

# طراحی و تست تجربی الگوریتم توجیه اولیه با استفاده از خروجی سنسورهای ناوبری اینرسی

محمد حسینی، سعید\*<sup>۱</sup>، امید<sup>۲</sup>، ثابت، محمد تقی<sup>۳</sup>

۱- دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

۲- دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، تهران

۳- دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل

( دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۰۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۷/۱۱ )

## چکیده

مقاله حاضر به مسئله ترازبایی و توجیه با استفاده از حسگرهای اینرسی می‌پردازد. یکی از گام‌های مهم برای افزایش دقت ناوبری اینرسی وسایل متحرک، تعیین دقیق مقادیر اولیه برای زوایای قرارگیری در دستگاه ناوبری، از جمله وضعیت قرارگیری وسیله نسبت به شمال جغرافیایی یا آزیموث است. در این مقاله یک الگوریتم توجیه و ترازبایی دو مرحله‌ای شامل ترازبایی اولیه و ترازبایی دقیق به‌منظور تعیین زوایای اولیه وسیله با دقت چند دقیقه قوسی پیشنهاد شده است. بر این اساس ابتدا در ترازبایی اولیه، با استفاده از مولفه‌های بردار جاذبه و سرعت زاویه‌ای چرخش زمین که توسط سنسورهای اینرسی اندازه‌گیری می‌شوند، زوایای تراز و آزیموث اولیه با دقت محدودی محاسبه می‌شوند. سپس با استخراج مدل خطا برای یک سیستم ناوبری اینرسی و استفاده از مزیت ساکن بودن حسگرهای اینرسی (صفر بودن سرعت واقعی حسگرها) خطای زوایای تراز و آزیموث با بکارگیری یک فیلتر کالمن تخمین زده شده و محاسبات اولیه تنظیم می‌شود. به‌منظور ارزیابی دقت این الگوریتم، بلوک ناوبری اینرسی بر روی یک میز سه درجه آزادی که قابلیت تنظیم زوایای تراز و آزیموث را با دقت حدود پنج ثانیه قوسی دارد، قرار داده شده و سپس الگوریتم ارائه‌شده با استفاده از خروجی سنسورهای اینرسی در آزیموث‌های مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان‌دهنده دقت مناسب تعیین آزیموث با استفاده از الگوریتم ارائه شده می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: ترازبایی اینرسی، زاویه آزیموث، تجهیز و نشانه‌روی، فیلتر کالمن.

## Design and Experimental Test of Alignment Algorithm based on Inertial Measurement Unit Outputs

Saeed M. Hoseini, Omid Omidi Hemmat, Mohamadtaghi Sabet

### Abstract

In this paper, an alignment algorithm is proposed based on using the outputs of inertial measurement unit (IMU). Accurate initialization of attitude angles containing the azimuth angle is an important step to increase the accuracy of inertial navigation system output of a moving vehicle. Two step alignment algorithm including course and fine calculation is proposed in this paper which derives the Euler attitude angles including azimuth of vehicle with accuracy of a few arc minutes. First a course alignment is performed based on the components of gravity acceleration and angular velocity of the earth in body coordinate which are measured by inertial measurement unit sensors. Then the fine alignment is performed by constructing an error model of navigation system and estimation of the attitude angles error using a Kalman filter. The observations which are feed to the Kalman filter are the velocity components of vehicle in navigation frame and the eastern angular velocity component of the earth which are zero. To evaluate the accuracy of the proposed alignment algorithm, the IMU is mounted on a 3DOF table which can be aligned with 5 arc second precision as reference attitude. Then the alignment algorithm is executed in several azimuths. The results show the acceptable accuracy of azimuth angle.

**Keywords:** *Inertial alignment, Azimuth angle, Equipping and aiming, Kalman filter.*

## مقدمه

جهت‌یابی یکی از اصلی‌ترین و قدیمی‌ترین مسائل مورد بحث در یک سیستم ناوبری است. بر روی سطح زمین چهار جهت اصلی شامل شمال، جنوب، شرق و غرب وجود دارد. اطلاعات دقیق در مورد این چهار جهت مهم‌ترین نیاز در ناوبری بوده که یک وسیله متحرک در هر لحظه باید از راستای خود نسبت به یکی از این جهات (معمولاً شمال) اطلاع داشته باشد. شمال واقعی در حقیقت محل تقاطع محور دوران زمین با سطح زمین است. اما شمال مغناطیسی نقطه‌ای نزدیک شمال واقعی بوده، که در آن نقطه میدان مغناطیسی زمین پایان می‌یابد. در شمال‌یابی<sup>۱</sup> هدف تعیین راستای وسیله با شمال واقعی، یا زاویه نسبت به شمال واقعی (زاویه آزیموت) در نقاط مختلف زمین است. شمال‌یابی معمولاً به دو روش عمده انجام می‌شود: روش‌های اینرسی و غیراینرسی [۱].

روش اینرسی از حسگرهای اینرسی شامل شتاب‌سنج و ژيروسکوپ برای شمال‌یابی استفاده می‌کند. چرخش زمین سیگنال مورد نیاز برای تعیین جهت شمال را روی سنسورهای اینرسی ایجاد می‌کند. بر خلاف روش اینرسی که بر اساس اندازه‌گیری جاذبه و چرخش زمین<sup>۲</sup> توسط سنسورهای اینرسی کار می‌کند، روش غیراینرسی بر اساس خصوصیات فیزیکی دیگری عمل می‌کند. برای مثال، یک جهت‌یاب مغناطیسی بر اساس میدان مغناطیسی زمین کار می‌کند و به‌جای تعیین شمال واقعی، شمال مغناطیسی را تعیین می‌کند که در این زمینه تحقیقات جدیدی وجود دارد [۲]. از دیگر روش‌های متداول غیراینرسی بمنظور تعیین راستای وسیله با جهت شمال، تعیین یک آزیموت مشخص با استفاده از روش‌های نقشه‌برداری جغرافیایی است، که اصطلاحاً تجهیز موضع نامیده می‌شود. گام بعدی قرار دادن راستای وسیله متحرک در راستای آزیموت مشخص شده با استفاده از دوربین مخصوص است. در این روش لازم است معمولاً یک منشور در راستای مشخصی در جهت انعکاس نور تابیده شده از دوربین، بر روی وسیله نصب گردد. بدیهی است که این روش، روشی زمان‌بر می‌باشد، هر چند می‌توان به دقتی حدود یک دقیقه قوسی دست یافت.

یکی از مهم‌ترین کاربردهای شمال‌یابی، تراز‌یابی اولیه<sup>۳</sup> سیستم‌های ناوبری اینرسی<sup>۴</sup> است [۳ و ۴]. فرآیند تراز‌یابی اولیه سیستم ناوبری اینرسی در واقع تعیین زوایای چرخش بین

دستگاه بدنی و دستگاه مورد استفاده برای محاسبات ناوبری است. در بیشتر سیستم‌های ناوبری، محاسبات ناوبری در دستگاه جغرافیایی<sup>۵</sup> یا شمال-شرق-پایین<sup>۶</sup> انجام می‌شود. بنابراین، فرآیند تراز‌یابی در این سیستم‌ها در واقع تعیین جهت نسبت به شمال (آزیموت‌یابی) و نسبت به صفحه افقی (تراز) بوده و شامل دو گام تعیین سطح تراز<sup>۷</sup> و تعیین راستای شمال<sup>۸</sup> است. دقت شمال‌یابی در سیستم‌های نظامی و غیرنظامی که مدت زمان زیادی ناوبری می‌کنند، اهمیت قابل توجهی داشته و نقش مهمی در دقت ناوبری بازی می‌کنند [۵]. در زمانی که وسیله متحرک از یک سیستم ناوبری اینرسی و بدون کمک از حسگرهای کمکی خارجی ناوبری می‌کند، اهمیت تراز‌یابی اولیه و به‌خصوص شمال‌یابی اولیه بیشتر نیز می‌شود. زیرا با یک خطای کوچک در شمال‌یابی اولیه ممکن است وسیله متحرک به کیلومترها دورتر از هدف هدایت شود، از این‌رو شمال‌یابی با استفاده از ژيروسکوپ به‌عنوان روشی برای خودتوجهی در نخستین کارهای تحقیقاتی مطرح بوده است [۶-۸]. در ادامه تحقیقات مفیدی در این زمینه توسط پارک و لی انجام شده است. در مقاله آن‌ها مفهوم خطای انتشار یافته به‌واسطه شمال‌یابی غیردقیق مطرح شده و با استفاده از قطری‌سازی ماتریس کواریانس، پیاده‌سازی و تحلیل یک مدل ساده بررسی شده است [۹].

از جمله محققانی که اخیراً در این زمینه تحقیقاتی ارائه کرده‌اند، می‌توان به آورتوف اشاره نمود [۱۰ و ۱۱]. وی در کارهای خود با استفاده از ارتباط ماتریس دوران و خروجی حسگرهای اینرسی به استخراج آزیموت و عرض جغرافیایی پرداخته است. اگرچه کار وی باارزش بوده و در تمام آزیموت‌ها و به‌صورت تجربی انجام شده، لکن تمرکز اصلی آن بر روی تخمین عرض جغرافیایی به‌عنوان مرجع اصلی خطا قرار گرفته است. باتوجه به اینکه در اکثر مواقع با استفاده از سیستم‌های ساده‌ای چون GPS می‌توان به عرض جغرافیایی با دقت بسیار خوبی دست یافت، خطای این پارامتر قابل صرف‌نظر بوده و می‌توان بر روی تعیین آزیموت متمرکز شد.

برخی محققان در خصوص تخمین با استفاده از تخمین‌گرهای تطبیقی بحث کرده‌اند [۱۲ و ۱۳]. در این مقالات از سیستمی دارای سه ژيروسکوپ فیبر نوری و سه عدد شتاب‌سنج میکرو الکترومکانیکی MEMS استفاده شده است. در ادامه برای تخمین وضعیت اولیه از یک فیلتر تطبیقی

بیانگر سرعت زاویه‌ای و جاذبه زمین در دستگاه بدنی هستند [۱۸]. روش تراز یابی دقیق برخلاف روش قبلی به منظور جبران خطای کوچک زاویای تراز و آزیموث استفاده می‌شود. در این روش با استفاده از یک فیلتر کالمن و یک مدل دینامیکی خطا که شامل ۱۰ متغیر حالت شامل خطای سرعت (راستای شمال و شرق)، خطای زاویای چرخش، بایاس شتاب‌سنج‌ها و دریافت ژيروسکوپ‌ها بوده، خطاهای کوچک در زاویای چرخش جبران می‌شود. در این روش اندازه‌گیری‌های موجود، خطاهای سرعت در راستای شمال و شرق بوده که از اختلاف سرعت محاسبه شده توسط سیستم ناوبری اینرسی و اندازه‌گیری سرعت درست توسط حسگر خارجی بدست می‌آید. در حالت سکون مقدار سرعت درست صفر است. طبق تحقیقات نشان داده شده است که مشاهده پذیری این روش به خصوص در زمانی که دینامیک حرکت کم است، ضعیف می‌باشد. همچنین الگوریتم پیشنهادی تنها برای تخمین زاویای تراز (رول و پیچ) استفاده شده و در خصوص بررسی زاویه آزیموث در راستاهای مختلف تحلیلی ارائه نشده است [۱۹].

در این زمینه همتی و معصوم‌نیا نیز مسئله شمال‌یابی با حسگرهای اینرسی را مورد بررسی قرار دادند [۲۰]. در تحقیق آن‌ها از خروجی واقعی بلوک ناوبری اینرسی استفاده نشده است بلکه با شبیه‌سازی خروجی‌های حسگر شتاب‌سنج با دقت  $100 \mu\text{g}$  و ژيروسکوپ با دقت  $0.1^\circ$  درجه بر ساعت یک الگوریتم تراز یابی دقیق برای تخمین سمت یک کشتی شبیه‌سازی کردند.

الگوریتم ارائه شده در مقاله حاضر می‌تواند جایگزین روش تجهیز و نشانه‌روی اپتیکی جاری در سیستم‌های هوافضایی در خشکی شود و زمان انجام فرآیند تراز یابی و نشانه‌روی را که سهم عمده‌ای در انجام فرآیند پیش از پرتاب دارد به صورت چشمگیر کاهش دهد. در اینجا برای تخمین زاویای چرخش از یک الگوریتم دومرحله‌ای استفاده می‌شود. به این منظور، در مرحله اول با استفاده از خروجی حسگرهای اینرسی و پیاده‌سازی الگوریتم تراز یابی اولیه تخمین اولیه‌ای از زاویای چرخش بدست می‌آید. با توجه به وجود دریافت ژایروها و بایاس شتاب‌سنج‌ها، خطا در این نتایج نسبتاً بالا خواهد بود. در ادامه با این تخمین اولیه، الگوریتم تراز یابی دقیق پیاده‌سازی شده تا زاویای تراز و سمت از شمال، با دقت چند دقیقه قوسی محاسبه شوند. در الگوریتم تراز یابی دقیق در هر گام ابتدا یک سیستم

استفاده شده و پایداری آن نیز اثبات شده است. اگر چه روش پیشنهادی جالب بوده و دارای دقت قابل قبولی می‌باشد، ولی زمان همگرایی و دسترسی به پاسخ نهایی طولانی است و در حدود ۱۵ دقیقه به طول می‌انجامد. از سوی دیگر نتایج تنها برای یک آزیموث نوعی ارائه شده و در مورد بازه کامل صفر تا  $360^\circ$  درجه مقایسه‌ای ارائه نشده است.

استفاده از تخمین‌گرهای بهینه همچون انواعی از فیلتر کالمن نیز به وفور مورد استفاده قرار گرفته است، از این جمله می‌توان به کار ژائو اشاره نمود [۱۴]. همچنین یکی از کارهای جامع در این زمینه توسط چن انجام شده است [۱۵]. وی در این مقاله یک فیلتر مرتبه دوم ارائه نموده و نتایج حاصل را با نتایج حاصل از دو نوع فیلتر کالمن مقایسه نموده است. کار وی مشکل زمان طولانی مورد نیاز را تا حد بسیاری رفع نموده، همچنین دقت قابل قبولی را نیز ارائه می‌دهد. از نقاط ضعف کار وی می‌توان به پیچیدگی پیاده‌سازی اشاره نمود. وی تنها به ارائه نتایج حاصل از شبیه‌سازی نوعی و همچنین در یک آزیموث نوعی پرداخته است. به نظر می‌رسد کارکرد موفقیت‌آمیز این روش در عمل و به صورت تجربی از لحاظ مواجه با مشکلات حسگرهای واقعی و پیاده‌سازی فیلتر جای سوال داشته باشد. مرجع [۱۶]، به ارائه الگوریتم بهینه مبتنی بر روش بیشترین شیب سقوط جهت تخمین کواترنیون‌های بین دستگاه بدنی و مرجع و به دنبال آن تعیین زاویای اویلر پرداخته است. این روش تخمین، اصطلاحاً فیلتر مدویک نامیده شده است. در این تحقیق، کواترنیون‌ها بر اساس رابطه بین شتاب خروجی شتاب‌سنج‌ها و مولفه‌های معلوم جاذبه در دستگاه مرجع و همچنین رابطه مولفه‌های خروجی مغناطیس‌سنج‌ها با بردار میدان مغناطیسی مرجع مشخص، با استفاده از الگوریتم سریع‌ترین شیب سقوط تخمین زده می‌شود و از روی آن زاویای اویلر بدست می‌آید.

ترازیابی اینرسی روی زمین معمولاً به دو روش تراز یابی اولیه<sup>۹</sup> و تراز یابی دقیق<sup>۱۰</sup> انجام می‌شود [۱۷]. در تراز یابی اولیه که برای جبران خطاهای بزرگ زاویه سمت به کار گرفته می‌شود، از بردار جاذبه و چرخش زمین به صورت تحلیلی برای تعیین ماتریس دوران استفاده می‌شود. این روش در زمانی که حسگرهای اینرسی در حالت سکون قرار دارند، قابل کاربرد است. زیرا در این حالت خروجی حسگر ژيروسکوپ و شتاب‌سنج (بسته به دقت حسگرها) با مقداری خطا به ترتیب

با در نظر گرفتن دستگاه جغرافیایی NED به عنوان دستگاه ناوبری، بردارهای جاذبه و چرخش زمین در دستگاه ناوبری با رابطه (۴) بیان میشوند:

$$\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ g]^T, \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n = [\omega_{i/e} \cos l \ 0 \ -\omega_{i/e} \sin l]^T \quad (4)$$

در روابط (۳) و (۴)،  $g$  شتاب جاذبه بوده که با استفاده از یک مدل ریاضی و در موقعیت جغرافیایی مشخص محاسبه می‌شود.  $\omega_{i/e}$  سرعت زاویه‌ای زمین بوده که معادل  $15/041067$  درجه بر ساعت است.  $l$  نیز عرض جغرافیایی نقطه‌ای است که وسیله متحرک حرکت خود را از حالت سکون در آن جا آغاز می‌کند. محاسبه ماتریس انتقال همچنین مطابق با رابطه (۵) با روش بهبودیافته نیز امکان پذیر است [۲۱ و ۲۲].

$$\mathbf{C}_n^b = \left[ \mathbf{g}^b \mid \mathbf{g}^b \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^b \mid (\mathbf{g}^b \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^b) \times \mathbf{g}^b \right] \left[ \mathbf{g}^n \mid \mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \mid (\mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n) \times \mathbf{g}^n \right]^{-1} \quad (5)$$

چون در واقعیت هر دو خروجی اندازه‌گیری شتاب‌سنج و خروجی اندازه‌گیری ژيروسکوپ همراه با خطا هستند، هیچ‌یک از روابط (۳) و (۵) منجر به یک ماتریس انتقال با نرم واحد نمی‌شوند. به این منظور با استفاده از یک روش نرمال خاص معمولاً ماتریس انتقال رابطه (۵) به صورت رابطه (۶) نرمال می‌شود؛

$$\mathbf{C}_n^b = \left[ \frac{(\bar{\mathbf{g}} \times \bar{\boldsymbol{\omega}}) \times \bar{\mathbf{g}}}{\cos(\phi')} \mid \frac{\bar{\mathbf{g}} \times \bar{\boldsymbol{\omega}}}{\cos(\phi')} \mid \bar{\mathbf{g}} \right] \quad (6)$$

که  $\bar{\mathbf{g}} = \mathbf{g}^b / g$  و  $\bar{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}_{i/e}^b / \omega_{i/e}$  به ترتیب بردار نرمال شتاب و سرعت زاویه‌ای هستند.  $\phi'$  زاویه بین بردار  $\bar{\mathbf{g}}$  و  $\bar{\boldsymbol{\omega}}$  یا زاویه بین بردار خروجی شتاب‌سنج و ژيروسکوپ است. با بسط ضرب‌های خارجی رابطه (۶) با استفاده از تساوی  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  خواهیم داشت:

$$\mathbf{C}_n^b = \left[ \frac{\bar{\boldsymbol{\omega}} - \sin(\phi') \bar{\mathbf{g}}}{\cos(\phi')} \mid \frac{\bar{\mathbf{g}} \times \bar{\boldsymbol{\omega}}}{\cos(\phi')} \mid \bar{\mathbf{g}} \right] \quad (7)$$

استفاده از رابطه (۷) منجر به استخراج یک ماتریس انتقال نرمال با نرم واحد می‌شود [۲۱]. با محاسبه ماتریس انتقال  $\mathbf{C}_n^b$  از رابطه (۷) زوایای چرخش به صورت رابطه (۸) قابل محاسبه خواهند بود.

ناوبری اینرسی اجراء شده سپس با مدل دینامیک خطا و اندازه‌گیری خطای سرعت و کاربرد یک فیلتر کالمن، خطای سیستم ناوبری که شامل خطای سرعت، زوایای چرخش، بایاس شتاب‌سنج و دریافت ژيروسکوپ بوده تخمین زده خواهند شد. بدین ترتیب با اصلاح زوایای چرخش در هر گام زوایای تراز و سمت از شمال به دقت تخمین زده می‌شوند. به عنوان نوآوری در این مقاله علاوه بر مولفه‌های سرعت وسیله در دستگاه ناوبری، از مولفه شرقی سرعت چرخش زمین در دستگاه جغرافیایی نیز به عنوان ورودی اندازه‌گیری فیلتر کالمن استفاده شده است.

در ادامه در بخش دوم الگوریتم تراز یابی اولیه مطرح می‌شود و در بخش سوم الگوریتم تراز یابی دقیق ارائه خواهد شد. برای صحت‌سنجی الگوریتم تراز یابی دومرحله‌ای مطرح شده، در بخش چهارم نتایج تجربی ناشی از تخمین زوایای تراز و سمت از شمال بررسی می‌شود و در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری نهایی مقاله ارائه خواهد گردید.

### توجیه اولیه در شرایط سکون روی زمین

فرض که اطلاعات روابط (۱) و (۲) که شامل خروجی سرعت زاویه‌ای و شتاب یک سیستم ناوبری اینرسی می‌باشند، در دسترس باشند؛

$$\mathbf{g}^b = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{i/e}^b = \mathbf{C}_n^b \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \quad (2)$$

که در رابطه (۱) بردار شتاب جاذبه در دستگاه بدنی است که در حالت سکون با اندکی خطا معادل خروجی شتاب‌سنج است.  $\mathbf{g}^n$  بردار شتاب جاذبه در دستگاه ناوبری است. ماتریس انتقال از دستگاه ناوبری به دستگاه بدنی است. همچنین  $\boldsymbol{\omega}_{i/e}^b$  و  $\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n$  بردارهای سرعت زاویه‌ای زمین در دستگاه ناوبری و بدنی هستند که در حالت سکون،  $\boldsymbol{\omega}_{i/e}^b$  با اندکی خطا معادل خروجی ژيروسکوپ می‌باشد. با توجه به روابط (۱) و (۲) با ضرب ماتریسی ارائه شده در رابطه (۳)، ماتریس دوران اولیه قابل استخراج است [۱۷].

$$\mathbf{C}_n^b = \left[ \mathbf{g}^b \mid \boldsymbol{\omega}_{i/e}^b \mid \mathbf{g}^b \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^b \right] \left[ \mathbf{g}^n \mid \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \mid \mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \right]^{-1} \quad (3)$$

## معادلات ناوبری اینرسی در دستگاه NED [۱۷]

یک سیستم ناوبری اینرسی شامل سه دسته معادله دینامیکی موقعیت، سرعت و وضعیت است. معادلات دینامیکی موقعیت شامل دینامیک عرض جغرافیایی، طول جغرافیایی و ارتفاع بوده و به صورت رابطه (۹) قابل بیان هستند.

$$\dot{i} = \frac{v_N}{R_N + h}, \quad \dot{\mu} = \frac{v_E}{(R_E + h) \cos l}, \quad \dot{h} = -v_D \quad (9)$$

متغیرهای  $l$ ،  $\mu$  و  $h$  به ترتیب بیانگر عرض جغرافیایی، طول جغرافیایی و ارتفاع هستند. شعاع انحنای در امتداد خطوط ثابت عرضی است، که شعاع انحنای نصف النهار نامیده می شود و  $R_E$  شعاع انحنای در امتداد خطوط ثابت طولی است، که شعاع انحنای عرضی نامیده می شود. این دو شعاع انحنای با رابطه (۱۰) تعریف می شود.

$$R_N = R(1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 l)^{3/2} \quad (10)$$

$$R_E = R / (1 - e^2 \sin^2 l)^{1/2}$$

که  $R$  شعاع استوایی زمین بوده و مقدار آن برابر  $6378137$  متر است. همچنین  $e$  پارامتر خروج از مرکز بیضوی است و مقدار آن برابر با  $0.0818$  در نظر گرفته می شود. معادله دینامیک سرعت نیز به صورت رابطه (۱۱) قابل ارائه است.

$$\dot{v}_e^n = C_b^n f^b - (2\omega_{i/e}^n + \omega_{e/n}^n) \times v_e^n + g^n \quad (11)$$

که  $f^b$  خروجی حسگرهای شتابسنج است. بردار  $\omega_{i/e}^n$  بردار سرعت زاویه ای زمین در دستگاه ناوبری است که در رابطه (۴) ارائه شده است.

$$\omega_{e/n}^n = [\dot{\mu} \cos l \quad -\dot{l} \quad -\dot{\mu} \sin l]^T \quad (12)$$

بردار  $\omega_{e/n}^n$  بردار سرعت زاویه ای دستگاه ناوبری نسبت به دستگاه زمینی است.  $g^n$  نیز بردار شتاب جاذبه در دستگاه ناوبری است.

معادلات دینامیک وضعیت با روش کوآترینیون ها نیز به صورت رابطه (۱۳) قابل ارائه است.

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & -d & c \\ c & d & a & -b \\ d & -c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\varphi = a \tan 2(C_n^b(2,3), C_n^b(3,3))$$

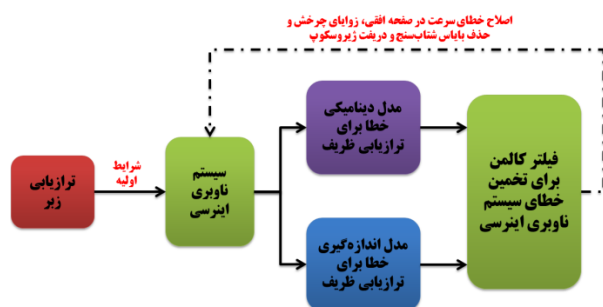
$$\theta = a \tan 2\left(-C_n^b(1,3), \sqrt{C_n^b(2,3)^2 + C_n^b(3,3)^2}\right) \quad (8)$$

$$\psi = a \tan 2(C_n^b(1,2), C_n^b(1,1))$$

که  $\varphi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به ترتیب زوایای رول، پیچ و سمت هستند.

## توجیه دقیق در شرایط سکون روی زمین

در ترازایی دقیق برای یافتن زوایای چرخش در حالت سکون و یا حتی غیرسکون، از مزیت در اختیار داشتن سرعت دقیق وسیله ای که حسگرهای اینرسی روی آن نصب است، استفاده می شود. این سرعت در شرایط غیرسکون توسط یک مرجع خارجی اندازه گیری شده و در شرایط سکون که موضوع این مقاله است، صفر می باشد. چنانچه در شکل ۱ نشان داده شده است، در ترازایی دقیق ابتدا پس از ترازایی اولیه در مدت زمان مشخص، برای محاسبه شرایط اولیه، در هر گام زمانی یکبار سیستم ناوبری اینرسی اجراء می شود تا با استفاده از آن سرعت و زوایای چرخش در هر لحظه محاسبه شوند. به دلیل وجود خطا در حسگرهای اینرسی، سرعت و زوایای چرخش محاسبه شده همراه با خطا هستند. بنابراین از معادلات خطای سیستم ناوبری اینرسی و مزیت ساکن بودن حسگرهای اینرسی استفاده شده و خطای سیستم ناوبری اینرسی تخمین زده خواهد شد. از آنجایی که هدف الگوریتم ترازایی دقیق، تخمین خطای زوایای چرخش است، در معادلات خطا تنها از ترم خطاهای سرعت افقی و خطای زوایای چرخش استفاده می شود. در معادلات خطا، ترم بایاس شتابسنج و دریافت ژيروسکوپ نیز قابل احتساب می باشند. در این تحقیق دستگاه جغرافیایی NED به عنوان دستگاه ناوبری انتخاب شده و سیستم ناوبری اینرسی و مدل خطای آن در این دستگاه محاسبه می شود. ادامه معادلات خطای ناوبری در دستگاه NED ارائه می شود.



شکل ۱ - ساختار الگوریتم توجیه

می‌شوند. که پارامترهای  $\omega_N^{dr}$ ،  $\omega_E^{dr}$  و  $\omega_D^{dr}$  مولفه‌های دریافت ژيروسکوپ در دستگاه ناوبری NED هستند. از حل این معادلات دینامیکی و محاسبه خطاهای زاویه‌ای  $\delta\alpha$ ،  $\delta\beta$  و  $\delta\gamma$ ، ماتریس انتقال دستگاه بدنی به NED طبق رابطه (۱۵) به صورت آنلاین اصلاح شده و سپس وارد حلقه محاسبات ناوبری می‌شود. با محاسبه تغییرات مرتبه اول دینامیک‌های ارائه شده در رابطه (۱۱) و ساده‌سازی‌های لازم، دینامیک مربوط به خطاهای سرعت به صورت رابطه (۱۷) بدست خواهد آمد. پارامترهای  $B_D$ ،  $B_E$ ،  $B_N$  مولفه‌های بایاس شتاب‌سنج‌ها در دستگاه ناوبری NED هستند. همچنین با محاسبه تغییرات مرتبه اول دینامیک‌های ارائه شده در رابطه (۹) و ساده‌سازی‌های لازم، دینامیک مربوط به خطاهای موقعیت نیز به صورت رابطه (۱۸) بدست خواهند آمد.

که  $\omega_i$ ها خروجی سرعت زاویه‌ای ژيروسکوپ‌ها هستند. پارامترهای  $a$  تا  $d$  چهار پارامتر کواترنیون هستند. با محاسبه کواترنیون‌ها ماتریس انتقال از رابطه (۱۴) قابل محاسبه خواهد بود.

### معادلات دینامیکی خطای سیستم ناوبری اینرسی

خطاهایی که در محاسبه پارامترهای ناوبری در سیستم ناوبری اینرسی به وجود می‌آیند، به طور عمده ناشی از خطاهای موجود در اندازه‌گیری حسگرهای شتاب‌سنج و ژيروسکوپ هستند. معادلات عمومی خطای ناوبری شامل سه دسته معادلات دینامیکی برای تخمین خطاهای سرعت، خطاهای موقعیت و خطاهای وضعیت می‌باشند. معادلات دینامیکی مربوط به خطاهای نامیزانی به صورت رابطه (۱۴) استخراج

$$C_n^b = \begin{bmatrix} (a^2 + b^2 - c^2 - d^2) & 2(bc + ad) & 2(bd - ac) \\ 2(bc - ad) & (a^2 - b^2 + c^2 - d^2) & 2(cd + ab) \\ 2(bd + ac) & 2(cd - ab) & (a^2 - b^2 - c^2 + d^2) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \delta\dot{\alpha} = -\omega_{i/e} \sin l \delta l - \frac{\dot{\mu}}{R_E + h} \cos l \delta h + \frac{1}{R_E + h} \delta v_E - (\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \sin l \delta\beta + \dot{\delta}\gamma - \omega_N^{dr} \\ \delta\dot{\beta} = \frac{\dot{l}}{R_N + h} \delta h - \frac{1}{R_N + h} \delta v_N + (\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \sin l \delta\alpha + (\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \cos l \delta\gamma - \omega_E^{dr} \\ \delta\dot{\gamma} = -(\omega_{i/e} \cos l + \dot{\mu} \sec l) \delta l + \frac{\dot{\mu}}{R_E + h} \sin l \delta h - \frac{\tan l}{R_E + h} \delta v_E - \dot{l} \delta\alpha - (\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \cos l \delta\beta - \omega_D^{dr} \end{cases} \quad (15)$$

$$C_b^n = [I + \Psi] \tilde{C}_b^n, \quad \Psi = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\gamma & \delta\beta \\ \delta\gamma & 0 & -\delta\alpha \\ -\delta\beta & \delta\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \delta\dot{v}_N = -v_E \cos l (2\omega_{i/e} + \dot{\mu} \sec^2 l) \delta l + \left( \frac{v_E \dot{\mu} \sin l}{R_E + h} - \frac{v_D \dot{l}}{R_N + h} \right) \delta h \\ \quad + \frac{v_D}{R_N + h} \delta v_N - 2(\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \sin l \delta v_E + \dot{l} \delta v_D - f_D \delta\beta + f_E \delta\gamma + B_N \\ \delta\dot{v}_E = (2\omega_{i/e} (v_N \cos l - v_D \sin l) + \dot{\mu} v_N \sec l) \delta l + \frac{\dot{\mu}}{R_E + h} (v_D \cos l + v_N \sin l) \delta h + (2\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \sin l \delta v_N \\ \quad + \frac{1}{R_E + h} (v_D + v_N \tan l) \delta v_E + (2\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \cos l \delta v_D + f_D \delta\alpha - f_N \delta\gamma + B_E \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \delta\dot{v}_D = 2\omega_{i/e} v_E \sin l \delta l + \left( \frac{v_N}{R_N + h} \dot{l} + \frac{v_E}{R_E + h} \dot{\mu} \cos l \right) \delta h - 2\dot{l} \delta v_N - 2(\omega_{i/e} + \dot{\mu}) \cos l \delta v_E - f_E \delta\alpha + f_N \delta\beta + B_D \\ \delta\dot{l} = -\frac{\dot{l}}{R_N + h} \delta h + \frac{1}{R_N + h} \delta v_N \\ \delta\dot{\mu} = \dot{\mu} \tan l \delta l - \frac{\dot{\mu}}{R_E + h} \delta h + \frac{1}{(R_E + h) \cos l} \delta v_E \\ \delta\dot{h} = -\delta v_D \end{cases} \quad (18)$$

است. بدین ترتیب فرم فضای حالت این رابطه به صورت رابطه (۲۰) قابل بازنویسی است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \dot{v}_N = -2\omega_{i/e} \sin l \delta v_E - f_D \delta \beta + f_E \delta \gamma + B_N \\ \delta \dot{v}_E = 2\omega_{i/e} \sin l \delta v_N + f_D \delta \alpha - f_N \delta \gamma + B_E \\ \delta \dot{\alpha} = \frac{1}{R_E + h} \delta v_E - \omega_{i/e} \sin l \delta \beta - \omega_N^{dr} \\ \delta \dot{\beta} = -\frac{1}{R_N + h} \delta v_N + \omega_{i/e} \sin l \delta \alpha \\ \quad + \omega_{i/e} \cos l \delta \gamma - \omega_E^{dr} \\ \delta \dot{\gamma} = -\frac{\tan l}{R_E + h} \delta v_E - \omega_{i/e} \cos l \delta \beta - \omega_D^{dr} \\ \dot{B}_N = 0 \\ \dot{B}_E = 0 \\ \dot{\omega}_N^{dr} = 0 \\ \dot{\omega}_E^{dr} = 0 \\ \dot{\omega}_D^{dr} = 0 \end{array} \right. \quad (19)$$

بدین ترتیب معادلات عمومی خطای ناوبری شامل دینامیک خطاهای وضعیت، خطاهای سرعت و خطاهای موقعیت استخراج می شوند. چنانچه تخمین بایاس شتابسنج و ژيروسکوپ نیز مورد نیاز باشد با در نظر گرفتن مشتق صفر به دلیل تغییرات کوچک آن‌ها، می توان آن‌ها را نیز تخمین زد. همان طور که بیان شد، در مسئله ترازبایی در حالت سکون، هدف تخمین خطای زوایای چرخش است. به همین منظور باید معادلات خطایی که در آن‌ها پارامتر خطای زوایای چرخش موجود است را در نظر گرفت و همچنین معادلات خطا با در نظر گرفتن مقدار صفر برای سرعت‌ها ساده می شود. با انجام این کارها در نهایت مشاهده خواهد شد که تنها با در نظر گرفتن دینامیک خطای سرعت در صفحه افقی و همچنین دینامیک خطای زوایای چرخش می توان عملیات ترازبایی دقیق را انجام داد. به این ترتیب مدل دینامیکی خطای ساده شده با در نظر گرفتن بایاس شتابسنج‌های صفحه افقی و دریافت ژيروسکوپ‌ها با دینامیک صفر به صورت رابطه (۱۹) قابل ارائه

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + w(t)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega_{i/e} \sin l & 0 & -f_D & f_E & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\omega_{i/e} \sin l & 0 & f_D & 0 & -f_N & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_E + h} & 0 & -\omega_{i/e} \sin l & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_N + h} & 0 & \omega_{i/e} \sin l & 0 & \omega_{i/e} \cos l & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan l}{R_E + h} & 0 & -\omega_{i/e} \cos l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$x(t) = [\delta v_N \quad \delta v_E \quad \delta \alpha \quad \delta \beta \quad \delta \gamma \quad B_N \quad B_E \quad \omega_N^{dr} \quad \omega_E^{dr} \quad \omega_D^{dr}]$$

$$w(t) = [w_{B_N} \quad w_{B_E} \quad w_{\omega_N^{dr}} \quad w_{\omega_E^{dr}} \quad w_{\omega_D^{dr}} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

نشان داده شده، مقدار سرعت زوایای در راستای شرق برابر صفر است. بنابراین با ضرب ماتریس انتقال دستگاه بدنی به NED در خروجی حسگر ژيروسکوپ و انتقال سرعت زوایای از دستگاه بدنی به دستگاه NED مقدار سرعت زوایای در راستای شرق باید صفر باشد، اما به دلیل وجود خطا در حسگرها

همان طور که بیان شد اندازه گیری‌های موجود شامل سرعت در صفحه افقی هستند که در حالت سکون مقدار آن صفر است. اندازه گیری سومی را نیز می توان وارد مساله کرد و آن مقدار سرعت زوایای در حال بدون تحریک حسگر ژيروسکوپ در راستای شرق است. همان طور که در رابطه (۴)

میزان خطای حسگرهای اینرسی و تجربه مولفان مقاله، دو ماتریس  $Q$  و  $R$  به صورت رابطه (۲۶) تنظیم شدند:

$$Q = \text{diag} \begin{pmatrix} (3 \times 0.02/60)^2 \\ (3 \times 0.02/60)^2 \\ (3 \times 0.03 \times \pi/180/60)^2 \\ (3 \times 0.03 \times \pi/180/60)^2 \\ (3 \times 0.03 \times \pi/180/60)^2 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$R = \text{diag} \left( (0.01)^2 \quad (0.01)^2 \quad (0.001)^2 \right)$$

### نتایج تست تجربی

برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های ترازبایی ارائه شده در بخش‌های ۲ و ۳ از نتایج آزمون‌های تجربی استفاده می‌شود. به این منظور بلوک حاوی حسگرهای اینرسی شتابسنج وژیروسکوپ بر روی یک میز سه‌درجه آزادی نصب شده و با چرخاندن میز در یک تراز مشخص نسبت به سطح افقی، عملکرد الگوریتم‌های ترازبایی اولیه و ظریف برای راستاهای سمت (آزیموت) مختلف بررسی می‌شود. قابل ذکر است، آزیموت قرارگیری میز در وضعیت صفر توسط روش نشان‌روی اپتیکی در آزمایشگاه مشخص شده است، لذا از آنجایی که میز سه‌درجه آزادی موردنظر زوایای تراز و سمت را با دقت حدود ۵ ثانیه قوسی محاسبه می‌کند به عنوان مرجعی برای بررسی خطای تخمین زوایای تراز و سمت در نظر گرفته می‌شود. تجهیزات آزمون‌های تجربی که شامل میز سه‌درجه آزادی و حسگرهای اینرسی بوده مشابه شکل ۲ می‌باشد.

شتابسنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها استفاده شده در آزمون‌های تجربی محدوده دقت مناسبی برای تخمین زوایای تراز و سمت با دقت چند دقیقه دارند. شتابسنج‌ها و ژيروسکوپ‌های استفاده شده به ترتیب دارای دقت ۰/۲ میلی g و ۰/۰۳ درجه بر ساعت هستند. در شکل‌های ۳ و ۴ نمونه ای از خروجی سنسورهای اینرسی نشان داده شده است.

و نامیزانی موجود در زوایای چرخش مقدار آن صفر نیست. مدل خطای مربوط به خطای سرعت زاویه‌ای در راستای شرق در رابطه (۲۱) ارائه شده است [۱۷].

$$\delta\omega_E = \omega_{i/e} \cos l \delta\gamma + \omega_{i/e} \sin l \delta\alpha \quad (21)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، خطای سرعت زاویه‌ای در راستای شرق با خطای نامیزانی رابطه مستقیم دارد. بنابراین با توجه به توضیحات مطرح شده مدل اندازه‌گیری به صورت رابطه (۲۲) قابل استخراج است:

$$y(t) = Hx(t) = \begin{bmatrix} v_N^{INS} - 0.0 & v_E^{INS} - 0.0 & C_b^n \omega_{i/e}^b(2) - 0.0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{i/e} \sin l & 0 & \omega_{i/e} \cos l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

که  $C_b^n \omega_{i/e}^b(2)$  در واقع درایه دوم بردار انتقال داده شده خروجی سرعت زاویه‌ای ژيروسکوپ به دستگاه ناوبری (سرعت زاویه‌ای در راستای شرق) است. با استخراج مدل دینامیکی و مدل اندازه‌گیری در رابطه (۲۰) و (۲۲) فیلتر کالمن در دو مرحله پیش‌بینی و بروزرسانی به صورت روابط (۲۳) و (۲۴) قابل اجرا است.

$$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ \quad (23)$$

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (24)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^-$$

که در رابطه بالا  $\Phi$  ماتریس گسسته با زمان ماتریس  $F$  است که با رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود؛

$$\Phi = e^{Fdt} \approx I + Fdt \quad (25)$$

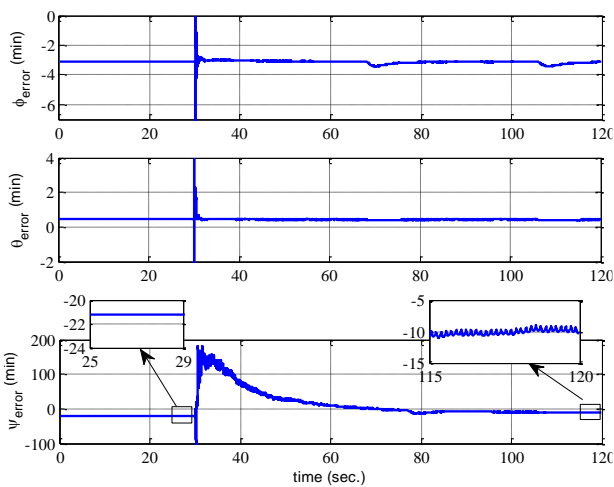
همچنین  $Q$  و  $R$  ماتریس کوواریانس نویز مدل دینامیکی و اندازه‌گیری بوده که معمولاً با توجه به دقت حسگرهای ژيروسکوپ و شتابسنج و اندازه‌گیری‌های خارجی تعیین می‌شوند. در این مقاله آزمون‌های تجربی با استفاده از شتابسنج‌ها و ژيروسکوپ‌هایی با دقت به ترتیب ۲۰۰ μg و ۰/۰۳ درجه بر ساعت انجام شده است. به این ترتیب با توجه به



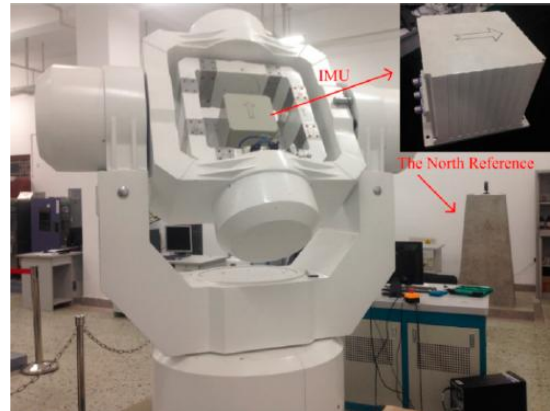
آنگاه با تعیین شرایط اولیه، ترازبایی دقیق آغاز می‌شود. در هر آزمون تجربی مدت زمان کل ترازبایی ۱۲۰ ثانیه است که در ۳۰ ثانیه اولیه ترازبایی اولیه انجام شده و سپس ۹۰ ثانیه ترازبایی دقیق صورت می‌گیرد. از آنجا که تمرکز این مقاله بر روی تخمین و تعیین زاویه آزیموت می‌باشد تا بتوان از این روش به‌عنوان جایگزینی برای تجهیز و نشانه‌روی اپتیکی استفاده نمود، لذا تعداد ۲۴ آزمون در آزیموت‌های مختلف و با زاویه رول و پیچ به ترتیب ۱- و ۷۰، به‌انجام رسیده‌است و زاویه سمت بین صفر تا ۳۶۰ درجه تغییر می‌کند.

به‌عنوان نمونه در شکل ۵ خطای تخمین زوایای تراز و

سمت برای حالتی که زوایای درست رول، پیچ و سمت به ترتیب ۱-، ۷۰ و ۱۸۰ درجه هستند نشان‌دهنده شده است. همان‌طور که بیان شد تا ثانیه ۳۰ ترازبایی اولیه انجام شده و با میانگین‌گیری از خروجی‌های شتاب‌سنج و ژيروسکوپ طی ۳۰ ثانیه زوایای چرخش اولیه برای الگوریتم ترازبایی دقیق محاسبه می‌شوند. بنابراین تا ثانیه ۳۰ در نمودار بالا خطای مقدار اولیه برای الگوریتم ترازبایی دقیق که از ترازبایی اولیه بدست‌آمده رسم شده است. پس از آن به مدت ۹۰ ثانیه ترازبایی دقیق انجام می‌شود. لازم بذکر است که در مورد تعیین مقادیر عددی ماتریس‌های کواریانس  $Q$  و  $R$  نیز بررسی مفصلی انجام شده است. تغییر ماتریس‌های وزنی، منجر به تغییر رفتار زمانی تخمینگر در حالت گذرای فیلتر می‌گردد. ولی به توجه به همگرایی سریع و زمان کافی مورد استفاده در فیلتر برای تخمین وضعیت، نتیجه نهایی تغییر محسوسی نمی‌نماید.

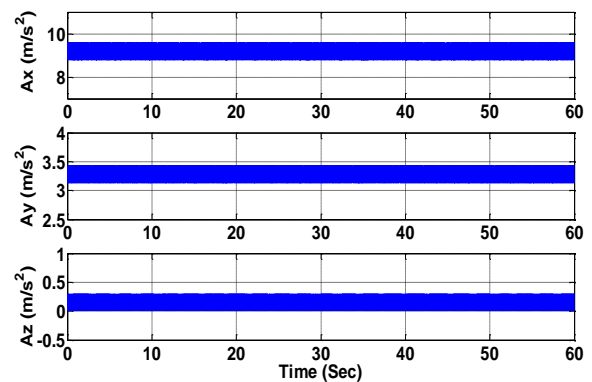


شکل ۵ - خطای تخمین زوایای تراز و سمت

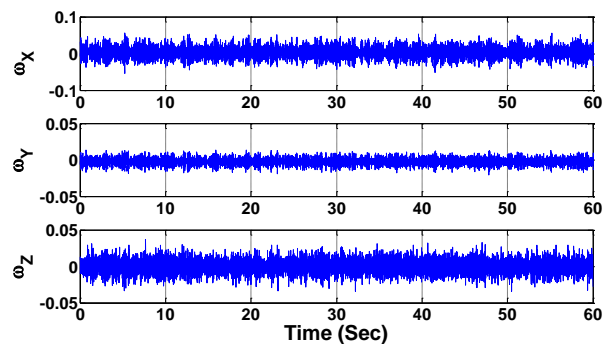


شکل ۲ - میز سه درجه آزادی و بلوک اندازه‌گیری اینرسی (IMU)

همان‌طور که بیان شد در این مقاله از یک الگوریتم ترازبایی دومرحله‌ای برای تخمین زوایای تراز و سمت استفاده می‌شود. در شروع عملیات ترازبایی ابتدا به مدت ۳۰ ثانیه با روش ترازبایی اولیه که در بخش‌های قبلی ارائه شده‌اند، شرایط اولیه مورد نیاز برای الگوریتم ترازبایی ظریف محاسبه می‌شود. بدین ترتیب که در این ۳۰ ثانیه آغازین، میانگین خروجی شتاب‌سنج و ژيروسکوپ را محاسبه کرده و با تعیین بردار نرمال شتاب  $\bar{g}$  و سرعت زاویه‌ای  $\bar{\omega}$  و استفاده از روابط (۷) و (۸) ماتریس انتقال و زوایای چرخش اولیه تعیین می‌شوند.



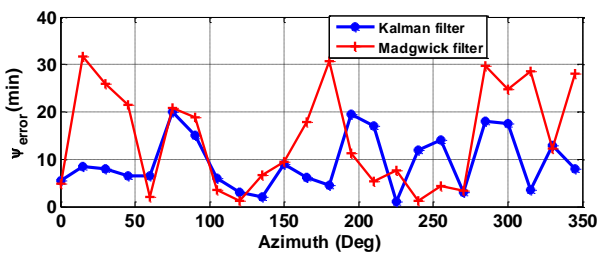
شکل ۳ - نمونه‌ای از خروجی شتاب‌سنج‌ها



شکل ۴ - نمونه‌ای از خروجی ژيروسکوپ‌ها

چراکه در تخمین این دو زاویه عملاً خروجی شتابسنجها مورد استفاده قرار می‌گیرند در صورتی که در خصوص زاویه آزیموت علاوه بر شتابسنجها، داده‌های مربوط به ژایروها نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. میانگین خطای تخمین زوایای رول و پیچ در این ۲۴ تست به ترتیب حدود ۲ و ۰/۸ دقیقه قوسی است. همچنین میانگین خطای سمت حدود ۱۰ دقیقه قوسی است. بیشینه خطای تخمین سمت ۲۰ دقیقه قوسی و کمینه خطای تخمین ۰/۱ دقیقه قوسی می‌باشد.

در ادامه روش ارائه‌شده با روش مطرح‌شده در مرجع [۱۶]، که مبتنی بر استفاده از فیلتر مدویک است مقایسه شده است. البته با توجه به این‌که در مرجع ذکر شده از مغناطیس سنج نیز استفاده شده است، در اینجا مسئله بر اساس داده‌های موجود که شامل خروجی شتابها و سرعت زاویه‌ای بلوک ناوبری می‌باشد فرموله و حل شده است. نتیجه این مقایسه که در شکل ۷ ارائه شده، نشان می‌دهد خطای تخمین آزیموت در روش پیشنهادشده، واریانس کمتری نسبت به روش تخمین مبتنی بر فیلتر مدویک دارد.



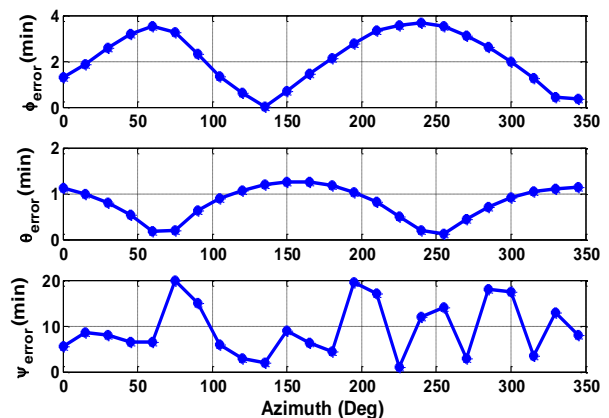
شکل ۷ - مقایسه خطای تخمین زاویه سمت در آزیموت‌های مختلف

### نتیجه گیری

در این مقاله روشی جهت تخمین زوایای تراز و آزیموت اولیه یک وسیله متحرک با استفاده از خروجی سنسورهای اینرسی شامل شتابسنجها و ژایروها ارائه شده است. این الگوریتم می‌تواند بعنوان جایگزینی برای روش‌های موجود که مبتنی بر تجهیز و نشانه‌روی اپتیکی است، مدنظر قرار گیرد و مزیت عمده آن کاهش چشمگیر زمان فرآیند تعیین آزیموت وسیله است. روش ارائه‌شده دارای دو مرحله محاسبه اولیه و تنظیم دقیق مبتنی بر تخمین خطای زوایا در حضور دریافت ژایروها و بایاس شتابسنجها، با استفاده از یک فیلتر کالمن مناسب می‌باشد. نتایج پیاده‌سازی عملی الگوریتم روی خروجی

همان‌طور که از تخمین زوایای رول و پیچ مشهود است، پس از ثانیه ۳۰ و عبور از حالت گذار فیلتر که به صورت یک پیک در بازه زمانی کوچک مشهود است، خطای تخمین مجدداً به مقداری نزدیک به مقدار اولیه که از ترازبایی اولیه بدست آمده همگرا می‌شود. این اتفاق بیانگر دقت خوب شتابسنجها بوده که بیشترین تاثیر را در تخمین زوایای رول و پیچ دارند. همچنین با کمی دقت مشهود است که دقت تخمین زوایای رول و پیچ از تخمین سمت بهتر است. در تخمین سمت با ترازبایی اولیه خطای تخمین حدود ۲۱ دقیقه قوسی بدست آمده است. با ترازبایی ظریف به مدت ۹۰ ثانیه به حدود ۱۰ دقیقه قوسی رسیده است. از آنجا که دقت زاویه سمت بر خلاف زوایای رول و پیچ، علاوه بر شتابسنجها به دقت ژایروها نیز وابستگی زیاد دارد، لذا الگوریتم تنظیم دقیق توانسته است با استفاده از اطلاعات سرعت و مولفه شرقی سرعت زاویه‌ای صفر در دستگاه جغرافیایی و همچنین اطلاعات واریانس خطای ژایروها دقت تخمین را افزایش دهد.

برای بررسی بیشتر میزان دقت الگوریتم ترازبایی دومرحله‌ای برای تخمین زوایای تراز و سمت، این الگوریتم در ۲۴ آزمون تجربی ۱۲۰ ثانیه‌ای با زوایای رول و پیچ به ترتیب ۱- و ۷۰ درجه و زاویه سمت بین صفر تا ۳۶۰ درجه با گام چرخش ۱۵ درجه ارزیابی شده است. نتایج خطای نهایی تخمین زوایای رول، پیچ و سمت در این ۲۴ آزمون نسبت به زوایای سمت مختلف در شکل ۶ ارائه شده است. مطابق این شکل، در ترازبایی دقت تخمین زوایای رول و پیچ نسبت به زاویه سمت بهتر است. چنانچه ذکر شد، این بیانگر دقت خوب شتابسنجها نسبت به ژایروسکوپها است.



شکل ۶ - خطای تخمین زوایای تراز و سمت در آزیموت‌های مختلف

- INS/GPS system*", Journal of navigation, vol. 47, pp. 65–74, 2000.
- [5] Giovanni C., Levinson, E., "Performance of a ring laser strap-down marine gyrocompass", Journal of Navigation, vol. 28, pp. 311–341, 1981.
- [6] Cannon, R. H., "Alignment of inertial guidance systems by gyrocompassing-linear theory", Journal of Aerospace Science, 28, 11 (Nov. 1961), 885–895, 1961.
- [7] Britting, K. R. "Inertial Navigation Systems Analysis", New York: Wiley-Interscience, 1971.
- [8] Siouris, G. M. "Navigation, inertial", Encyclopedia of Physical Science and Technology, Vol. 8, New York: Academic Press, 1987, 668–717.
- [9] Park, H. W., Lee, J. G., "Covariance Analysis of Strapdown INS Considering Gyrocompass Characteristics", IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems, Vol. 31, NO. 1, 320-328, 1995.
- [10] Avrutov, V.V., Buhaiiov, D.V., Meleshko, V.V., "Gyrocompassing Mode of the Attitude and Heading Reference System", Proceedings of the IEEE/APUAVD, Kiev, Ukraine, pp. 134-138, 2017.
- [11] Avrutov V.V. "Gyro North And Latitude Finder", Proceedings of the IEEE IAPUAVD, 2018.
- [12] Spielvogel, A. R., Whitcomb L. L., "Preliminary results with a lowcost fiber-optic gyrocompass system. In OCEANS", MTS/IEEE Washington, pages 1-5, Oct 2015.
- [13] Spielvogel, A. R., Whitcomb. L. L., "A Stable Adaptive Attitude Estimator on SO(3) for True-North Seeking Gyrocompass Systems: Theory and Preliminary Simulation Evaluation", IEEE International Conference On Robotic And Automation (ICRA), 2017.
- [14] Guo, Z., Miao, L. J., "KF/UKF based SINS initial alignment under large azimuth misalignment angle", Journal of Astronautics, vol. 35(2), pp. 163-170, 2014.
- [15] Shuai, C., Zhen, S., Jicheng, D., "Application of the 2nd-Order Smooth Variable Structure Filter Algorithm for SINS Initial Alignment", IEEE Forum on Cooperative Positioning and Service, pp. 43-49, 2017.
- [16] Madgwick, S., Harrison, A., Vaidyanathan, R., "Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent

یک بلوک اندازه‌گیری اینرسی نشان‌دهنده دقت نسبتاً مناسب و پایداری الگوریتم دومرحله‌ای ارائه شده است. در مقایسه با کارهای قبلی زمان صرف‌شده برای عملیات شمال‌یابی ۲ دقیقه است که در بهترین کارهای بررسی‌شده و اشاره‌شده در این مقاله ۵ دقیقه است. لازم بذکر است که این کاهش زمان فرآیند منجر به از دست رفتن دقت نشده است. از سوی دیگر الگوریتم ارائه‌شده با توجه به نوآوری اضافه کردن سرعت زاویه‌ای جهت شرق بعنوان مشاهده اضافی، به صورت کاملاً تجربی و در عمل پیاده‌سازی شده است. همچنین برخلاف مقالات دیگر نتایج نه تنها برای یک زاویه نوعی بلکه برای تمام محدوده سمت از شمال ارائه شده است. این موضوع قابلیت کاربردی بودن الگوریتم را به اثبات می‌رساند.

#### پی نوشت

- ۱ North-finding
- ۲ Earth's gravity and rotation
- ۳ Initial alignment
- ۴ Inertial navigation system (INS)
- ۵ Geographic Frame
- ۶ North-East-Down (NED)
- ۷ Leveling
- ۸ Gyro-compassing
- ۹ Coarse alignment
- ۱۰ Fine alignment

#### مراجع

- [1] Gade, K., "The Seven ways to find heading", Journal of navigation, vol. 69, pp. 955–970, 2016.
- [2] Wang, L., "Algorithm used in restraining random noise in measurements from a geomagnetic navigation magnetometer", Measurement, vol. 126, pp. 392-397, 2018.
- [3] Britting, K.R., "Inertial Navigation Systems Analysis", Wiley, New York, 1971.
- [4] Hua, C., "Gyrocompass alignment with base motions: results for a 1 Nmi/h

- algorithm*", 2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics Rehab Week Zurich, ETH Zurich Science City, Switzerland, June 29 – July 1, 2011.
- [17] Rogers, R. M., "Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems", Virginia polytechnic institute and state university, second edition, 2003.
- [18] Titterton, D.H., Weston, J. L., "Strap-down Inertial Navigation Technology, 2<sup>nd</sup> ed.", Peter Peregrinus Ltd., 2004.
- [19] Kim K., Park, C. G., "A new initial alignment algorithm for strap-down inertial navigation system using sensor output", Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, 2008.
- [20] Hemmati, M., Massoumnia, M.A., "Processing algorithm for a strap-down gyrocompass", Scientia Iranica, vol. 19, pp. 774-781, 2012.
- [21] Bekir, E., "Introduction to Modern Navigation Systems", World Scientific, 2007.
- [22] Ma, L. H., Wang, K. L., Li, H., "Gyrocompass alignment method of sims based on kalman filtering pretreatment and dynamic gain adjustment on a rocking base", Information technology journal, vol. 12, pp. 777-783, 2013.