

# ردگیری و تعقیب هدف مانوری هوایی با استفاده سنسور تصویری و فاصله یاب لیزری

میثم دلالت<sup>۱</sup>، مهران نصرت‌الهی<sup>۲\*</sup>، سید حسین ساداتی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران

۲- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۸/۰۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۱۵)

## چکیده

ردگیری هدف اساساً یک مساله از نوع تخمین حالت است. متغیرهای حالت‌های هدف از قبیل موقعیت، سرعت و شتاب باید از اندازه‌گیری‌های نویزی و اشتباه تخمین زده شوند. تخمین متغیرهای حالت هدف نیازمند استفاده از الگوریتم‌هایی است که به نام فیلتر شناخته می‌شوند و مبتنی بر روش تخمین بیزین هستند. فیلترهای تخمین و اکثر الگوریتم‌های دیگری که برای تخمین استفاده می‌شوند، مدل پایه هستند زیرا دانشی از مدل حرکت هدف وجود دارد. کلید موفقیت ردگیری یک هدف در استخراج قابل اجرای اطلاعات مفید در مورد حالت هدف از مشاهدات است و مطمئناً داشتن مدل مناسب از هدف و مشاهده، استخراج اطلاعات را تا حد زیادی تسهیل می‌سازد. در این مقاله به بررسی و مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف حرکت هدف در ردگیری یک وسیله پرنده هوایی با استفاده از سنسور تصویری و فاصله‌یاب لیزری دقیق پرداخته شد. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که مدل شتاب جرک و مدل شتاب مارکوف در مقایسه با سایر مدل‌های حرکت هدف از عملکرد بهتری برخوردارند.

واژه‌های کلیدی: ردگیری هدف، فیلتر کالمن غیرخطی، فیلتر کالمن خنثی (UKF)، سنسور تصویری، تخمین حرکت

## Aerial Target Tracking using Visual sensor and Laser finder

Meysam Delalat, Mehran Nosrattolahi and Seyed Hussein Sadati

### Abstract

A usual target-tracking problem is the type of state estimation problem. The target states must estimate from noisy, false measurements and dynamic state variable such as position, velocity and acceleration. State estimation needs algorithms called filter, which based on Bayesian estimation. The tracking successful key is in extracting applicable, useful data from observation about target states. Certainly, having a proper model of target dynamics and measurement will make it much easier. Estimation filters and most of other algorithms used for estimation based on model since, there is knowledge about target dynamics. In this paper, we investigate and compare various target tracking models for aerial target tracking using visual sensor and accurate laser finder. The results of this study show that Jerk and Markov model have better performance relative to other dynamic models.

**Key words:** Target Tracking, Non-linear Kalman filter, Unscented Kalman Filter (UKF), Visual sensor, State estimation

## مقدمه

یک کاربرد مهم ردگیری، ردگیری هواپیما برای سیستم‌های تجسس نظامی است. این مساله شامل شناسایی هواپیما، نوع، سرعت و موقعیت آن و اطلاعاتی از این دست در مورد هدف است. ردگیری هدف اساساً یک مساله از نوع تخمین حالت است. متغیرهای حالت‌های هدف از قبیل موقعیت، سرعت و شتاب باید از اندازه‌گیری‌های نویزی و اشتباه تخمین زده شوند. تخمین، فرآیند استنباط یا تعیین متغیرهای حالت متغیر با زمان یا پارامترهای ثابت نامعلوم سیستم‌های دینامیکی از مشاهدات غیرمستقیم، غیردقیق، نامعین و نویزی است. مهم‌ترین عنصر تخمین از دیدگاه عددی، فیلتری است که ابزاری الگوریتمی برای بدست آوردن بهترین تخمین از کمیت‌های مطلوب از سیگنال یا داده نویزی است.

معروف‌ترین این فیلترها، فیلتر کالمن<sup>۱</sup>، فیلتر کالمن توسعه یافته<sup>۲</sup>، فیلتر UKF<sup>۳</sup> و فیلتر ذره<sup>۴</sup> هستند. هدف تمام مسائل تخمین بیزین این است که تخمین‌های بهینه‌ای از پارامتر مورد نظر با استفاده از اطلاعات بدست آمده پیشین از پارامتر و اعمال مقادیر مشاهدات و مدل دینامیکی را ارائه دهند. در ردگیری هدف، پارامتر مورد علاقه، متغیر دینامیکی تصادفی است که به عنوان متغیر حالت هدف ارجاع می‌شود [۱]. سنسورها و حسگرهایی از قبیل رادار، دوربین، IR و... برای فراهم کردن و دریافت این مشاهدات استفاده می‌شود.

در کاربردهای پهپاد، الگوریتم‌های تصویر پایه<sup>۵</sup> برای طراحی مسیر و تخمین متغیرهای حالت وسیله در محیط‌های کاملاً یا تا حدودی ناشناخته استفاده شده‌اند [۲-۳-۴]. الگوریتم‌های تصویرپایه در ردگیری اهداف شناخته شده نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در [۵]، سنسور تصویری برای کنترل فرود یک پهپاد استفاده و یک روش هندسی پیشنهاد شده است تا سرعت‌های خطی و زاویه‌ای دوربین و خود پرنده را نسبت به نقاط ثابت

عوارض زمینی روی محوطه فرود تخمین بزند. آنها با استفاده از ۸ نقطه ثابت بر روی باند فرود و کشف آنها در تصویر، از الگوریتم تخمین بصری حرکت خود<sup>۶</sup> برای تعیین موقعیت پهپاد بالگردی استفاده کرده‌اند. در [۶] نیز، طراحی و اجرای یک الگوریتم تصویری زمان حقیقی برای یک بالگرد بدون سرنشین ارائه شده است تا بر روی منطقه هدف معینی فرود آید. الگوریتم شامل برنامه‌های بهینه‌سازی خطی و غیرخطی برای تخمین مدل پایه وضعیت دوربین و متغیرهای حالت حرکت است. در [۷]، الگوریتم کنترلی برای یک پهپاد بال ثابت ارائه شده است تا یک هدف ثابت زمینی را با استفاده از یک دوربین گیمبال<sup>۷</sup>، هنگامی که بر فراز هدف می‌چرخد، ردگیری کند. در این مرجع از فیلتر کالمن برای تخمین همزمان موقعیت پرنده و هدف استفاده شده است. در مرجع [۸]، الگوریتمی برای ردگیری همزمان چندین هدف زمینی به وسیله پهپاد ارائه شده است. الگوریتم به ویژه برای بالگردهای چند ملخه<sup>۸</sup> مناسب است و شامل فیلتر ذره برای پیش‌بینی حرکت هدف، مولد مسیر پرواز مرجع و یک کنترلر مدل پیش‌بین خطی برای ردگیری مسیر پرواز است. الگوریتم برای دوربین گیمبال و دوربین ثابت ارائه شده است و بر اساس نتایج داده شده، الگوریتم در گرفتن همزمان مجموعه‌ای از اهداف زمینی در محدوده حوزه دید، با پیکربندی‌های گیمبال یا ثابت، کارآمد بوده است اما عملکرد در حالت دوربین ثابت نسبت به دوربین متحرک تنزل داشته است.

کلید موفقیت ردگیری یک هدف، استخراج اطلاعات مفید در مورد حالت هدف از مشاهدات است. مطمئناً مدل مناسب از هدف و مشاهده، استخراج این اطلاعات را تا حد زیادی تسهیل می‌سازد. فیلترهای یادشده و اکثر الگوریتم‌های دیگری که برای تخمین استفاده می‌شوند، مدل پایه هستند زیرا دانشی از مدل حرکت هدف وجود دارد. مساله ردگیری هدف هوایی در حالتی که مانور هدف نامعین باشد، حتی پیچیده‌تر هم می‌شود چرا که هدف شتابی غیرصفر دارد. نتایج موجود در این زمینه، اغلب حرکت هدف را با سرعت ثابت در نظر گرفته‌اند [۹-۱۰]، یا شتاب

<sup>1</sup> Kalman filter (KF)

<sup>2</sup> Extended Kalman filter (EKF)

<sup>3</sup> Unscented Kalman filter (UKF)

<sup>4</sup> Particle filter (PF)

<sup>5</sup> Vision-based

<sup>۶</sup> Visual ego-motion estimation

<sup>۷</sup> Gimbal

<sup>۸</sup> Multirotor vehicles

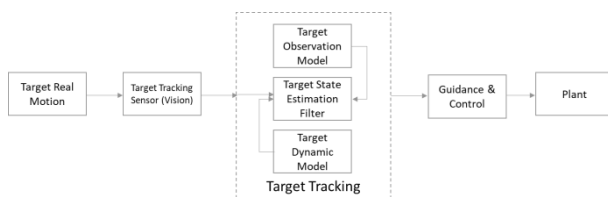
سنسور خود، در اینجا سنسوری تصویری، استفاده می‌کند. دوربین، تصویری از هدف را دریافت کرده و با استفاده از روش‌های پردازش تصویر تبدیل به مختصاتی در فضای دوبعدی صفحه تصویر می‌شود. با استفاده از مختصات بدست آمده در صفحه تصویر، مدل مشاهده دوربین دو زاویه و موقعیت نسبی هدف را می‌دهد که در بخش بعد معادلات آن ارائه خواهد شد. فیلتر تخمین با استفاده از این مشاهدات و نتایج حاصل از مدل‌های مشاهده و دینامیک هدف، متغیرهای حالت هدف را تخمین می‌زند. در آخر، موقعیت هدف با افزایش دقت از طریق کاهش اثر نویز سنسور به بلوک هدایت و کنترل پرنده ارسال می‌گردد.

مدل‌های ریاضی گوناگونی از حرکت هدف در طول سه دهه اخیر توسعه یافته‌اند. رایج‌ترین مدل‌ها، مدل‌های فضای حالت هستند که به شکل روابط (۱) و (۲) با نویز افزودنی بیان می‌شوند.

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) + w_k \quad (1)$$

$$z_k = h_k(x_k) + v_k \quad (2)$$

که،  $x_k$ ،  $z_k$  و  $u_k$  به ترتیب، بردارهای حالت هدف، مشاهده و ورودی کنترل در زمان گسسته  $t_k$ ؛  $w_k$  و  $v_k$  رشته‌های نویز فرآیند و مشاهده هستند. همچنین،  $f_k$  و  $h_k$  توابع مقدار برداری (احتمالا متغیر با زمان) هستند.



شکل ۱ - فرآیند ردگیری هدف

### مدل‌های سیستم

#### مدل‌سازی حرکت واقعی هدف

حرکت واقعی هدف در فضای سه‌بعدی را می‌توان به وسیله معادله سینماتیکی حرکت منحنی شکل به صورت روابط (۳) مدل کرد (شکل ۲).

$$\dot{x} = v(t) \sin(\gamma(t)) \cos(\phi(t)) \quad (3)$$

هدف را به عنوان فرآیند گاوسی با میانگین صفر مدل کرده‌اند [۱۱].

در این مقاله هدف بررسی و مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف حالت در ردگیری یک وسیله پرنده هوایی با استفاده از سنسور تصویری است. کارهای زیادی با استفاده از مدل‌های مختلف برای ردگیری هدف ارائه شده‌اند [۱۲-۱۳-۱۴-۱۵-۱۶-۱۷] اما به این سوال که کدام مدل حرکت برای تخمین دقیق‌تر هدف مانوری ارجحیت دارد، کمتر پرداخته شده است [۱۸]. در این مقاله فرض شده است که:

- ۱- رهگیر مجهز به سنسور تصویری برای مشاهده هدف است و هدف همواره در مرکز صفحه تصویر قرار دارد.
- ۲- مختصات سنسور تصویری منطبق با مختصات NED رهگیر است و حرکت هدف در مختصات NED رهگیر تخمین زده می‌شود.
- ۳- رهگیر در تعقیب هدف است، مقدار فاصله تا هدف،  $r$ ، به صورت ایده‌آل و به طور دقیق توسط سنسور فاصله‌یاب لیزری اندازه‌گیری می‌شود. به این ترتیب، داده‌های سنسور تصویری تنها برای ردگیری هدف در فضای دوبعدی استفاده می‌شود.

### تعریف مساله

یکپارچگی سیستم، نیازمند فهمی از قابلیت‌های پایه سیستم همراه با درکی از رابطه متقابل متغیرهای حالت سیستم و اثرات محیط عملیاتی است. برای پیاده‌سازی فیلتر تخمین به سه دسته اطلاعات نیاز است:

- مدل اندازه‌گیری
- مدل حرکت
- مدل نویز

فرآیند ردگیری هدف در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مقاله، حرکت واقعی هدف در فضای واقعی بر اساس معادلات دینامیک حرکت جسم جرم-نقطه‌ای مدل می‌شود. اما در عمل، این معادلات وابسته به شتاب‌های حرکتی و نیروهای آیرودینامیکی حاکم بر وسیله هستند که برای پرنده رهگیر نامشخص است. پرنده رهگیر برای ردگیری هدف از اطلاعات

پیشنهاد دادند که شامل موقعیت، سرعت، وضعیت، نرخ وضعیت و متغیرهای تصادفی بود و فیلتر کالمن توسعه یافته متناظر با آن را ایجاد کردند. شبیه‌سازی‌های آنان نشان داد که پیش از آن که داده راداری از انحنای واقعی مسیر پرواز فراهم شود، مشاهدات وضعیت می‌توانند اطلاعات را در رابطه با انحنای آتی مسیر فراهم می‌سازد. در این مطالعه، اثرات ترم میانگین تراست (به جز درگ) و زوایای سطوح کنترلی، همگی به عنوان فرآیند مارکف مرتبه اول<sup>۴</sup> (سینگر<sup>۵</sup>) مدل شدند. این فرآیند به ۱۶ پارامتر نامعلوم از پیش تعریف شده شامل ضرایب آیرودینامیکی و ممان اینرسی هواپیما نیاز داشت [۱۹].

موک و شیو از مدل تفصیلی دینامیک پرواز شامل پارامترهای آیرودینامیکی و سایر پارامترهای هواپیما استفاده کردند. جهت انتخاب پارامترها برای فیلتر ردگیری، آنها تحلیلی بر روی نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی هواپیما انجام دادند که می‌تواند در مانورهای معمولی مورد انتظار باشد. یکی از تفاوت‌ها بین کار آنها و دیگران این است که موک و شیو اثرات متغیرهای کنترلی هواپیما و نیز درجات آزادی حرکت انتقالی و دورانی را در نظر گرفتند. سطوح کنترلی و تراست که به وسیله خلبانان وارد می‌شوند، به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شدند. آنها با به کارگیری یک مدل دینامیک پروازی پیچیده‌تر و پارامترهای از پیش تعریف شده دقیق هواپیما، نشان دادند که نتایج ردگیری آنها بهتر از نتایج اندریسانی و همکاران است. اما کار آنها از حیث حساسیت دقت ردگیری نسبت به دانش ناقص از پارامترهای از پیش تعریف شده هواپیما محدود می‌شود. علاوه بر این، باید خاطرنشان کرد که تعداد متغیرهای حالت تخمین برای EKF به ۱۶ رسید و تعداد پارامترهای نامعلوم هواپیما، که اثرات قابل توجهی بر روی عملکرد و پایداری ردگیری دارد، ۳۹ عدد بود [۲۰].

در مجموع، اندریسانی و همکاران و موک و شیو مدل دینامیک پرواز شش درجه آزادی معمول را برای مساله ردگیری خود پیشنهاد دادند که با فرض مشاهدات وضعیت انجام شده بود. ایده آنها، بهبود دقت مدل‌سازی به وسیله روابط تفصیلی‌تر

$$\dot{y} = v(t) \sin(\gamma(t)) \sin(\phi(t))$$

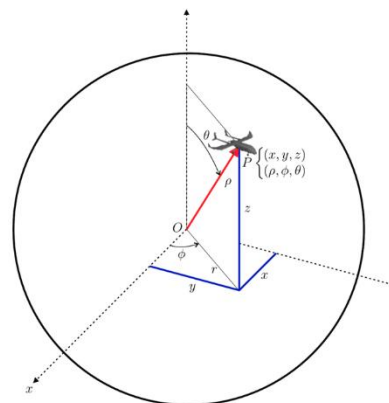
$$\dot{z} = v(t) \cos(\gamma(t))$$

$$\dot{v}(t) = a_r(t)$$

$$\dot{\phi}(t) = \omega(t)$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\theta}(t)$$

که،  $x, y, z$  متغیرهای حالت موقعیت هدف در دستگاه زمین مرجع،  $v$  سرعت هدف،  $\gamma$  زاویه مسیر پرواز،  $\phi$  زاویه سمت هستند.



شکل ۲- مدل هدف در مختصات کروی.

### مدل دینامیک هدف

استفاده از مدل‌های دینامیک پروازی در ردگیری هدف توسط اندریسانی<sup>۱</sup> و همکاران، [۱۹] و موک<sup>۲</sup> و شیو<sup>۳</sup>، [۲۰]، پایه‌گذاری شد. آنها مدل دینامیک پرواز جسم صلب را که شامل معادلات حرکت شش درجه آزادی هواپیما است، به عنوان مدل ردگیری هدف استفاده کردند با فرض این که مشاهدات شامل اطلاعات وضعیت هواپیمای هدف (یعنی رول، پیچ و سمت) با نرخ بالای نمونه‌برداری (۵/۰-۲/۰) در دسترس باشد.

اندریسانی و همکاران پیشنهاد دادند که این امکان وجود دارد تا به صورت تقریبی مقدار و جهت نیروهای عامل بر روی وسیله را تعیین کرد و در نتیجه، شتاب خطی وسیله توسط مشاهده و تخمین وضعیت تعیین می‌شود. آنها ۱۵ متغیر حالت را

<sup>1</sup> Andrisani

<sup>2</sup> Mook

<sup>3</sup> Shyu

<sup>4</sup> First-order Markov process

<sup>5</sup> Singer

هم در واقع تعمیم مدل‌های دو بعدی هستند و می‌توان بسیاری از سناریوهای سه‌بعدی را با فرض‌های عملی و ممکن به یک سناریوی دوبعدی تقلیل داد.

### مدل حرکت در فضای دوبعدی با شتاب خطی

در ساده‌ترین شکل مدل حرکت، حرکت هدف را محدود به صفحه  $(y, z)$  در نظر می‌گیریم. از آنجایی که مشاهدات سنسور هم در این صفحه انجام می‌شود، این مدل می‌تواند از دقت خوبی برخوردار باشد.

در مدل‌سازی تصادفی<sup>۲</sup>، یک متغیر تصادفی برای نشان دادن کمیتی نامتغیر با زمان و نامعلوم استفاده می‌شود در حالی که کمیت متغیر با زمان و نامعلوم توسط فرآیندی تصادفی مدل می‌شود. ساده‌ترین کلاس از فرآیندهای تصادفی، نویز سفید است. در جایگاه بعدی، فرآیندهایی با نموهای مستقل قرار دارند که به وسیله فرآیندهای وینر یا فرآیندهای مارکوف<sup>۳</sup> نشان داده می‌شوند.

از آنجایی که مقدار مولفه‌های شتاب هدف برای رهگیر مشخص نیستند و در طول زمان هم می‌تواند تغییر کند، پس، مدل شتاب یک فرآیند تصادفی است. بنابراین، بسته به میزان قابلیت مانورپذیری متصور برای هدف، یکی از مدل‌های زیر برای مدل‌سازی این مولفه‌ها در نظر گرفته می‌شود [12, 21]:

- نویز سفید
- مدل جرک
- فرآیند وینر
- فرآیند مارکوف

با در نظر گرفتن هر یک از مدل‌های بالا، سناریوی حرکت هدف متفاوت خواهد بود. در ادامه، هر یک از این مدل‌ها را به اختصار توصیف می‌کنیم.

مدل شماره ۱. مدل شتاب نویز سفید گسسته (مدل تقریباً شتاب ثابت (NCA)<sup>۴</sup>)

دینامیک پرواز و محاسبه تحلیلی کنترل‌های هواپیما بود. اما، تعداد متغیرهای حالت، نامعینی‌ها در پارامترهای هواپیما، میزان دسترسی به مشاهدات از مدل دینامیک و میزان غیرخطی بودن در مدل دینامیک پرواز همچنان به عنوان مسائل بالقوه‌ای باقی مانده‌اند که باید رفع شوند.

به دلیل حجم بالای محاسبات در مدل‌های شش درجه آزادی و مشکل در یافتن پارامترهای نامعین هواپیما در این معادلات، در واقعیت امکان استفاده از این روش‌ها وجود ندارد و در صورت پیاده‌سازی، در مقابل یک هواپیمای خاص با ضرایب از پیش تعیین شده کارایی دارند. بنابراین، چنین مدل‌هایی عموماً در کاربردهایی که نوع پرنده هدف مشخص است، مثلاً برج مراقب فرودگاه‌ها کارایی دارند.

مدل دینامیک پرواز سه درجه آزادی جرم نقطه‌ای، هواپیما را به عنوان یک جرم نقطه‌ای در نظر می‌گیرد بنابراین درجات آزادی از ۶ به ۳ کاهش می‌یابد. استفاده از مدل جرم نقطه‌ای برای ردگیری هواپیما بر این حقیقت استوار است که معادلات حرکت دینامیک کاملاً ۶ درجه آزادی پرواز، به خصوص معادلات مومنتم، در مساله ردگیری هدف ضروری نیستند. المان اصلی‌تر، وارد کردن اثر متغیرهای وضعیت بر شتاب انتقالی است.

بدین ترتیب، مساله از ردگیری یک جسم صلب با قابلیت شش درجه آزادی به ردگیری نقطه جرمی در دستگاه مختصات مرجع تقلیل می‌یابد. معادله کلی مدل حرکت نقطه جرمی به صورت رابطه (۴) خواهد بود:

$$\dot{x} = Ax + Bu + w \quad (4)$$

که،  $x$  بردار متغیرهای سیستم،  $u$  بردار فرمان سیستم است که در واقعیت، مولفه‌های شتاب هدف هستند. همچنین،  $A$  و  $B$  ماتریس‌های ضرایب حالت و  $w$  بردار نویز مدل پردازش<sup>۱</sup> هستند.

اکنون، برای مدل کردن حرکت چنین نقطه جرمی، دو حالت کلی وجود دارد: مدلسازی در فضای ۲ بعدی (با توجه به افت دقت در راستای محور دوربین) و مدل‌سازی در فضای ۳ بعدی. مدل‌های دو بعدی، جوابگوی بسیاری از کاربردهای مورد نیاز پهبادی هستند و حجم پردازش کمتر و سرعت بالاتری نسبت به مدل‌های سه‌بعدی دارند، ضمن آنکه، مدل‌های فضای ۳ بعدی

<sup>2</sup> Stochastic

<sup>3</sup> Markov processes

<sup>4</sup> Piecewise constant white acceleration model

<sup>۱</sup> Process noise

فرآیندی تصادفی که اتوکوواریانس آن برای هر دو زمان متفاوت صفر باشد، نویز سفید نامیده می‌شود، به عبارت دیگر، «چگالی طیف توان<sup>۲</sup>» برای تمام فرکانس‌ها یک مقدار ثابت است. اگر مولفه‌های شتاب به شکل نویز سفید با میانگین صفر مدل شوند، در واقع مساله دنبال کردن هدفی با شتاب و مانور ناچیز است [۱۲-۲۱]. این حالت عموماً در مساله‌های سوختگیری هوایی، دنبال کردن رهبر در پرواز آرایشی و از این قبیل اتفاق می‌افتد. بدین ترتیب، داریم:

فرآیندی تصادفی که اتوکوواریانس آن برای هر دو زمان متفاوت صفر باشد، نویز سفید نامیده می‌شود، به عبارت دیگر، «چگالی طیف توان<sup>۲</sup>» برای تمام فرکانس‌ها یک مقدار ثابت است. اگر مولفه‌های شتاب به شکل نویز سفید با میانگین صفر مدل شوند، در واقع مساله دنبال کردن هدفی با شتاب و مانور ناچیز است [۱۲-۲۱]. این حالت عموماً در مساله‌های سوختگیری هوایی، دنبال کردن رهبر در پرواز آرایشی و از این قبیل اتفاق می‌افتد. بدین ترتیب، داریم:

$$\dot{a}(t) = 0 \quad (5)$$

در این حالت، اثر شتاب بر روی بازه زمانی نمونه‌برداری  $k$  ام ثابت است و به دلیل ناچیز بودن شتاب، مقدار شتاب به عنوان یک نویز در مدل حرکت وارد می‌شود. این اغتشاش بر روی سرعت تاثیر خواهد گذاشت.

پارامترهای مطلوب تخمین عبارتند از:  $x = [y, z, \dot{y}, \dot{z}]$ . مدل حرکت نیز در این حالت، معادلات حرکت مستقیم‌الخط ساده هستند که مولفه شتاب آنها مانند رابطه (۶)، به صورت نویز سفید مدل می‌شوند.

$$a(t) = \dot{v}(t) = w \quad \text{where} \quad E[w(t)] = 0 \quad (6)$$

رابطه (۷)، معادلات را به شکل زمان پیوسته نشان می‌دهند:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bw(t)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0010 \\ 0001 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{t}{2} & 0 \\ 0 & \frac{t}{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (7)$$

به دلیل آن که عموماً مشاهدات و همچنین عملکرد سخت‌افزار پرنده به صورت زمان گسسته و وابسته به فرکانس کاری سیستم می‌باشد، نیاز است تا معادلات پیوسته به شکل گسسته حل شوند [۲۱]. افزایش مقدار سرعت در این بازه برابر با

$$x(k+1) = Fx(k) + Gw(k)$$

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 10 & T0 \\ 010 & T \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} w(k) \quad (8)$$

که،  $T$  و  $dt$  ثابت زمانی نمونه‌برداری یا فرکانس کاری سیستم،  $w$  نویز سفید با میانگین صفر بیانگر مولفه‌های شتاب هدف در راستای  $y$  و  $z$  هستند.

مدل شماره ۲. مدل شتاب فرآیند وینر (گام تصادفی<sup>۳</sup>) دومین مدل از نظر سادگی، مدل شتاب فرآیند وینر<sup>۴</sup> است. در ریاضیات، فرآیند وینر یک فرآیند تصادفی پیوسته در زمان است. این فرآیند به اسم حرکت براونی استاندارد هم شناخته می‌شود.

فرآیند تصادفی وینر، شکل محدود شده گام تصادفی است. در واقع فرآیند وینر، انتگرال نویز سفید در  $k$  امین بازه زمانی نمونه‌برداری است. فرآیند وینر را می‌توان با رابطه (۹) مدل کرد.

$$a(t) = \dot{v}(t) = a(t-1) + k w(t) \quad (9)$$

در این حالت، فرض می‌شود شتاب هدف دقیقاً ثابت نیست و دارای تغییرات جزئی است که به صورت نویز سفید در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب، این مدل، مدل شتاب دنباله وینر<sup>۵</sup> نامیده می‌شود. در این حالت، فرض می‌شود که شتاب، یک فرآیند مستقل نویز سفید اما دارای رشد و نمو است. این مدل به شکل زمان گسسته و به صورت رابطه (۱۰) نمایش داده می‌شود:

$$x(k+1) = Fx(k) + Gw(k) \quad (10)$$

<sup>3</sup> Random walk

<sup>4</sup> Wiener-process acceleration model

<sup>5</sup> Wiener-sequence acceleration model

<sup>1</sup> Autocovariance

<sup>۲</sup> Power Spectral Density

#### مدل شماره ۴. مدل شتاب مارکوف

فرآیند مارکوف<sup>۲</sup>، کلاسی از فرایندهایی است که بر اساس احتمالات تصمیم‌گیری می‌کنند. این فرایندها شامل فرآیند تصمیم‌گیری مارکوف (mdp)<sup>۳</sup>، فرآیند تصمیم‌گیری شبه مارکوف (smdp)<sup>۴</sup>، مشاهدات جزئی فرآیند تصمیم‌گیری مارکوف (pomdp)<sup>۵</sup> هستند که می‌توان آن‌ها را به عنوان مدل‌های ریاضی در نظر گرفت.

فرایندهای مارکوف در واقع از فرایندهای وینر و نویز سفید تشکیل شده‌اند. مزیت مدل مارکوف نسبت به سایر رویکردها این است که مجبور به تعریف انواع مختلف از مانورها نیستیم تا این ریسک را داشته باشیم که هدف هیچ کدام از آنها را دنبال نکند. مزیت دیگر آن که، فقط فرض می‌شود که هدف سرعت خود را به شدت و تصاعدی طی یک بازه نمونه‌برداری تغییر نمی‌دهد [۲۲]. در مدل مشهور سینگر<sup>۶</sup> فرض می‌شود که شتاب،  $a(t)$ ، فرآیند مارکوف مرتبه اول با میانگین صفر (شتاب تاخیری مرتبه اول هدف)<sup>۷</sup> به صورت رابطه (۱۴) مدل می‌شود [۱۲-۲۳]:

$$\dot{a}(t) = -\alpha a(t) + w(t) \quad \alpha > 0 \quad (14)$$

که،  $w(t)$  نویز سفید با میانگین صفر است که تابع همبستگی ورودی نویز سفید برابر است با

$$\sigma_w^2(t) = 2\alpha\sigma_m^2\delta(t) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $\sigma_m^2$  واریانس شتاب هدف و  $\alpha$  معکوس

ثابت زمانی مانور (شتاب)،  $\alpha = \frac{1}{\tau}$ ، هستند. مقدار  $\alpha$  برای

چرخش آهسته<sup>۸</sup>،  $\alpha \approx \frac{1}{60}$  و برای مانورهای سریع<sup>۹</sup>،  $\alpha \approx \frac{1}{20}$

در نظر گرفته می‌شود [۲۴]. ما در این مقاله،  $\alpha = \frac{1}{20}$  در نظر می‌گیریم. مدل سینگر به همراه فیلترهای مختلف کالمن استفاده

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ z(k) \\ \dot{y}(k) \\ \dot{z}(k) \\ y(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(k)$$

در این مدل، نویز سفید  $w(k)$  افزایش شتاب در طول بازه نمونه‌برداری  $k$ ام است و فرض می‌شود که دنباله سفید با میانگین صفر باشد. فرمولاسیون این حالت نسبت به مشتق شتاب (جرک)، راحت‌تر است.

#### مدل شماره ۳. مدل جرک نویز سفید

در این مدل، باز هم شتاب، یک فرآیند وینر است اما در این حالت، مشتق شتاب یک فرآیند مستقل نویز سفید در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که مشتق شتاب، جرک خوانده می‌شود، این مدل را مدل جرک نویز سفید<sup>۱</sup> می‌نامند [۲۱]، بنابراین:

$$\dot{a}(t) = \ddot{v}(t) = w(t) \quad (11)$$

در این حالت، هدف دارای شتابی قابل ملاحظه در نظر گرفته می‌شود. پس، مقدار شتاب نیز باید در متغیرهای حالت در نظر گرفته شود. بدین ترتیب بردار حالت متناظر با این مدل،  $x = [y \ z \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$  فرم پیوسته و گسسته معادلات به صورت رابطه (۱۲) و (۱۳) خواهد بود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (12)$$

$$x(k+1) = Fx(k) + w(k)$$

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ z(k) \\ \dot{y}(k) \\ \dot{z}(k) \\ y(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(k) \quad (13)$$

<sup>۲</sup> Markov model

<sup>۳</sup> Markov decision process

<sup>۴</sup> Semi-Markov decision process (SMDP)

<sup>۵</sup> Partially observable Markov decision process

<sup>۶</sup> Singer model

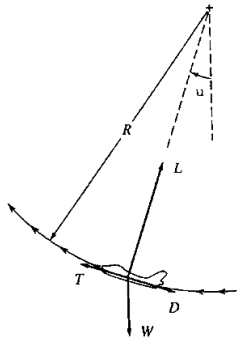
<sup>۷</sup> First-Order Lag Target Acceleration

<sup>۸</sup> Lazy turn

<sup>۹</sup> Evasive maneuver,

<sup>۱</sup> White noise jerk model

موقع دور زدن، هواپیما شتاب گریز از مرکز و عمود بر مسیر حرکت دارد.



شکل ۳ نمایش نیروها در مانور چرخش هواپیما

با گسترش فضای حالت تخمین، می‌توان علاوه بر سرعت‌های خطی، جهت‌گیری و نرخ دور زدن هدف،  $\omega(t)$  را نیز بدست آورد. در این شرایط، سه حالت مورد تصور خواهد بود: ۱- مقدار  $\omega$  به طریقی برای هواپیمای رهگیر معلوم است، ۲- مقدار  $\omega$  نامعلوم ولی ثابت است و باید تخمین زده شود، ۳- مقدار  $\omega$  نامعلوم و متغیر است.

با انتخاب و در نظر گرفتن هر یک از مدل‌های فوق، فضای حالت تخمین تغییر خواهد کرد که در ادامه به بررسی هر یک پرداخته می‌شود.

مدل شماره ۵. دوران ثابت و معین

معمولاً، مانورهای هدف با نرخ دوران  $\omega$  ثابت و سرعت،  $v$ ، ثابت انجام می‌شود. در این حالت، فرض می‌شود نرخ دوران هدف به طریقی در اختیار رهگیر قرار دارد. بنابراین، بردار حالت تخمین در مختصات کارتزین عبارت خواهد بود از:  $x = [y \quad z \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$ . در نتیجه، مدل فضای حالت تخمین با استفاده از معادلات حرکت منحنی‌الخط استاندارد (حرکت دایروی) به فرم رابطه (۱۸) بدست می‌آیند:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \quad (18)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \\ 0 & 0 & \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t)$$

شده است تا به خصوصیات ردگیری عالی در برابر گروه گسترده‌ای از مانورهای مقیاس بزرگ دست یابد. مشکل اصلی این مدل، نیاز به تعیین اولیه ثابت زمانی شتاب و توان نویز است [۲۵]. نمایش فضای حالت مدل زمان پیوسته ردگیری هدف سینگر به شکل رابطه (۱۶) خواهد بود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \quad (16)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t)$$

و معادل زمان گسسته آن در رابطه (۱۷) آورده شده است:

$$x(k+1) = Fx(k) + w(k) \quad (17)$$

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} y(k) \\ z(k) \\ \dot{y}(k) \\ \dot{z}(k) \\ \vdots \\ y(k) \\ \vdots \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(k)$$

مدل‌های دیگری نیز از مدل سینگر توسعه یافته‌اند که هر یک به شکلی این مدل را بهبود بخشیده‌اند مانند مدل جریان<sup>۱</sup> که به دلیل جامعیت مدل سینگر، این مدل‌ها در این مقاله مدنظر قرار نمی‌گیرند.

### مدل حرکت در فضای دوبعدی با شتاب خطی و زاویه‌ای

دور زدن پایه بسیاری از مانورها است و می‌توان آن را بدیهی‌ترین مانور به حساب آورد. دور زدن با زاویه چرخش کم، از ساده‌ترین انواع مانور به شمار می‌آید. در دور زدن، هواپیما تمام یا بخشی از دایره را طی می‌کند. هواپیما در دور زدن، یک مسافت دایره‌ای به شعاع  $R$  را با سرعت ثابت  $v$  طی می‌کند (شکل ۳).

<sup>1</sup> Current



مدل دینامیک در این حالت مشابه با مدل شماره ۶ است با این تفاوت که  $\omega(t)$  به صورت فرآیند مارکوف مدل می‌شود. مدل در نظر گرفته شده برای  $\omega(t)$  به صورت رابطه (۲۲) است:

$$\dot{\omega}(t) = -\alpha\omega(t) + w(t) \quad (22)$$

که،  $\alpha = -\frac{1}{20}$  در نظر گرفته می‌شود. رابطه (۲۳) و (۲۴) معادلات زمان پیوسته و گسسته این مدل را نشان می‌دهند.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (23)$$

$$x(k+1) = Fx(k) + w(k)$$

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k \\ z_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \\ \omega_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w(k) \quad (24)$$

### مدل سنسور

سنسورهای ردگیری هدف، اندازه‌گیری‌هایی (مشاهداتی) از هدف را در سیستم مختصات سنسور فراهم می‌آورند. در بسیاری موارد این سیستم مختصات در فضای سه‌بعدی یا دوبعدی قطبی، برد  $r$  و زاویه بیرینگ<sup>۱</sup> (یا آزیموت<sup>۲</sup>)،  $b$ ، زاویه فراز<sup>۳</sup>،  $e$ ، را اندازه‌گیری می‌کنند که در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. در مختصات سنسور، به طور کلی اندازه‌گیری‌ها به شکل روابط (۲۵) الی (۲۷) با نویزهای جمع‌شونده مدل می‌شوند.

$$r = r + v_r \quad (25)$$

$$b = b + v_b \quad (26)$$

$$e = e + v_e \quad (27)$$

از آنجایی که مقدار  $\omega$  معلوم است، این مدل خطی است. مدل فضای گسسته معادل آن به صورت رابطه (۱۹) خواهد بود:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \\ 0 & 0 & \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k \\ z_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(k) \quad (19)$$

اما این مدل به دلیل نیاز به داشتن مقدار دقیق نرخ دوران،  $\omega$ ، در عمل قابل اتخاذ و عمل نخواهد بود، چرا که حتی در صورت تله‌متری داده هدف به رهگیر، به عنوان مثال در پرواز آرایشی رهبر-پیرو، این مقدار نویزی خواهد بود و مقدار دقیق آن نامعلوم است.

مدل شماره ۶ دوران ثابت و نامعین

در این حالت، نرخ دوران نیز در فضای حالت تخمین وارد می‌شود، یعنی  $x = [y \ z \ \dot{y} \ \dot{z} \ \omega]^T$ . معادلات فضای حالت زمان پیوسته و گسسته در این حالت به صورت رابطه (۲۰) و (۲۱) خواهند بود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (20)$$

$$x(k+1) = Fx(k) + w(k)$$

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k \\ z_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \\ \omega_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w(k) \quad (21)$$

که در معادلات بالا،  $\omega(t)$  اگر از نوع فرآیند وینر مدل‌سازی شود، مقدار  $\alpha = 0$  و در صورتی که از نوع فرآیند مارکوف در نظر گرفته شود،  $\alpha = \frac{1}{\tau_\omega}$  خواهد بود. در این مدل، ما فرآیند وینر را در نظر گرفته‌ایم.

مدل شماره ۷ مقدار  $\omega$  نامعلوم و متغیر

<sup>۱</sup> Bearing

<sup>۲</sup> Azimuth

<sup>۳</sup> Elevation

(۱) به میزان  $2L+1$  ذره یا نقاط سیگما<sup>۳</sup> به صورت روابط (۳۲) الی (۳۴) تولید می‌شوند.

$$x^0 = m_x \quad (32)$$

$$x^i = m_x + \left( \sqrt{(L+\lambda)P_x} \right)_i, \quad i \in \{1, \dots, L\} \quad (33)$$

$$x^i = m_x - \left( \sqrt{(L+\lambda)P_x} \right)_i, \quad i \in \{L+1, \dots, 2L\} \quad (34)$$

که،  $(M)_i$ ،  $i$  امین سطر یا ستون از ماتریس  $M$  و  $\lambda = \alpha^2(L+\kappa) - L$  فاکتور مقیاس<sup>۴</sup> هستند. المان  $\alpha$ ، پارامتری است که به ما اجازه می‌دهد تا پراکندگی نقاط سیگما را حول میانگین  $m_x$  کنترل کنیم.  $\kappa$  فاکتور مقیاس ثانویه است.

(۲) نقاط سیگما با استفاده از تابع  $f$ ، رابطه (۳۵) منتقل می‌شوند.

$$y^i = f(x^i), \quad i \in \{0, \dots, 2L\} \quad (35)$$

(۳) میانگین  $\bar{y}$  و کوواریانس  $P_y$  متغیر  $y$  به ترتیب زیر تخمین زده می‌شوند.

$$m_y = \sum_{i=0}^{2L} W_m^i y^i \quad (36)$$

$$P_y = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i (y^i - \bar{y})(y^i - \bar{y})^T \quad (37)$$

فاکتورهای وزنی با استفاده از روابط (۳۸) الی (۴۰) تعریف می‌شوند.

$$W_m^0 = \frac{\lambda}{\lambda + L} \quad (38)$$

$$W_c^0 = \frac{\lambda}{\lambda + L} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (39)$$

$$W_m^i = W_c^i = \frac{1}{\{2(\lambda + L)\}}, \quad i \in \{1, \dots, 2L\} \quad (40)$$

که، پارامتر  $\beta$  به ما اجازه می‌دهد ترم‌های مرتبه بالاتر را در توزیع بردار تصادفی به حساب آوریم.

که،  $(r, b, e)$  موقعیت هدف را در مختصات واقعی کروی سنسور بدون خطا و  $v_b, v_r, v_e$  خطاهای تصادفی اندازه‌گیری هستند.

با در نظر گرفتن فرضیاتی که در ابتدای مقاله بیان شد، مدل مشاهده به صورت روابط (۲۸) و (۲۹) خواهد بود:

$$z(t) = h(t) + v \quad (28)$$

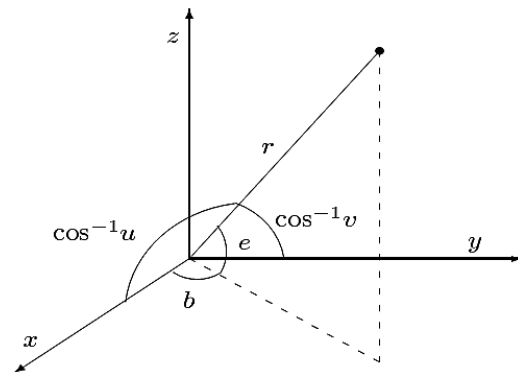
$$h(t) = [r(t) \quad e(t) \quad b(t)]^T \quad (29)$$

که،

$$r(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2} \quad (30)$$

$$e(t) = \sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right) \quad (31)$$

$$b(t) = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) \quad (31)$$



شکل ۴ - سیستم مختصات سنسور

### فیلتر تخمین UKF

فیلتر کالمن خنثی (UKF)<sup>۱</sup> بر اساس «انتقال خنثی (UT)<sup>۲</sup>» است. این فیلتر اولین بار توسط ژولیر و همکاران، [۲۶]، پیشنهاد شد که به وسیله UT می‌توان تخمینی از حرکت و کوواریانس تابع انتقال تحلیل دلخواه  $y = f(x)$  بدست آورد که  $x$  یک بردار گوسین تصادفی با مقدار میانگین  $m_x$  و ماتریس کوواریانس  $P_x$  است.

اگر  $L$ ، نشان‌دهنده اندازه بردار  $x$  باشد، فیلتر UKF در سه گام قابل اجرا است:

<sup>3</sup>  $\sigma$ -points

<sup>4</sup> Scaling factor

<sup>1</sup> The unscented Kalman filter (UKF)

<sup>2</sup> Unscented transformation (UT)

Generation of the  $\alpha$ -points

$$\hat{x}_{k-1/k-1}^e = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1/k-1}^T & \bar{u}^T & \bar{v}^T \end{bmatrix}^T$$

$$P_{k-1/k-1}^e = \text{diag}(P_{k-1/k-1}^{xx}, P^{uu}, P^{vv})$$

$$\left( \hat{x}_{k-1/k-1}^e \right)^i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1/k-1}^e & \hat{x}_{k-1/k-1}^e + \gamma \sqrt{P_{k-1/k-1}^e} & \hat{x}_{k-1/k-1}^e - \gamma \sqrt{P_{k-1/k-1}^e} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1/k-1}^i & \hat{u}_{k-1/k-1}^i & \hat{v}_{k-1/k-1}^i \end{bmatrix}$$

A priori estimation

$$\left( \hat{x}_{k/k-1}^e \right) = f \left( \hat{x}_{k-1/k-1}^e, \hat{u}_{k-1/k-1}^i \right)$$

$$\hat{x}_{k/k-1}^e = \sum_{i=0}^{2L} W_m^i \hat{x}_{k-1/k-1}^i$$

$$P_{k/k-1}^{xx} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i \left( \hat{x}_{k/k-1}^i - \hat{x}_{k/k-1}^e \right) \left( \hat{x}_{k/k-1}^i - \hat{x}_{k/k-1}^e \right)^T$$

$$\hat{y}_{k/k-1}^e = g \left( \hat{x}_{k-1/k-1}^e, \hat{v}_{k-1/k-1}^i \right)$$

$$\hat{y}_{k/k-1}^e = \sum_{i=0}^{2L} W_m^i \hat{y}_{k-1/k-1}^i$$

$$P_{k/k-1}^{yy} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i \left( \hat{y}_{k/k-1}^i - \hat{y}_{k/k-1}^e \right) \left( \hat{y}_{k/k-1}^i - \hat{y}_{k/k-1}^e \right)^T$$

A posteriori estimation

$$P_{k/k-1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i \left( \hat{x}_{k/k-1}^i - \hat{x}_{k/k-1}^e \right) \left( \hat{y}_{k/k-1}^i - \hat{y}_{k/k-1}^e \right)^T$$

$$K_k = P_{k/k-1}^{xy} \left( P_{k/k-1}^{yy} \right)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left( y_k - \hat{y}_{k/k-1} \right)$$

$$P_{k/k}^{xx} = P_{k/k-1}^{xx} - K_k P_{k/k-1}^{yy} K_k^T$$

$\bar{u}$  and  $P^{uu}$  are the mean and the covariance matrix of the driving process  
 $\bar{v}$  and  $P^{vv}$  are the mean and covariance matrix of the additive noise  
 $L$  is the size of the extended state vector

شکل ۵ - الگوریتم UKF

اگر نمایش فضای حالتی به صورت زیر داشته باشیم.

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) \quad (41)$$

$$y_k = g(x_k, b_k)$$

که،  $f$  تابع تحلیلی دلخواه مدل دینامیک (یا پردازش)،  
 تابع تحلیل دلخواه مشاهده،  $x_k$ ،  $y_k$ ،  $u_k$  و  $b_k$  به ترتیب نشاندهنده  
 بردار حالت، مشاهده، فرآیند محرک (کنترل)<sup>۱</sup> و نویز مشاهده  
 هستند.

با استفاده از UKF اجازه می‌یابیم تا تخمینی بازگشتی از  
 بدست آوریم. در هر لحظه معین  $k$ ، به مجرد اعمال UT بر  
 روی توابع  $f$  و  $g$ ، پیش‌بینی‌های  $\hat{x}_{k/k-1}$  و  $\hat{y}_{k/k-1}$  از بردار  
 حالت و مشاهده بدست خواهیم آورد. پس از آن یک تخمین  
 استقرایی<sup>۲</sup> از بردار حالت به صورت رابطه (۴۲) بدست می‌آید:

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left( y_k - \hat{y}_{k/k-1} \right) \quad (42)$$

که،  $K_k$ ، بهره فیلتر است و با استفاده از تخمین ماتریس  
 کوواریانس  $P_{k/k-1}^{yy}$  از مشاهده و ماتریس همبستگی<sup>۳</sup>  $P_{k/k-1}^{xy}$  بین  
 بردار حالت و مشاهده بدست می‌آید [۲۷].

$$K_k = P_{k/k-1}^{xy} \left( P_{k/k-1}^{yy} \right)^{-1} \quad (43)$$

در شکل ۵ الگوریتم UKF آورده شده است.

### شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی الگوریتم تخمین برای  
 مدل‌های مختلف در نرم‌افزار MATLAB ارائه می‌گردد. ما  
 حرکت هدف را به مدت ۳۰۰ ثانیه شبیه‌سازی کرده که نیمی از  
 حرکت به صورت خطی و بدون شتاب و نیم دیگر آن با شتاب  
 ثابت خطی و دورانی برابر با  $\dot{v}(t) = 1 \frac{m}{s}$ ،  $\dot{\phi}(t) = 1 \frac{deg}{s}$   
 و  $\dot{\gamma}(t) = 0.5 \frac{deg}{s}$  است. شرایط اولیه هدف به صورت  
 $x = 10m$ ،  $y = 10m$ ،  $z = 50m$ ،  $V = \frac{2m}{s}$ ،  $\phi = 0^\circ$ ،  $\gamma = 0^\circ$   
 گرفته شده است. شکل ۶ نحوه حرکت هدف در فضای سه‌بعدی  
 را نشان می‌دهد.

<sup>1</sup> Driving process

<sup>2</sup> Posteriori estimation

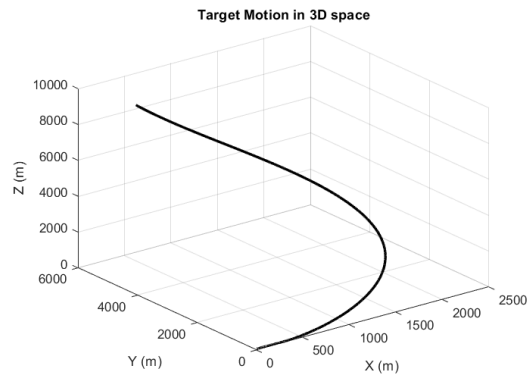
<sup>3</sup> Intercorrelation matrix

پردازش،  $Q$  مورد نیاز برای تخمین نیز بر اساس جدول ۲ در نظر گرفته شده‌اند. ماتریس کوواریانس مشاهده نیز به شکل زیر اعمال شده است.

$$\sigma_r = 1m, \sigma_e = 1^\circ, \sigma_b = 1^\circ \quad (44)$$

$$R = 0.75 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & \sigma_e^2 & \sigma_b^2 \end{bmatrix} \right) \quad (45)$$

بر اساس روش شبیه‌سازی مونت کارلو، فرآیند تخمین هر یک از مدل‌ها، ۵۰ بار تکرار شده است تا مقایسه عملکرد مطمئنی داشته باشیم.



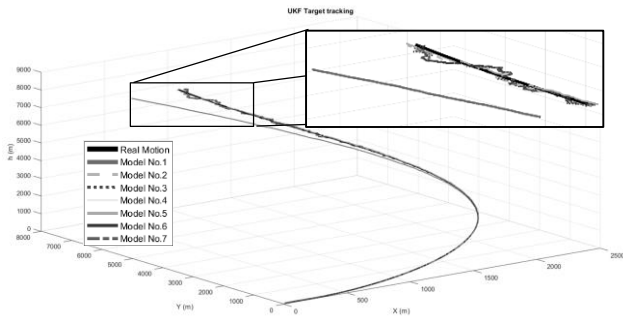
شکل ۶ - نمایش حرکت هدف در فضای سه بعدی

از سوی دیگر، ماتریس اولیه کوواریانس تخمین،  $P_0$ ، به صورت ماتریس همانی و شرایط اولیه، ماتریس کوواریانس خطای

جدول ۱ - شرایط اولیه و کوواریانس خطای پردازش در نظر گرفته شده برای مدل‌های مختلف

$Q$	$m_0$	مدل شماره
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1]^T$	۱
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1]^T$	۲
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1, \sigma_{a_y} = 5, \sigma_{a_z} = 5$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 & \sigma_{a_y}^2 & \sigma_{a_z}^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z & a_y & a_z \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$	۳
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1, \sigma_{a_y} = 5, \sigma_{a_z} = 5$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 & \sigma_{a_y}^2 & \sigma_{a_z}^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z & a_y & a_z \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$	۴
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1]^T$	۵
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1, \sigma_\omega = 1$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 & \sigma_\omega^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z & \omega \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1 \quad 0]^T$	۶
$\sigma_y = 0, \sigma_z = 0, \sigma_{V_y} = 1, \sigma_{V_z} = 1, \sigma_\omega = 1$ $Q = 2 \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_z^2 & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_z}^2 & \sigma_\omega^2 \end{bmatrix} \right)$	$\begin{bmatrix} y & z & V_y & V_z & \omega \end{bmatrix}^T = [5 \quad 40 \quad 1 \quad 1 \quad 0]^T$	۷

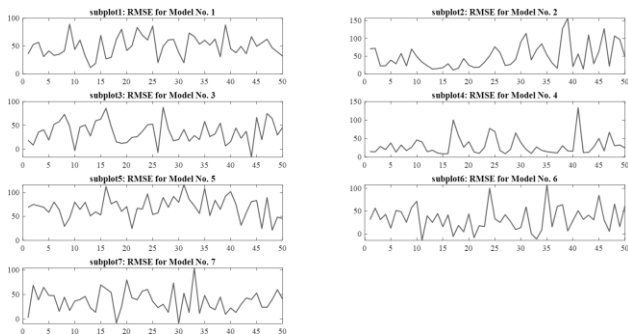
مدل شتاب جرک، مدل شماره ۳، از بهترین عملکرد و کمترین خطا در ردگیری هدف مانوری برخوردار است. این بدان معناست که پیچیده کردن مدل دینامیک و افزایش پارامترهای تخمین، لزوماً منجر به بهبود عملکرد تخمین و افزایش کارایی آن نخواهد داشت.



شکل ۷: نمایش نحوه ردگیری حرکت هدف توسط مدل‌های حرکت با بزرگمایی انتهای شبیه‌سازی- مقایسه خطا و سرعت تخمین مدل مختلف

جدول ۲ مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف بر حسب دقت و سرعت پردازش

زمان اجرا ثانیه	RMS	مدل
۸/۶۸	۱۹۱/۷۰	مدل شماره ۱
۷/۱۲	۵۰/۱۴۰	مدل شماره ۲
۸/۶۸	۲۱/۵۵	مدل شماره ۳
۱۲/۴۲	۲۳/۰۴	مدل شماره ۴
۶/۳۳	۱۶/۲۷	مدل شماره ۵
۶/۷۶	۲۲/۶۷	مدل شماره ۶
۷/۹۱	۲۲/۷۵	مدل شماره ۷



شکل ۸ تغییرات RMSE مدل‌های مختلف دینامیکی در شبیه‌سازی مونت کارلو

نتایج شبیه‌سازی این مدل‌ها و چگونگی عملکرد آنها در مقابل هدف مانوری در شکل ۷ و به طور مجزا در شکل ۹ تا شکل ۱۵ نشان داده و مقدار مجذور میانگین ریشه (RMS) خطای هر یک در شکل ۸ و جدول ۲ آورده شده است.

همانگونه که در جدول ۲ قابل مشاهده است، مدل شماره ۱، با ارائه بیشترین خطا و واگرایی از مسیر هدف، به خوبی نشان می‌دهد که فرض شتاب نوین سفید برای تعقیب یک هدف مانوری مناسب نیست. از سوی دیگر، خطای مدل شماره ۶ و ۷ نشان می‌دهد لزوماً پیچیده کردن و افزودن به متغیرهای تخمین، باعث بهبود عملکرد فیلتر نخواهد شد. ضمن آنکه، وجود پدیده ناهمواری<sup>۲</sup> در شکل ۱۴ و شکل ۱۵ به خوبی دیده می‌شود که باعث می‌شود چنین فیلتری در ترکیب با بلوک‌های هدایت و کنترل باعث ناپایداری سیستم گردد.

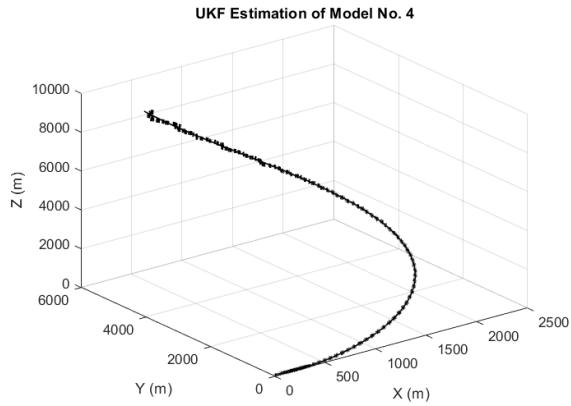
از این بین، بهترین عملکرد تخمین مربوط به مدل شماره ۳، ۴ و ۵ است. از آنجایی که برخلاف مدل شماره ۵، در مدل شماره ۳ و ۴، مقدار سرعت دورانی هدف نامعلوم است، این دو مدل جامعیت و قابلیت بالاتری در ردگیری اهداف دارند. بدین ترتیب، مدل شتاب جرک، مدل شماره ۳، و مدل شتاب مارکوف، مدل شماره ۴، برترین مدل‌ها در ردگیری هدف هستند. از بین این دو مدل نیز، مدل شتاب جرک از سرعت بالاتری در ردگیری هدف با حفظ میزان کم خطا برخوردار است که باعث برتری نسبی آن نسبت به مدل جرک می‌شود.

## نتیجه‌گیری

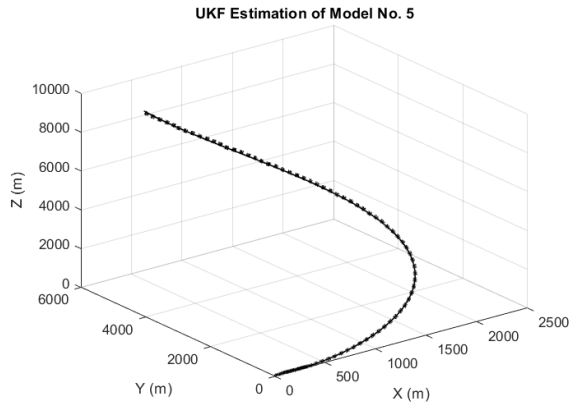
در این مقاله، به بررسی عملکرد مدل‌های مختلف دینامیک در تخمین حرکت هدف پرداخته شد. با فرض اندازه‌گیری دقیق فاصله تا هدف و بهره‌گیری رهگیر از سنسور تصویری، مدل دینامیکی به همراه مدل مشاهده سنسور تصویری برای تخمین حرکت هدف در دو راستای  $Y$  و  $Z$  به کار برده شد. فیلتر تخمین مورد استفاده در این مقاله، فیلتر غیرخطی کالمن، UKF در نظر گرفته شد. همان‌گونه که در شکل ۷ مشاهده می‌شود

<sup>۱</sup> Root Mean Square (RMS)

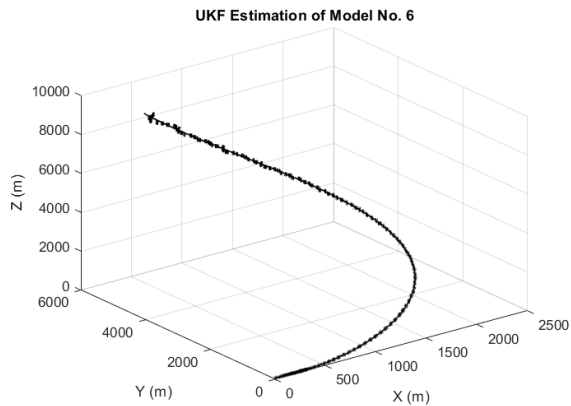
<sup>۲</sup> Unsmooth



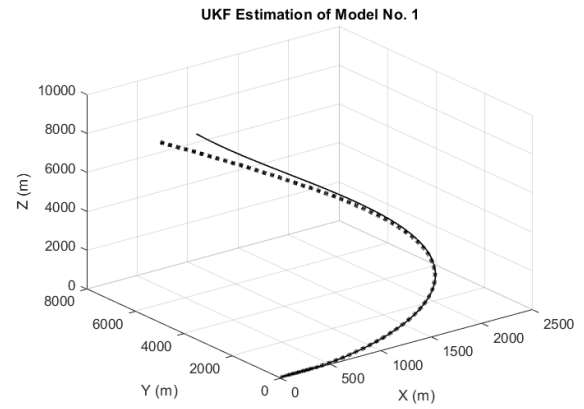
شکل ۱۲ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه‌بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۴



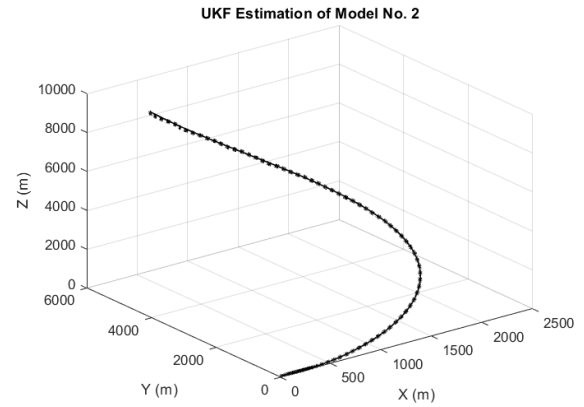
شکل ۱۳ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه‌بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۵



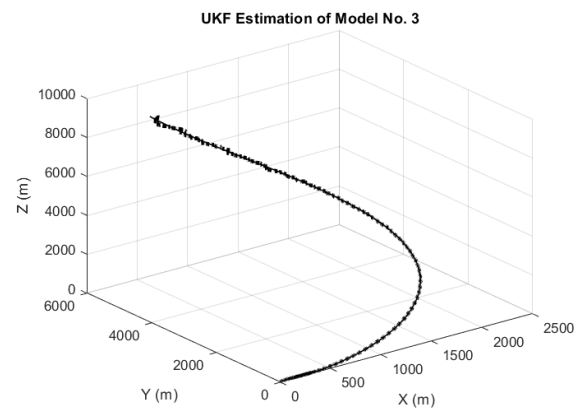
شکل ۱۴ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه‌بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۶



شکل ۹ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه‌بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۱

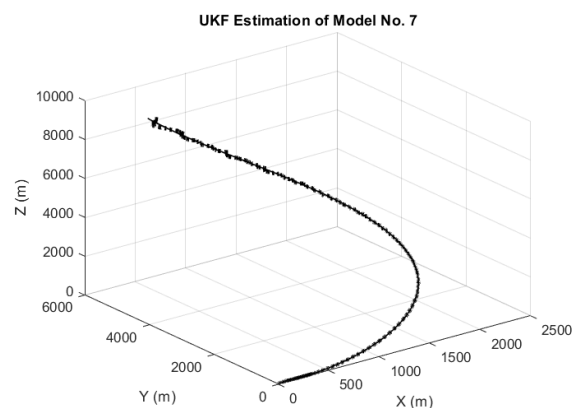


شکل ۱۰ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه‌بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۲



شکل ۱۱ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه‌بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۳

- [6] C. S. Sharp, O. Shakerinia and S. Sastry, "A Vision System for Landing an Unmanned Aerial Vehicle," May 2001..
- [7] I. Wang, V. Dobrokhodov, I. Kaminer and . K. Jones, "On Vision-Based Target Tracking and Range Estimation for Small UAVs.," San Francisco, Aug. 15-18, 2005..
- [8] N. Miller and J. Rogers, "Simultaneous Tracking of Multiple Ground Targets from a Multirotor Unmanned Aerial Vehicle," vol. 12, March 17, 2015.
- [9] V. J. Aidala and S. E. Hammel, "Utilization of Modified Polar Coordinates for Bearings-Only Tracking.," vol. 28(3):283-294, 1983.
- [10] A. Betser, P. Vela and A. Tannenbaum, "Automatic Tracking of Flying Vehicles Using Geodesic Snakes and Kalman Filtering," Dec. 14-17, 2004.
- [11] Y. Watanabe, E. N. Johnson and A. J. Calise, "Optimal 3-D Guidance from a 2-D Vision Sensor," Aug. 16-19, 2004.
- [12] L. X. Rong and V. P. Jilkov, "Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models," *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 39, no. 4, pp. 1333-1364, 2003.
- [13] L. X. Rong and . V. P. Jilkov, "Survey of maneuvering target tracking: II. Ballistic target models In Signal and Data Processing of Small Targets," *International Society for Optics and Photonics*, vol. 4473, 2001.
- [14] L. X. Rong and V. P. Jilkov, "Survey of maneuvering target tracking: III. Measurement models In Signal and Data Processing of Small



شکل ۱۵ - نمایش کیفیت تعقیب هدف در فضای سه بعدی نسبت به حرکت هدف  
 مدل شماره ۷

### منابع

- [1] M. R. Moreland, D. Musicki and R. J. Evans, *FUNDAMENTALS OF OBJECT TRACKING*, Cambridge University Press, 2011.
- [2] T. Yang, P. Li, . H. Zhang, J. Li and Z. Li, "Monocular Vision SLAM-Based UAV Autonomous Landing in Emergencies and Unknown Environments," *Electronics* , vol. 7, no. 5, p. 73, 2018.
- [3] L. K. Seng, M. Ovinis, Nagarajan, R. Seulin and O. Morel, "Vision-based State Estimation of an Unmanned Aerial Vehicle," *Trends Bioinform*, no. 10, pp. 11-19, 2017.
- [4] Y. Wu, Y. Sui and G. Wang, "Vision-based Real-Time Aerial Object Localization and Tracking for UAV Sensing System," *IEEE Access*, no. 5, pp. 23969-23978, 2017.
- [5] O. Shakerinia, Y. Ma, T. Koo, J. Heaspanha and S. Sastry, "Vision Guided Landing of an Unmanned Air Vehicle," December 1999.

- [23] T. L. Song, "Observability of target tracking with bearings-only measurements," vol. 32, no. 4, 1996.
- [24] R. A. Singer, "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets," Vols. AES-64, July 1970.
- [25] C.-F. Lin, MODERN NAVIGATION, GUIDANCE, AND CONTROL PROCESSING, Prentice Hall, 1991.
- [26] S. J. Julier, J. K. Uhlmann and H. F. Durrant-Whyte, "A New Approach for Filtering Nonlinear Systems," in *Proceedings of 1995 American Control Conference-ACC'95. IEEE*, 1995.
- [27] M. Najim, Modeling, estimation and optimal filtering in signal processing, J. Wiley & Sons, 2008.
- Targets 2001," *International Society for Optics and Photonics*, vol. 4473, 2001.
- [15] X. R. a. V. P. J. Li, "Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 41, no. 4, 2005.
- [16] X. R. a. V. P. J. Li, "A survey of maneuvering target tracking-Part VIa: Density-based exact nonlinear filtering," in *Signal and Data Processing of Small Targets 2010* , International Society for Optics and Photonics, 2010.
- [17] G. W. Pulford, "A Survey of Manoeuvring Target Tracking Methods," *arXiv preprint arXiv*, 2015.
- [18] G. A. McIntyre and K. Hintz, "Comparison of several maneuvering target tracking models," *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, vol. 3374 , July 1998.
- [19] D. Andrisani, . E. T. Kim and F. P. Kuhl, "Tracking accuracy improvement using noisy target orientation measurements," *Remote Sensing Reviews*, vol. 6, no. 1, pp. 49-63, 1992.
- [20] D. J. Mook and Shyu, I. M., "Nonlinear aircraft tracking filter utilizing control variable estimation," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 15, no. 1, pp. 228-237, 1992.
- [21] B. Shalom, Y. X. Rong Li and T. Kirubarajan, Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software, John Wiley & Sons, 2004.
- [22] O. Tremois and J.-P. Le Cadre, "Maneuvering target motion analysis using hidden Markov model," *IEEE*, 1994..