانال
1deg/h	انحراف معیار خطای ژایروسکوپ در سه کانال
40 m	انحراف معیار خطای ارتفاع GPS
3.14×10^{-4}	انحراف معیار خطای طول جغرافیایی GPS
3.14×10^{-4}	انحراف معیار خطای عرض جغرافیایی GPS
2m/s	انحراف معیار سرعت در جهت شمال GPS
2m/s	انحراف معیار سرعت در جهت شرق GPS
12.6m/s	انحراف معیار سرعت در جهت پایین GPS

\mathbf{O} ماتریس مشاهده‌پذیری در هر گام زمانی \mathbf{k} ، و $L_f^k \mathbf{h}$ مشتقات لی مرتبه \mathbf{k} تابع \mathbf{h} نسبت به میدان برداری \mathbf{f} است. اگر ماتریس \mathbf{O} رتبه کامل باشد، یعنی:

$$\text{rank}(\mathbf{O}) = n \quad (33)$$

سپس حالت‌های سیستم (۱۹) به‌طور محلی مشاهده‌پذیر است [۲۹،۳۰].

تبصره ۱: با در نظر گرفتن بردار توابع دینامیک حالت و اندازه‌گیری سیستم توصیف شده با معادلات (۱۹)، به‌صورت زیر:

$$\mathbf{f} = [f_1(x, u) \ f_2(x, u) \ \dots \ f_n(x, u)]^T \quad (34)$$

$$\mathbf{h} = [h_1(x) \ h_2(x) \ \dots \ h_m(x)]^T \quad (35)$$

که در آن n و m به ترتیب تعداد متغیرهای حالت و اندازه‌گیری‌ها هستند. مشتقات لی تابع \mathbf{h} نسبت به تابع \mathbf{f} توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شوند:

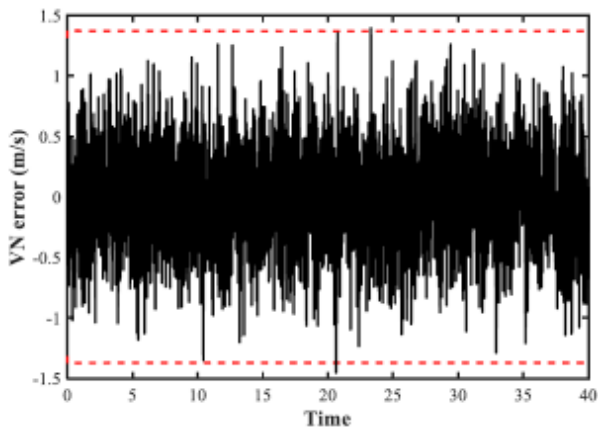
$$L_f \mathbf{h} = (\nabla \mathbf{h}) \mathbf{f} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \mathbf{f} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x_i} f_i \quad (36)$$

$$L_f^0 \mathbf{h} = \mathbf{h} \quad L_f^k \mathbf{h} = L_f L_f^{k-1} \mathbf{h} \quad (37)$$

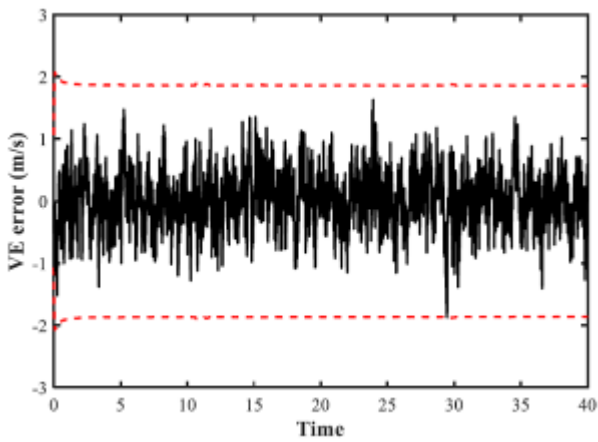
اکنون روش مبتنی بر مشتقات لی را به سیستم (۲۷) و (۲۸) اعمال می‌کنیم. چون مرتبه سیستم $n = 9$ است، لازم است مشتقات لی $L_f^k \mathbf{h}$ تا مرتبه $k = 8$ محاسبه شوند. نتیجه، ماتریس مشاهده‌پذیری \mathbf{O} دارای ابعاد 9×54 و یک ژاکوبین به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 & L_f^0 h_1 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 & L_f^1 h_6 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 & L_f^2 h_1 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 & L_f^3 h_6 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 & L_f^4 h_1 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 & L_f^5 h_6 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 & L_f^6 h_1 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 & L_f^7 h_6 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 & L_f^8 h_1 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 & L_f^9 h_6 \\ \frac{\partial V_N}{\partial V_N} & \frac{\partial V_E}{\partial V_E} & \frac{\partial V_D}{\partial V_D} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial h}{\partial h} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \end{bmatrix} \quad (38)$$

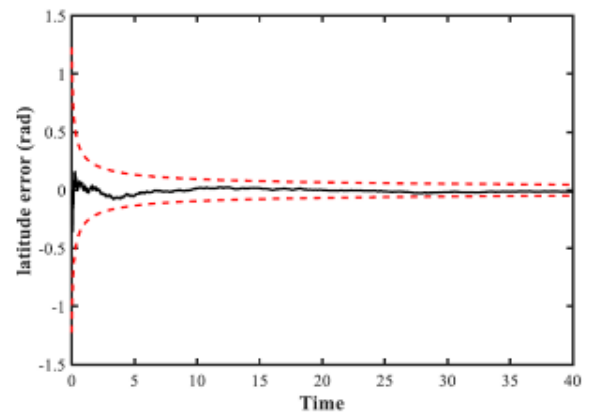
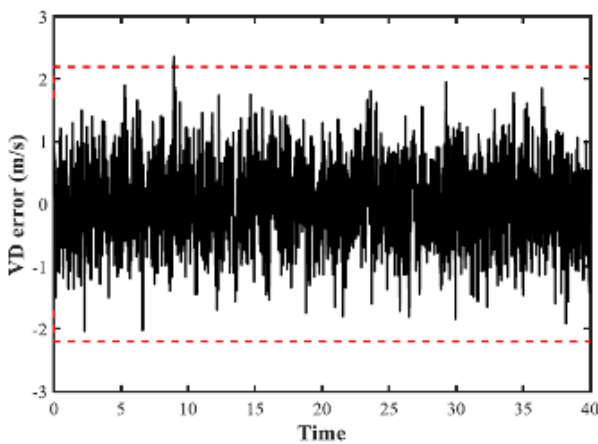
کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته، که این نشان‌دهنده عملکرد خوب این روش تخمین می‌باشد.



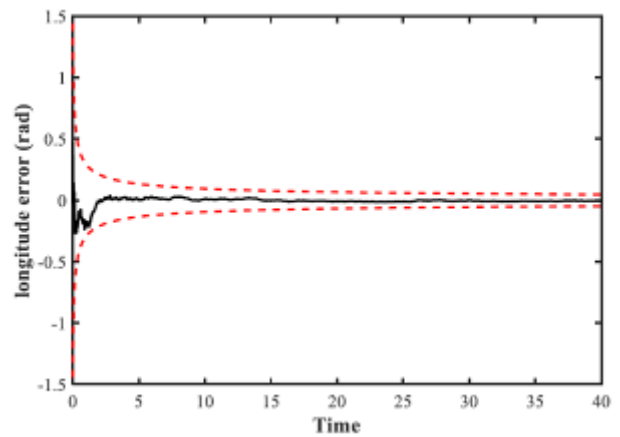
شکل ۴: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین سرعت در راستای شمال به همراه باند $\pm 3\sigma$



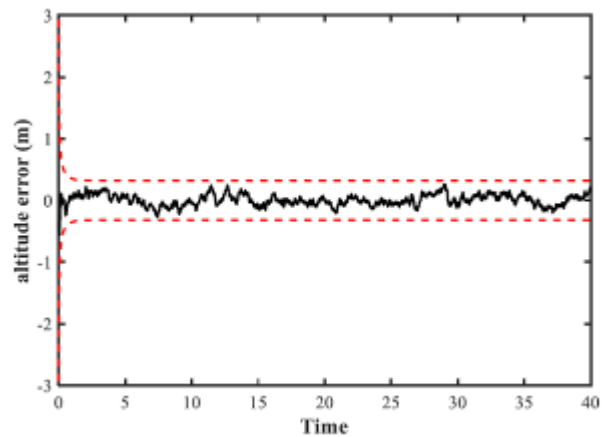
شکل ۵: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین سرعت در راستای شرق به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۲: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین عرض جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۳: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین طول جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$

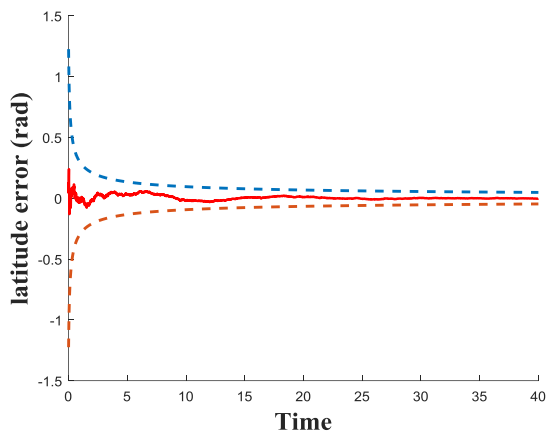


شکل ۴: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین ارتفاع به همراه باند $\pm 3\sigma$

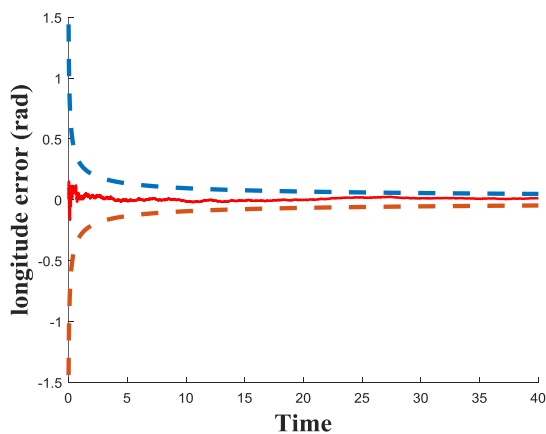
در شکل‌های ۲ تا ۴ خطای تخمین موقعیت نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود این خطاها در باند

همان‌طور که در شکل‌های ۵ تا ۷ مشاهده می‌شود، خطای تخمین سرعت‌ها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته است. قرار گرفتن این خطاها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ نشان می‌دهد که تخمین قابل‌قبولی از حالت‌های مربوط به سرعت‌ها در سه کانال داریم. که این خطاها در حدود $2m/s$ می‌باشد.

در شکل‌های ۸ تا ۱۰ خطای تخمین وضعیت‌ها در باند کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته است که نشان می‌دهد تخمین خوبی از حالت‌های مربوط به زوایا اوپلر داریم.

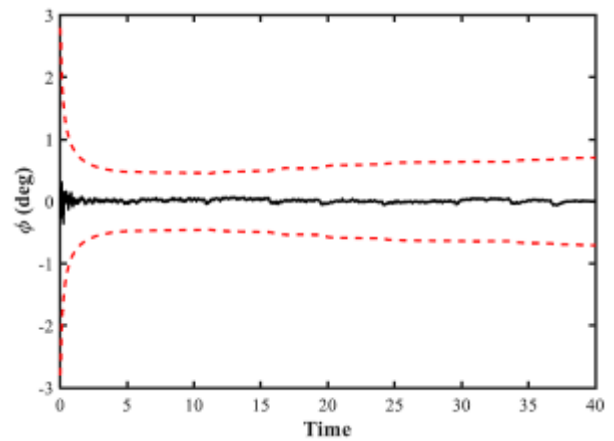


شکل ۱۱: نتیجه حاصل از تخمین زنده HEK برای خطای تخمین عرض جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$

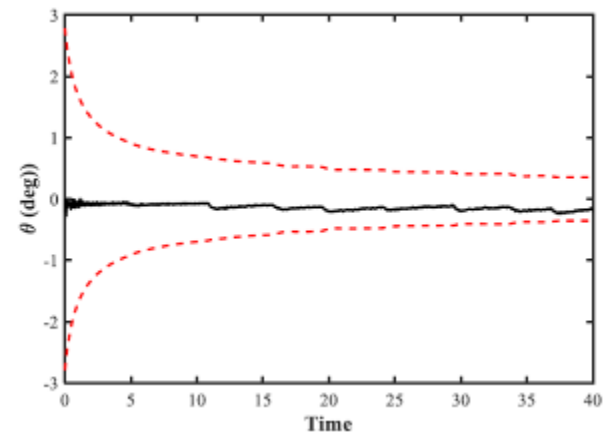


شکل ۱۲: نتیجه حاصل از تخمین زنده HEKF برای خطای تخمین طول جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$

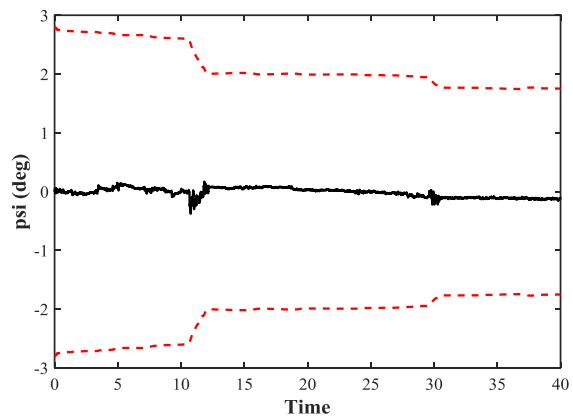
شکل ۷: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین سرعت در راستای پایین به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۸: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین زاویه چرخ به همراه باند $\pm 3\sigma$

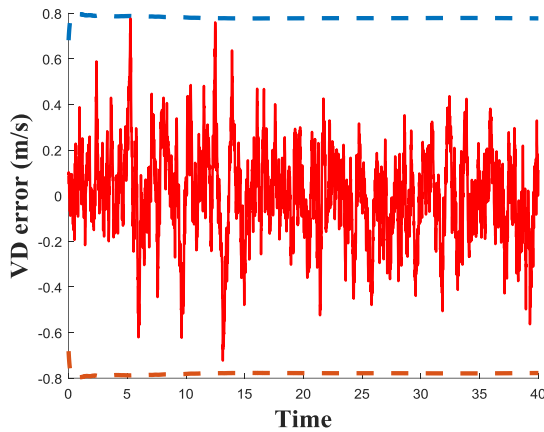


شکل ۹: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین زاویه فراز به همراه باند $\pm 3\sigma$

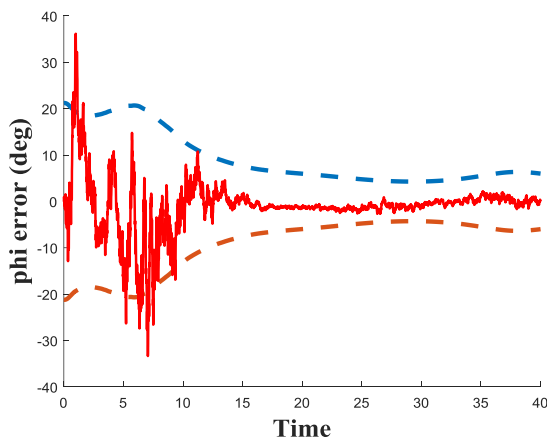


شکل ۱۰: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین زاویه سمت به همراه باند $\pm 3\sigma$

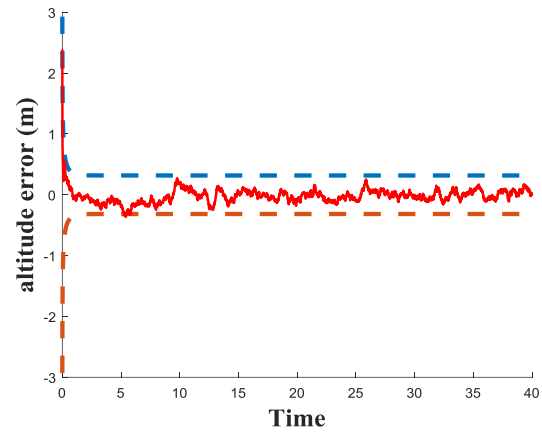
شکل ۱۵: نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین سرعت در راستای شرق به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۱۶: نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین سرعت در راستای پایین به همراه باند $\pm 3\sigma$
همان‌طور که در شکل‌های ۱۴ تا ۱۶ مشاهده می‌شود، خطای تخمین سرعت‌ها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته است. قرار گرفتن این خطاها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ نشان می‌دهد که تخمین قابل‌قبولی از حالت‌های مربوط به سرعت‌ها در سه کانال داریم. که این خطاها نسبت به فیلتر کالمن تعمیم‌یافته کمتر بوده و در حدود 0.8 m/s می‌باشد.

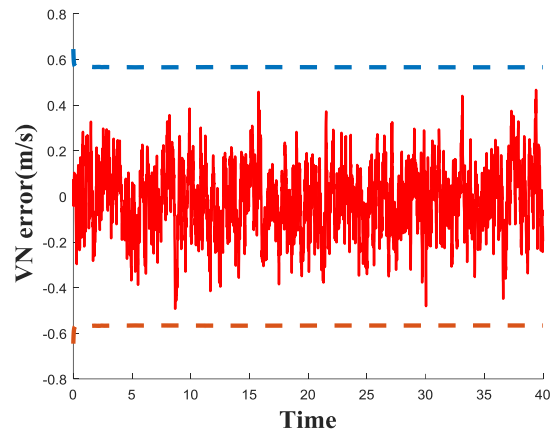


شکل ۱۷: نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین زاویه چرخ به همراه باند $\pm 3\sigma$

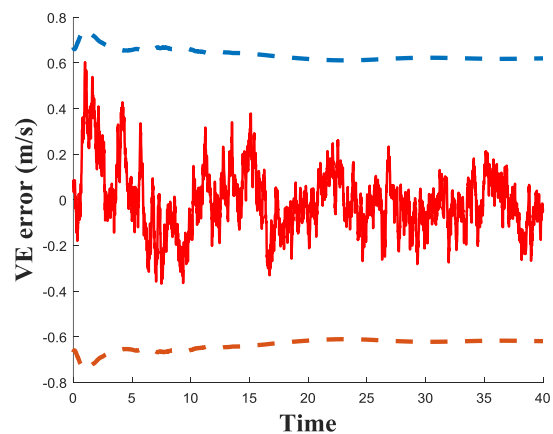


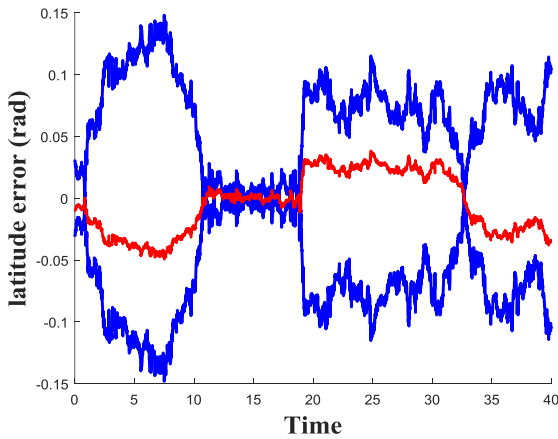
شکل ۱۳: نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین ارتفاع به همراه باند $\pm 3\sigma$

در شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ خطای تخمین موقعیت نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود این خطاها در محدوده کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته که این نشان‌دهنده عملکرد بسیار خوب این روش تخمین می‌باشد.



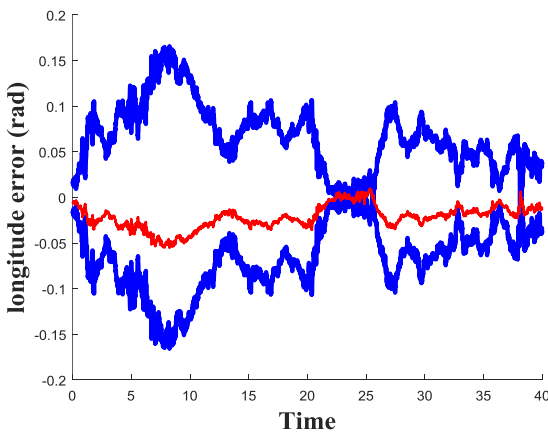
شکل ۱۴: نتیجه حاصل از تخمین زننده HEKF برای خطای تخمین سرعت در راستای شمال به همراه باند $\pm 3\sigma$



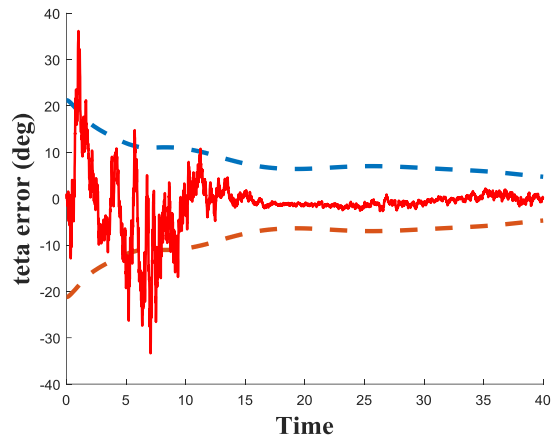


شکل ۲۰: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین عرض جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$

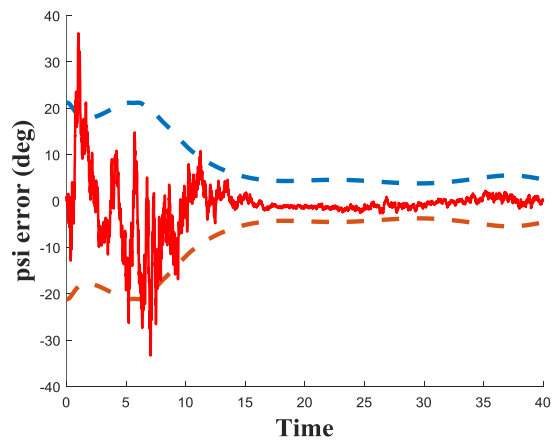
خطای تخمین موقعیت‌ها در شکل‌های ۲۰ تا ۲۲ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای تخمین‌ها در باند کوواریانسی $\pm 3\sigma$ قرار گرفته، و نسبت به دو تخمین‌گر دیگر دارای مقدار کمتری است. که این بیانگر عملکرد بهتر این روش تخمین می‌باشد.



شکل ۲۱: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین طول جغرافیایی به همراه باند $\pm 3\sigma$

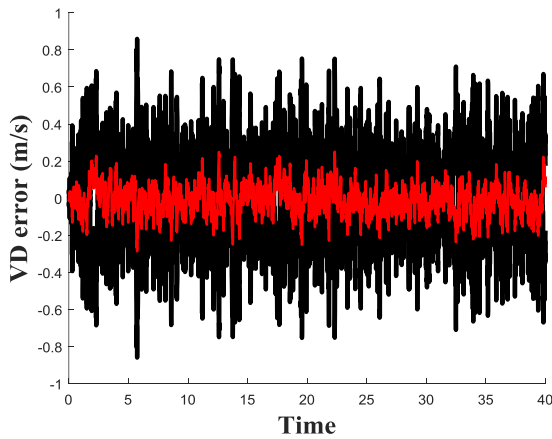


شکل ۱۸: نتیجه حاصل از تخمین زنده HEKF برای خطای تخمین زاویه فراز به همراه باند $\pm 3\sigma$



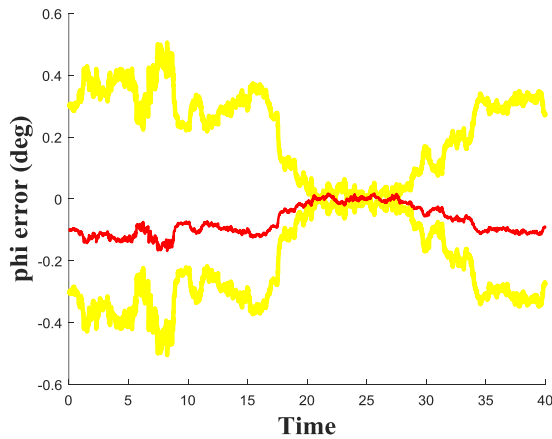
شکل ۱۹: نتیجه حاصل از تخمین زنده HEKF برای خطای تخمین زاویه سمت به همراه باند $\pm 3\sigma$

در شکل‌های ۱۷ تا ۱۹ خطای تخمین وضعیت‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در ابتدای فرایند ناوبری تخمین خوبی از زوایا نداریم، اما با گذشت زمان میزان این خطا کمتر شده و به حالت دائمی پایدارتری می‌رسد. که این نشان‌دهنده‌ی عملکرد قابل قبول این روش تخمین می‌باشد.

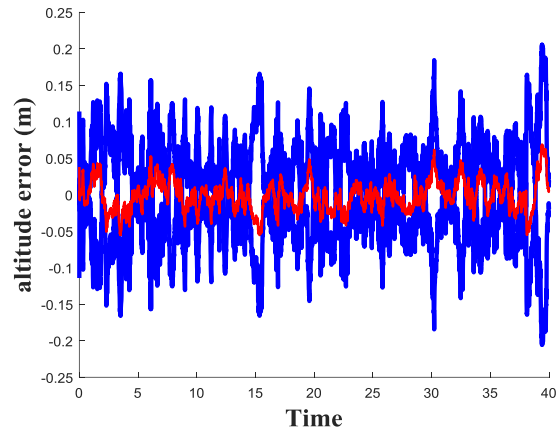


شکل ۲۵: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین سرعت در راستای پایین به همراه باند $\pm 3\sigma$

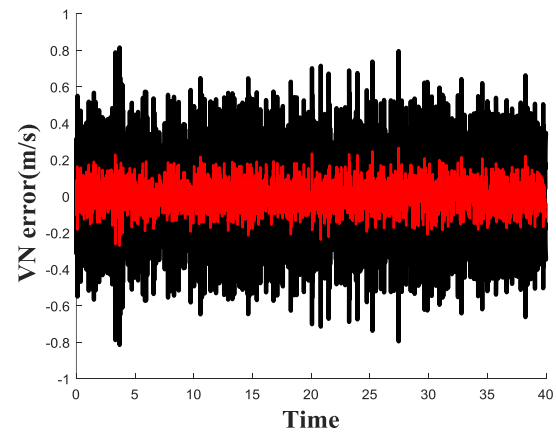
همان‌طور که در شکل‌های ۲۳ تا ۲۵ مشاهده می‌شود، خطای تخمین سرعت‌ها در محدوده کوواریانسی $\pm 3\sigma$ قرار گرفته است. قرار گرفتن این خطاها در محدوده کوواریانسی $\pm 3\sigma$ نشان می‌دهد که تخمین قابل‌قبولی از حالت‌های مربوط به سرعت‌ها در سه کانال داریم. که این خطاها نسبت به دو تخمین‌گر دیگر کمتر بوده و در حدود $0.5m/s$ می‌باشد.



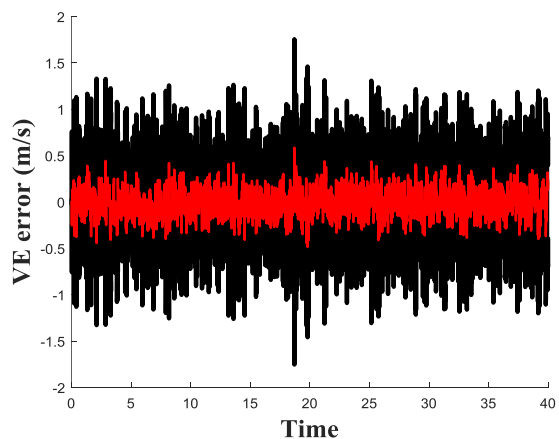
شکل ۲۶: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین زوایه چرخ به همراه باند $\pm 3\sigma$



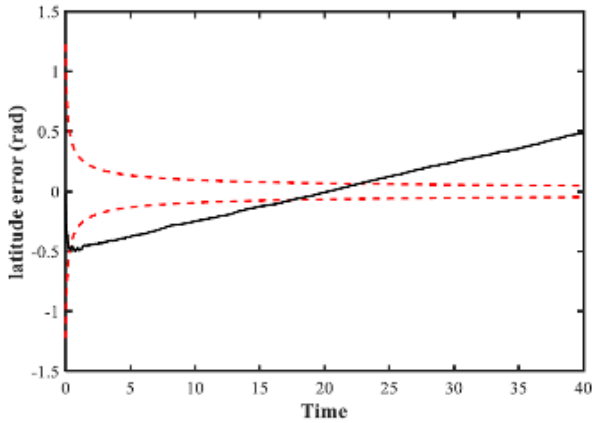
شکل ۲۲: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین ارتفاع به همراه باند $\pm 3\sigma$



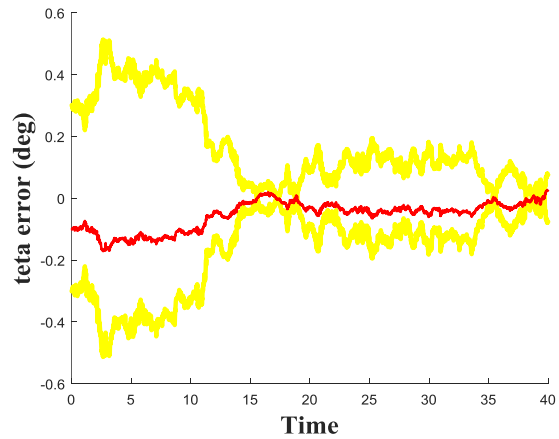
شکل ۲۳: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین سرعت در راستای شمال به همراه باند $\pm 3\sigma$



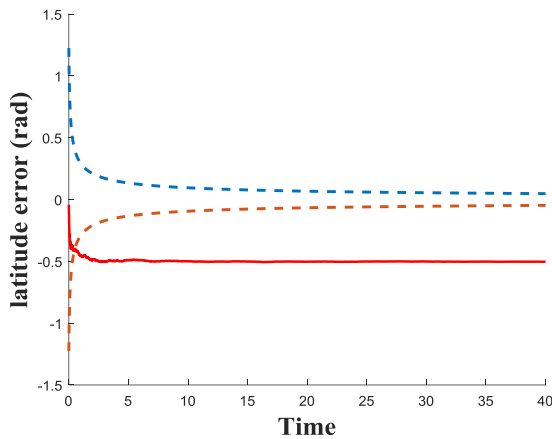
شکل ۲۴: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین سرعت در راستای شرق به همراه باند $\pm 3\sigma$



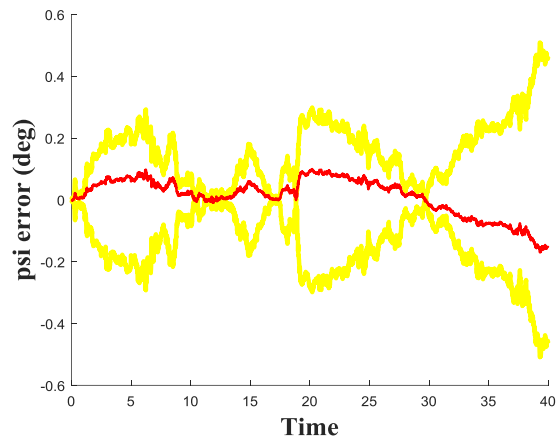
شکل ۲۹: نتیجه حاصل از تخمین زنده EKF برای خطای تخمین عرض جغرافیایی با نویز غیر گوسی به همراه باند $\pm 3\sigma$



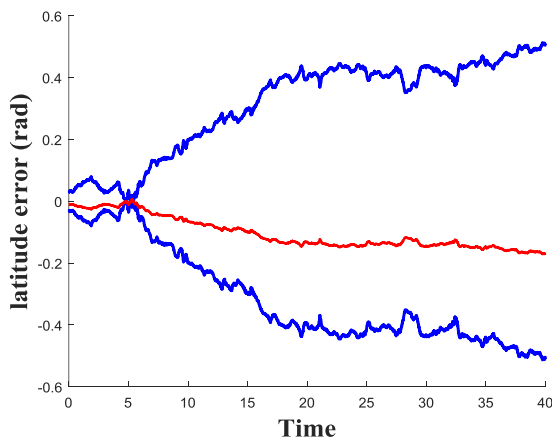
شکل ۲۷: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین زوایه فراز به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۳۰: نتیجه حاصل از تخمین زنده HEKF برای خطای تخمین عرض جغرافیایی با نویز غیر گوسی به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۲۸: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین زوایه سمت به همراه باند $\pm 3\sigma$



شکل ۳۱: نتیجه حاصل از تخمین زنده فیلتر ذره‌ای برای خطای تخمین عرض جغرافیایی با نویز غیر گوسی به همراه باند $\pm 3\sigma$

در شکل‌های ۲۶ تا ۲۸ خطای تخمین وضعیت‌ها در باند کوواریانس $\pm 3\sigma$ قرار گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار خطای تخمین‌ها نسبت به فیلتر کالمن تعمیم‌یافته بهبود قابل‌توجه‌ای نداشته است اما این خطاها مقدار ناچیزی دارند.

در شکل‌های ۲۹ تا ۳۱ خطای تخمین عرض جغرافیایی با استفاده از سه تخمین‌گر بیان شده به ازای نویز غیر گوسی ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود فیلتر ذره‌ای نسبت به دو تخمین‌گر دیگر در برابر نویز غیر گوسی عملکرد بهتری دارد.

پرنده با دقت خوبی تخمین زده شد. همچنین نشان داده شد که جذر میانگین مربعات خطا برای روش تخمین فیلتر ذره‌ای کمتر از فیلتر تعمیم‌یافته هیبریدی و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته است علاوه بر این مشاهده شد که فیلتر ذره‌ای در برابر نویز غیر گوسی عملکرد بهتری نسبت به دو فیلتر دیگر دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از فیلتر ذره‌ای در تخمین سیستم‌های غیرخطی با دینامیک‌های پیچیده با نویزهای گوسی و غیر گوسی به مراتب بهتر از فیلتر کالمن است.

برای مقایسه نتایج فیلتر ذره‌ای با دو تخمین‌گر فیلتر کالمن تعمیم‌یافته زمان گسسته و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته هیبریدی در جدول (۲)، جذر میانگین مربعات سه روش تخمین آورده شده است.

جدول شماره (۲) مقایسه جذر میانگین مربعات خطای سه تخمین‌گر فیلتر کالمن توسعه‌یافته، فیلتر کالمن توسعه‌یافته هیبریدی و فیلتر ذره‌ای برای متغیرهای حالت سیستم

پی‌نوشت‌ها

- ۱ Inertial Navigation System
- ۲ Global Positioning System
- ۳ Micro- Electro- Mechanical Systems
- ۴ Inertial Measurement Unit
- ۵ Particle Filter
- ۶ Uncented Kalman Filter

مراجع

- [1]. Titterton, D.H & Weston, J.L. “*Strapdown Inertial Navigation Technology*”, The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [2]. Vikas Kumar N. M.Tech. Dissertation , “*Integration Of Inertial Navigation System and Global Positioning System Using Kalman Filtering*”, PP 3-7 , 2004
- [3]. David, J, “*Analysis of an Upgraded GPS Internal Kalman Filter*”, IEEE AES Systems Magazine. 1996
- [4]. Ismaeel, S.A., “*Design of Kalman Filter of Augmenting GPS to INS Systems*”, Ph.D. Thesis, Computer Engineering Dept., College of Engineering, Al-Nahrain University. 2003
- [5]. Loebis, D., R. Sutton, J. Chudley and W. Naem, , “*Adaptive tuning of a kalman filter via fuzzy logic for an intelligent AUV navigation system*”, Control Engineering Practice, 12(2004): 1531-1539.
- [6]. Cannon, M.E., “*Development and Testing of an Integrated INS/GPS Cross-Linked System for Sub-Meter Positioning of a CF-188 Jet Fighter*”, Institute of Navigation Annual Meeting / Cambridge / June 1999;28-30.

RMSE_EKF	RMSE_HEKF	RMSE_PF	
0.0249	0.0218	0.0249	طول جغرافیایی
0.0361	0.0762	0.0253	عرض جغرافیایی
0.0936	0.1159	0.0207	ارتفاع
0.4000	0.1373	0.0734	سرعت در جهت شمال
0.4647	0.1626	0.1404	سرعت در جهت شرق
0.6048	0.1941	0.0810	سرعت در جهت پایین
0.0369	0.1067	0.0870	زاویه رول
0.0386	0.0625	0.0723	زاویه پیچ
0.0779	0.1094	0.0620	زاویه سمت
0.8726	0.3604	0.2236	کلی RMSE

همان‌طور که در جدول فوق مشاهده می‌شود، مقدار جذر میانگین مربعات خطای تخمین موقعیت و سرعت در روش تخمین فیلتر ذره‌ای نسبت به دو تخمین‌گر دیگر کمتر است اما مقدار RMSE خطای تخمین وضعیت در این روش نسبت به HEKF کمتر بوده ولی نسبت به EKF بهبود قابل توجه‌ای نداشته است. لذا برای مقایسه بهتر، مقدار RMSE کلی سه روش تخمین آورده شده است که نشان می‌دهد عملکرد تخمین‌گر فیلتر ذره‌ای نسبت به دو تخمین‌گر دیگر بهتر بوده است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله تلفیق اطلاعات سیستم ناوبری اینرسی با غیراینرسی GPS به کمک فیلتر ذره‌ای و مقایسه عملکرد آن با فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و تعمیم‌یافته هیبریدی ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که موقعیت، سرعت و وضعیت جسم

- Filtering in GPS/INS Integratio*", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems VOL. 33, NO.3. (1997)
- [17]. M. Radojevic, "Underwater vehicle localisation using extended kalman filter" Master, Edinburgh: Heriot-Watt University, ۲۰۱۱.
- [18]. S. J. Julier, et al., "A new approach for filtering nonlinear systems", in Proceedings of the American Control Conference., ۱۹۹۵, pp. ۱۶۲۸-۱۶۳۲.
- [19]. Babak, A., S. Krishnaprasa, "Approximate nonlinear filtering and its application in navigation", Automatica, 41(2005): 945-956.
- [20]. Georgy, Jacques, Umar Iqbal, and Aboelmagd Noureldin. "Quantitative comparison between Kalman filter and Particle filter for low cost INS/GPS integration", *Mechatronics and its Applications, 2009. ISMA'09. 6th International Symposium on.* IEEE, 2009.
- [21]. Zhou, Junchuan, Stefan Knedlik, and Otmar Loffeld. "INS/GPS tightly-coupled integration using adaptive unscented particle filter", *The Journal of Navigation* 63.3 (2010): 491-511.
- [22]. Chuang Zhang , Chen Guo, Daheng Zhang, "Ship navigation via GPS/IMU/LOG integration using adaptive fission particle filter", *Ocean Engineering* 156 (2018) 435-445
- [23]. Jing Li , Ningfang Song, "Improving positioning accuracy of vehicular navigation system during GPS outages utilizing ensemble learning algorithm ", *Information Fusion* 35 (2017) 1-10 .
- [24]. Dan Simon, "Optimal State Estimation kalman, and Nonlinear Approaches", A John Wiley & Sons, Inc.,Publication2006.
- [25]. S. Piao, "Adaptive Particle Filter based on the Kurtosis of Distribution," 2011.
- [26]. B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon, "Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications", Artech house Boston, 2004.
- [27]. Pavel Vaclavek, Senior Member, IEEE, Petr Blaha, and Ivo Herman, "AC Drive Observability Analysis". IEEE
- [7]. Wang, B., J. Wang, J. Wu and B. Cai, "Study on Adaptive GPS/INS Integrated Navigation System", IEEE, 2003.
- [8]. Park, M., "Error Analysis and stochastic Modeling of MEMS based Inertial sensors for Land Vehicle Navigation Application", M.Sc Thesis. University of Calgary, Geomatic Engineering Dept,2004.
- [9]. Bian, H., Z. Jin and W. Tian, "IAE-Adaptive Kalman filter for INS/GPS integrated navigation system", *Journal of Systems Engineering and Electronics.* 2006, 17(3-9): 502- 508.
- [10]. Grejner-Brzezinska, D., Toth, Ch. and Yi, Y., "On Improving Navigation Accuracy of GPS/INS Systems", *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 71, No. 4, 2005, pp. 377-389.
- [11]. Faruqi, F. A., "Non-Linear Mathematical Model for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems," Elsevier, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 115, Issues 2-3, 2000, pp. 191- 212.
- [12]. Faruqi, F. A., "Extended Kalman Filter Synthesis for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems" Elsevier, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 115, Issues, 2-3, 2000, pp. 213-227.
- [13]. Prof. Dr. Ingensand. Hilmar, Kocaman .Sultan, "GPS and INS Integration with Kalman Filtering for Direct Georeferencing of Airborne Imagery, Institute of Geodesy and Photogrammetry", GEODETIC SEMINAR REPORT, PP(2003) 2-7, 12-18.
- [14]. Talebi, H. A. Abdollahi, F. Rajni, V. and Khorasani, K, "Neural Network-Based State Estimation of Nonlinear Systems", Application to Fault Detection and Isolation. Lecture Notes in Control and Information Sciences. 395. Springer(2010).
- [15]. Skaloud J, "Optimizing Georeferencing of Airborne Survey Systems by INS/DGPS", Ph.D. Thesis, The Uni. of Calgary, Dept. of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta.1999.
- [16]. Carvalho,H & Del Moral,P & Monin,A & Salut,G, "Optimal Nonlinear

TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL
ELECTRONICS, VOL. 60, NO. 8,
AUGUST 2013

- [28]. Alexander Katriniok, Member, IEEE, and Dirk Abel, Member, IEEE, "Adaptive EKF-Based Vehicle State Estimation With Online Assessment of Local Observability", IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 24, NO. 4, JULY 2016
- [29]. Rouhani, Alireza, and Ali Abur. "Observability analysis for dynamic state estimation of synchronous machines." IEEE Transactions on Power Systems 32.4 (2017): 3168-3175.
- [30]. G. Wang, C.-C. Liu, N. Bhatt, E. Farantatos, and M. Patel, "Observability of nonlinear power system dynamics using synchrophasor data," Int. Trans. Elect. Energy Syst., vol. 26, no. 5, pp. 952–967, May 2016.
- [31]. Barton J. D. "Fundamentals of Small Unmanned Aircraft Flight", Johns Hopkins APL Technical Digest, Volume 31, Number 2 (2012). Website: <http://www.jhuapl.edu/techdigest/TD/td3102/>