

بررسی عددی تاثیر هندسه سطح مقطع در نویز حاصل از جریان باد حول مدل های مختلف

نجفیان، آرزو^۱، پرهیزکار، حمید*^۲، قاسملوی، سجاد^۲، طربی، عباس^۲
۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
۲- استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۲/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۱۰)

چکیده

در مقاله حاضر از توانایی های نرم افزار فلوئنت برای محاسبه و مقایسه صدای حاصل از عبور جریان هوا از روی چند هندسه با سطح مقطع مختلف استفاده شده است. روش به کار گرفته شده در این شبیه سازی، ترکیب مدل آشفتگی شبیه سازی گردابه بزرگ و مدل آکوستیکی فاکس ویلیام هاوکینگز است. هندسه های مورد بررسی، سطح مقطع های دایره، مربع و مثلث می باشند. هدف از این بررسی، علاوه بر بررسی توانایی و دقت حل عددی در محاسبه صدای حاصل از جریان در دور دست، یافتن ماکزیمم مقدار سطح فشار صوت مربوط به هر کدام از سطوح مقطع پایه است. مقایسه صدای محاسبه شده در حل عددی با نتایج تجربی توسط دو میکروفون که در میدان حل عددی در فواصل دور تعریف شده اند، انجام می شود. پس از انجام محاسبات لازم، نتایج مدل سازی به صورت منحنی های سطح فشار صوت تولید شده با استفاده از خروجی های حل توربولانس و به کمک آنالوژی آکوستیکی در محل گیرنده مشخص، ارائه شده است. مطابق انتظار، فشار صوتی دریافت شده در گیرنده دورتر کمتر و زمان رسیدن صوت به آن بیشتر است. همچنین نتایج حل نشان می دهد که ماکزیمم سطح فشار صوت در سرعت یکسان برای سطح مقطع دایره ای بیشتر از سطح مقطع مثلثی و برای سطح مقطع مثلثی بیشتر از سطح مقطع مربعی است.
واژه های کلیدی: شبیه سازی آیروداکوستیک، مدل فاکس ویلیام هاوکینگز، شبیه سازی گردابه بزرگ، سطح فشار صوت

Numerical calculation of the noise generated by air flow on different geometries

A. Najafian, H. Parhizkar, S. Ghasemlooy, A. Tarabi

Abstract

In this paper, FLUENT software capabilities are used to calculate and compare the sound produced by the flow of air through several geometries with different cross-sections. The method used in this simulation is the combination of the large eddy simulation turbulence model and Ffowcs-Williams and Hawkings acoustic model. Three cross-sections of circle, square and triangle are studied. The aim of this study, in addition to assess the ability and accuracy of numerical calculation of the farfield sound, is to find the maximum sound pressure level of each simple cross section. Two microphones are defined over long distances of the numerical domain to compare the numerical sound calculations with experimental results. After the necessary calculations, results are provided as sound pressure level curves of turbulence solver using the acoustic analogy at microphones locations. Respectively, the received sound pressure at the microphone farther- located is in lower quantity and the arrival time of the sound at that location is longer. The results show that the maximum sound pressure level, at the same velocity, belongs to circular, triangular and square cross-sections respectively.

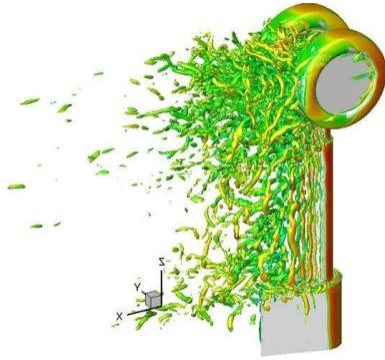
Keywords: *Aeroacoustic simulation, Ffowcs-Williams & Hawkings model, Large Eddy Simulation, Sound pressure level*

مقدمه

با پیشرفت صنعت و جوامع، آلودگی صوتی نیز در حال افزایش است. صدای تولیدشده به وسیله جریان‌های سرعت بالا یکی از عوامل مهم در آلودگی صوتی است. هندسه استوانه و هندسه‌های منشور با سطح مقطع‌های مختلف در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند آنتن خودروها، تیرآهن‌ها، نرده‌ها، صاعقه‌گیر برج‌ها و انواع دیگری از جریان‌های خارجی مانند آنچه در شکل ۱ نشان داده شده، وجود دارند. لذا جریان اطراف سیلندرها و منشورها موضوع اصلی بسیاری از محققین می‌باشد و تلاش برای کاهش نویز آیرودینامیکی در راستای بالا بردن استاندارد محصولات و رعایت قوانین سروصدا، اهمیت زیادی دارد. از آن‌جا که ساختمان‌های مسکونی در مناطق شهری در حال بلندتر شدن هستند، نارضایتی ساکنان و همچنین مردمی که اطراف این برج‌ها زندگی می‌کنند از سروصدا و به عبارت عامیانه زوزه باد، باعث شده است تا این موضوع به یک مشکل زیست محیطی تبدیل شود. با این وجود، تلاش برای مطالعه و کاهش نویز حاصل از باد در ایران و حتی در جهان نادر است و تحقیقات انجام گرفته، بیشتر مربوط به زمینه‌های هواپیمایی و ماشینی و صنعتی است. بنابراین علاوه بر مثال‌های ذکر شده، این مورد نیز باید مورد توجه قرار گیرد، زیرا در کنار قوانین وضع شده برای انتشار سر و صدا، انتظار افراد از استانداردهای زندگی افزایش یافته است [۱].

محاسبه نویز تولیدشده به وسیله جریان سیال، به دلیل معادلات غیرخطی حاکم همواره مشکل بوده است. علاوه بر این برای انجام آزمایش‌های تجربی، جهت محاسبه نویز حاصل از باد مشکلات بسیاری از قبیل مشکل تفکیک نویز باد طبیعی از نویز سر و صدای اطراف و همچنین مشکلات یکسان‌سازی عدد استرومال و عدد رینولدز (ناشی از کوچک بودن مدل آزمایشگاهی نسبت به مدل واقعی) وجود دارد. ولی در بیش از چند دهه گذشته، با استفاده از ابزارهای دینامیک سیالات محاسباتی و آیرودینامیک محاسباتی مطالعات زیادی در زمینه مکانیزم منابع صوتی، قابلیت پیش‌بینی نویز و فناوری‌های کاهش نویز حاصل از باد به‌ویژه در مهندسی هوافضا انجام گرفته است [۲].

درک درستی از مکانیزم فیزیکی در تولید نویز حاصل از باد یک گام مهم برای کاهش یا کنترل انتشار صدا می‌باشد. به این منظور موارد مورد بررسی در این تحقیق، در سه نمونه



شکل ۱ - محل منبع‌های صوتی در یک ارابه فرود [۳]

سیلندر دوار، مربعی و مثلثی ارائه شده است. بخش وسیعی از نویز تولیدشده حاصل از باد به دلیل نوسانات فشار بر روی دیواره سیلندر می‌باشد و از طرف دیگر با توجه به پایین بودن سطح انرژی در جریان‌های با عدد ماخ کم، ترکیب صدا و نوسانات جریان معمولاً ممکن است در نظر گرفته نشود. لذا جریانی که منبع نویز است باید جدا از میدان آکوستیکی مورد محاسبه قرار گیرد.

همان‌طور که گفته شد به دلیل این‌که مقادیر پارامترها در دینامیک سیالات اختلاف گسترده‌ای با سهم مقادیر آکوستیکی دارند و مرز دوردست آکوستیکی از نظر مقدار چندین برابر بزرگ‌تر از مرز دوردست جریان در دینامیک سیالات است، شبیه‌سازی عددی مهم‌ترین بخش از یک شبیه‌سازی آیرودینامیکی کامل است و نتایج حل گذرا برای محاسبه منابع آیرودینامیکی استفاده می‌شود. نکته جالب در این میان این است که در شبیه‌سازی عددی لازم نیست تا میدان مربوط به حل عددی جریان سیال و میدان مربوط به حل عددی معادلات آکوستیک یکسان باشند. به عبارت دیگر می‌توان یک میدان کلاسیک برای حل جریان سیال مطابق معمول در نظر گرفت و پس از حل عددی جریان، محاسبات آیرودینامیک را در یک میدان دیگری بسیار بزرگ‌تر از میدان حل عددی انجام داد و به محاسبه سطح صوت در نقاطی پرداخت که آن نقاط خارج از مرزهای میدان حل عددی قرار دارد.

اصول اساسی پیش‌بینی نویز آیرودینامیکی در جریان نامحدود با استفاده از قیاس‌های آکوستیکی، در ابتدا توسط لایت‌هیل به دست آمده است [۴]. کرل آن را با در نظر گرفتن وجود مرزهای جامد در جریان گسترش داد [۵]. سپس، برای پیش‌بینی نویز آیرودینامیکی از جسم در حال حرکت،

فاکس ویلیام هاوکینگز روشی را برای تاثیر یک سطح متحرک در تولید صدا داخل جریان ارائه داد [۶].

از اواخر دهه ۱۹۹۰، آیروآکوستیک محاسباتی به عنوان یک شاخه جداگانه در روش های عددی، برای پیش بینی نویز انعکاسی از یک منبع آیروآکوستیکی یا انتشار امواج صوتی در یک میدان جریان ناهمگن مورد مطالعه قرار گرفته است [۷].

آیروآکوستیک شاخه ای از علم آکوستیک است که به مطالعه تولید نویز به وسیله جریان مغشوش، نویز تولیدی حاصل از برخورد نیروهای آیرودینامیکی با سطوح و نویز حاصل از تغییر تناوبی جریان می پردازد. بنابراین، لایت هیل ثابت کرده است که منابع صوتی آیرودینامیکی می توانند در چند مجموعه از تک قطبی ها، دوقطبی ها و چهارقطبی ها مدل شوند. منابع تک قطبی نشان دهنده صوت تولید شده ناشی از نوسانات جرم سیال به خاطر حرکت صفحات می باشند (مثل نویز حاصل از بال زدن پرنده ها)، منابع دوقطبی نشان دهنده صوت ایجاد شده به دلیل نوسانات نیرو بر روی سطح جسم (مثل نویز حاصل از جریان باد روی ساختمان ها) و منابع چهار قطبی نیز نشان دهنده صوت تولید شده به دلیل نوسانات تنش های سیال خارج از جسم می باشند (مثل نویز ناشی از خروج پرسرعت گازهای موتورهای جت) [۶].

روش های حل آیروآکوستیکی به دو دسته کلی محاسبه مستقیم نویز و روش های عددی حل مدل های آکوستیکی تقسیم می شوند [۸]. در روش مستقیم، تولید و انتشار امواج صوتی به طور مستقیم از حل دقیق معادلات دینامیک سیالات مناسب به دست می آید. به طور کلی این روش از لحاظ محاسباتی سخت و گران است زیرا علاوه بر این که دقت عددی بالایی نیاز دارد، برای دریافت مناسب در گیرنده های صوتی، شبکه بندی باید از کیفیت بالا برخوردار باشد و فقط زمانی که گیرنده ها داخل میدان حل و در نزدیکی منبع تولید نویز باشند، استفاده عملی از این روش امکان پذیر است. روش مستقیم به حل معادلات تراکم پذیر نیاز دارد. برای اطلاع از نیازهای عددی لازم جهت محاسبه صدا به روش مستقیم، می توان به مقاله تام در سال ۱۹۹۵ مراجعه کرد [۹].

اما روش های عددی آیروآکوستیکی مانند روش فاکس ویلیام هاوکینگز در سال ۱۹۶۹ یا روش سطح کیرشهف توسط فاراست و مایرس در سال ۱۹۸۸، مشکلات روش مستقیم را ندارند. این روش ها به طور گسترده برای پیش بینی

نویز جت و نویز حاصل از دوران روتور مورد استفاده قرار می گیرند [۱۰].

فرمول فاکس ویلیام هاوکینگز به دست آمده از عمومی ترین شکل قیاس آکوستیکی لایت هیل است و قادر به محاسبه صدای تولید شده توسط چندین منبع آکوستیکی می باشد. در این روش می توان چندین سطح را به عنوان منبع صوتی و گیرنده صوتی در نظر گرفت. همچنین گیرنده ها می توانند ثابت یا با سرعت ثابت در حال حرکت باشند. در کدهای تجاری مانند انسیس، فلونت، روش فاکس ویلیام هاوکینگز به عنوان یک حوزه آیروآکوستیکی محاسباتی گنجانیده شده است. این روش فرض می کند که هیچ مانعی بین منابع صوتی و گیرنده ها وجود ندارد و انتشار صدا به سمت فضای آزاد است، بنابراین در حالی که می توان این روش را به طور صحیح برای پیش بینی نویز حاصل از جریان های آیرودینامیکی خارجی به کار برد، برای نویز داخل مجاری یا فضای محصور به کار نمی رود [۸].

در تحقیق حاضر علاوه بر بررسی توانایی و دقت حل عددی نرم افزار فلونت در محاسبه صدای حاصل از جریان در فواصل دور دست، هدف اصلی محاسبه تفاوت صدای حاصل از جریان بر روی چند سطح مقطع پایه مختلف است که می تواند در طراحی مفهومی و انتخاب اجزای اجسامی که در معرض باد هستند مانند استوانه های به کار رفته در ارابه های فرود، آنتن خودروها و اجسام استفاده شده در تزئین نمای ساختمان (نرده ها) کمک کننده باشد. عدد رینولدز در نظر گرفته شده در محدوده زیر بحرانی ($Re \leq 1 \times 10^5$) قرار دارد. نویز حاصل از جریان در مسئله حاضر در سرعت ۷۰ متر بر ثانیه محاسبه شده است که در محدوده سرعت نشست و برخاست هواپیماهای مسافربری قرار دارد. جهت دستیابی به هدف، پس از حل عددی معادلات ناویراستوکس به همراه مدل آشفتگی شبیه سازی گردابه بزرگ (LES)، به حل عددی و ناپایایی میدان آکوستیک با روش فاکس ویلیام هاوکینگز پرداخته شده است. در مرحله پس پردازش، نتایج در قالب نمودارهای سطح فشار صوت بر حسب فرکانس و همچنین سطح کلی صوت ارائه شده است.

معادلات حاکم

معادلات پیوستگی و ممنتوم معادلات حاکم بر دینامیک جریان سیال هستند و برای جریان تراکم ناپذیر به صورت روابط (۱) و (۲) تعریف می شوند:

مومنوم در مقیاس بزرگ است که در اثر عکس‌العمل مقیاس‌های کوچک یا حل‌نشده به وجود می‌آید [۱۱].

$$\tau_{ij}^s = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (۸)$$

پس از جایگذاری معادله (۸) در معادله (۷)، معادله (۹) به دست می‌آید:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij}^s \right] \quad (۹)$$

هدف اصلی LES، تقریب زدن τ_{ij}^s است و براین اساس انواع مختلف مدل LES شکل می‌گیرد. در این مقاله، از مدل زیرلایه اسماکورنسکی-لیلی استفاده شده است. این مدل توسط اسماکورنسکی پیشنهاد شده است [۱۲] و با در نظر گرفتن تاثیر تنش در جریان‌های آرام، تنش رینولدز می‌تواند به صورت رابطه (۱۰) نوشته شود:

$$\tau_{ij}^s - \frac{1}{3} \tau_{kk}^s \delta_{ij} = -2\nu_T \bar{s}_{ij} \quad (۱۰)$$

به طوری که ν_T لزجت گردابه و \bar{s}_{ij} به نرخ کرنش در میدان سرعت حل شده مربوط می‌شود:

$$\bar{s}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (۱۱)$$

می‌توان با استفاده از آنالیز ابعادی که فرم مناسبی از لزجت گردابه است، ثابت کرد:

$$\nu_T = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (۱۲)$$

به طوری که $\bar{S} = (2\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij})^{1/2}$; Δ طول مربوط به تابع مقیاس است و به صورت $\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$ تعریف می‌شود. پارامتر C_s می‌تواند از نظریه‌های مختلف جایگذاری شود که برای مثال برای اغتشاش آیزنتروپیک نشان داده شده است که $C_s \approx 0.2$ است. به هر حال این پارامتر می‌تواند تابعی از

$$\nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau}' + \rho \bar{f}'_m \quad (۲)$$

به طوری که $\bar{\tau}'$ و \bar{f}'_m به ترتیب تانسور تنش لزج و نیروی جسمی هستند. ρ و \bar{v} نیز به ترتیب چگالی و سرعت جریان می‌باشند. هدف شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES)، مدل کردن مقیاس‌های بزرگ از جریان مغشوش است که بیشتر مستعد حمل انرژی و مومنوم داخل جریان هستند. برای جدا کردن مقیاس‌های بزرگ از مقیاس‌های کوچک، از تابعی در LES استفاده می‌شود، همچنین سرعت جریان u ، به دو بخش سرعت متوسط \bar{u} و سرعت نوسانی u' تقسیم می‌شود:

$$u = \bar{u} + u' \quad (۳)$$

تابع مقیاس ذکر شده \bar{u}_i به صورت رابطه (۴) در معادلات تعریف می‌شود:

$$\bar{u}_i = \int G(x, x') u_i(x') dx' \quad (۴)$$

$$G(x, x') = \begin{cases} 1/\Delta, & \text{if } |x - x'| \leq \Delta/2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۵)$$

این تابع بیان می‌کند که گردابه‌های بزرگ‌تر از Δ به طور مستقیم محاسبه می‌شوند و گردابه‌های کوچکتر از آن تقریب زده می‌شوند. با اعمال تابع مقیاس به معادلات پیوستگی و مومنوم، معادلات حاکم بر جریان در روش LES به صورت روابط (۶) و (۷) به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} = 0 \quad (۶)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (۷)$$

به دلیل غیرخطی بودن معادلات و تنش برشی جریان، جمله ناشناخته $\overline{u_i u_j}$ به وجود می‌آید که برای ادامه حل، باید تقریب زده شود. در همین راستا تنش رینولدز با رابطه (۸) تعریف می‌شود که در حالت فیزیکی یک تنش نیست بلکه شار

صوت در دوردست است و T_{ij} تانسور تنش لایت هیل است که به صورت رابطه (۱۵) تعریف می شود:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + P_{ij} - c_0^2 (\rho - \rho_0) \delta_{ij} \quad (15)$$

و P_{ij} تانسور تنش فشاری است که برای سیال استوکسی به صورت رابطه (۱۶) تعریف می شود:

$$P_{ij} = P \delta_{ij} - \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (16)$$

مقادیر جریان آزاد با زیرنویس 0 نشان داده می شوند.

معادله (۱۴)، یک معادله موج می باشد که در سمت راست آن سه ترم منبع آکوستیکی ناهمگن قرار دارد و به ترتیب نمایانگر منابع تک قطبی، دوقطبی و چهارقطبی می باشند. برای یک سطح ساکن، جمله تک قطبی می تواند در نظر گرفته نشود. بنابراین بین جملات دوقطبی و چهارقطبی مقایسه لازم است [۶]. شدت جمله دوقطبی به صورت رابطه (۱۷) متناسب با سرعت جریان است:

$$I_D \approx \rho u^6 c^{-3} l^2 \quad (17)$$

و شدت جمله چهارقطبی برابر است با:

$$I_Q \approx \rho u^8 c^{-5} l^2 \quad (18)$$

از معادله های (۱۷) و (۱۸) به دست می آید که برای همه موارد شبیه سازی شده در این مقاله $\frac{I_Q}{I_D} \propto \left(\frac{u}{c}\right)^2$. سرعت جریان ۶۹/۲ متر بر ثانیه می باشد و لذا سهم منبع چهارقطبی در این شبیه سازی کمتر از ۰.۳٪ است و منبع اصلی ایجاد نویز، منبع دوقطبی می باشد. به همین دلیل است که فلوننت سهم منابع چهارقطبی را در نظر نمی گیرد.

نتایج آکوستیکی

نتایج حل آکوستیک در قالب سطح فشار صوت (SPL) با واحد دسی بل بر حسب فرکانس مربوطه ارائه می شود. سطح فشار صوت به صورت رابطه (۱۹) تعریف می شود:

$$SPL = 10 \log \left(\frac{p'^2}{P_r^2} \right) = 20 \log \left(\frac{p'}{P_r} \right) \quad (19)$$

متغیرهای دیگر مانند عدد رینولدز باشد. برای مثال، مشخص شده است که برای شبیه سازی جریان کانال، مقدار باید از ۰/۲ به ۰/۰۶۵ کاهش یابد که کاهش لزجت گردابه را نتیجه می دهد [۱۳]. علاوه بر این باید در نزدیکی دیواره، حتی بیشتر کاهش یابد. روشی که با موفقیت استفاده شده است و معمولاً در نزدیکی دیواره جهت کاهش لزجت گردابه به کار می رود به شکل یک تابع نوسانی و به صورت رابطه (۱۳) است:

$$C_s = C_{s0} \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}} \right)^2 \quad (13)$$

به طوری که y^+ فاصله بدون بعد دیواره لزج از نقاط شبکه است $y^+ = y u_\tau / \nu$ و مقدار C_{s0} معمولاً برای جریان مغشوش ۰/۱ در نظر گرفته می شود. A^+ ثابتی است که به طور تقریبی برابر با ۲۵ قرار داده می شود.

قیاس آکوستیکی فاکس ویلیام هاو کینگز

روشی که برای حالت آکوستیکی حاصل از برخورد ساختار جریان به کار می رود، روش آکوستیکی فاکس ویلیام هاو کینگز است که بر مبنای قیاس آکوستیکی لایت هیل می باشد و با در نظر گرفتن سطوح و منبع صوتی در حال حرکت گسترش یافته است:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ [\rho_0 v_n + \rho (u_n - v_n)] \delta(f) \right\} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ [P_{ij} n_j + \rho u_i (u_n - v_n)] \delta(f) \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left\{ T_{ij} H(f) \right\} \quad (14)$$

در معادله (۱۴) p' فشار دوردست است $p' = p - p_0$ و u_i و v_i به ترتیب مولفه سرعت سیال و سرعت سطحی در جهت x_i هستند، u_n و v_n نیز به ترتیب مولفه های سرعت سیال و سرعت سطحی در جهت عمود بر صفحه هستند. $(f=0)$ $\delta(f)$ تابع دلتای دیراک و $H(f)$ مربوط به تابع پله است. متغیر f به گونه ای است که مقدار صفر آن سطح تولید صدا و مقادیر بزرگ تر از صفر آن ناحیه انتشار موج را تشکیل می دهد. سرعت

که در آن P_r فشار صدای مرجع در هوا می‌باشد.

$$P_r = 2 \times 10^{-5} \text{ pa} \quad (20)$$

با استفاده از نتایج طیفی آکوستیک، یک سطح فشار صوت کل (OASPL) در واحد دسی‌بل که با جمع کردن همه دامنه‌های طیف به دست آمده حاصل می‌شود و متوسط صدای تولید شده در تمام فرکانس‌ها را نشان می‌دهد و به صورت رابطه (۲۱) بیان می‌شود:

$$OASPL = 20 \log \sqrt{\sum_i (10^{SPL_i / 20})^2} \quad (21)$$

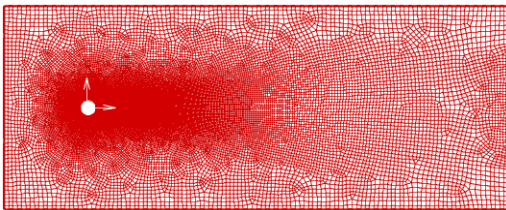
شبیه‌سازی عددی آبروآکوستیکی

در این بخش ابتدا برای انجام محاسبات آبروآکوستیکی اولیه، شبیه‌سازی جریان حول سیلندر دایره‌ای دوبعدی برای بررسی دقیق اثرات جریان ناپایا در ایجاد نویز و مقایسه با نتایج تجربی انجام می‌شود. جریان آزاد به صورت غیراغتشاشی با سرعت $69/2$ متر بر ثانیه به صورت عرضی به سیلندری به قطر $0/019$ متر برخورد دارد. عدد رینولدز براساس قطر سیلندر 90000 می‌باشد. پارامترهای تعیین شده براساس مطالعه تجربی (آزمایش تونل باد) رول و همکارانش می‌باشد [۱۴]. طبق شکل ۲ مبدا مختصات در مرکز سیلندر قرار دارد و میدان محاسباتی شامل مستطیلی است که فاصله سیلندر تا بالادست در جهت $-x$ ، پنج برابر قطر و فاصله سیلندر تا پایین دست، در جهت x ، بیست برابر قطر است. فاصله مرزهای بالا و پایین میدان نیز ده برابر قطر از مبدا مختصات در نظر گرفته شده است. برای حل عددی، ورودی چپ میدان با شرط مرزی ورودی سرعت و خروجی راست آن با شرط مرزی خروجی فشار مرزبندی شده است. مرز بالا و پایین دیواره نیز متقارن در نظر گرفته شده است. گام زمانی استفاده شده در حل جریان $0/000005$ ثانیه و زمان کل 10000 گام زمانی می‌باشد و اطلاعات منبع صوتی از گام پنج هزارم، یعنی پس از نوسانی شدن جریان و شکل‌گیری گردابه‌ها بر روی آن تا گام ده هزارم برای محاسبه صوت ذخیره گردیده است. دو گیرنده صوتی در فاصله 35 برابر قطر و 125 برابر قطر از محور افقی سیلندر یعنی در راستای محور y در نظر گرفته شده است (شکل ۳).

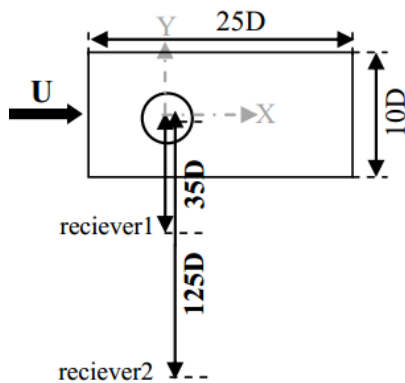
همان‌طور که گفته شد شرایط در نظر گرفته شده در فلوننت به صورتی است که انعکاس صوت وارد محاسبات نمی‌شود. به عبارت دیگر اثرات امواج صوتی بر جریان سیال طبق فرضیات لایت‌هیل در نظر گرفته نمی‌شود و شرایط آزمایشات تجربی انجام گرفته در تونل باد بدون انعکاس توسط رول و همکارانش را پوشش می‌دهد.

در شکل ۴ استقلال نتایج حل عددی دوبعدی از تعداد سلول‌های شبکه نشان داده شده است. این شکل سطح فشار صوت را در گیرنده یک به ازای افزایش تعداد سلول نشان می‌دهد. برای این کار، از سه سری سلول با تعداد کم (12934 سلول)، متوسط (65773 سلول) و ریز (137773 سلول) استفاده شده است که سلول‌های هر سه سری، از نوع چهارضلعی بی‌سازمان می‌باشد.

مطابق آنچه که در شکل ۴ دیده می‌شود، نتایج شبکه متوسط و ریز با دقت قابل قبولی بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند. برای بررسی دقیق‌تر، مقدار بیشینه سطح فشار صوت، مربوط به هر کدام از دو گیرنده، در شکل ۵ با مقادیر تجربی مقایسه شده است. همان‌طور که مشخص است در محاسبه متوسط صدای تولید شده در تمام فرکانس‌ها (OASPL) برای گیرنده یک، مدل پیشرفته LES خطایی کمتر از یک درصد با نتایج تجربی دارد. این خطا در گیرنده دو 5 درصد است.

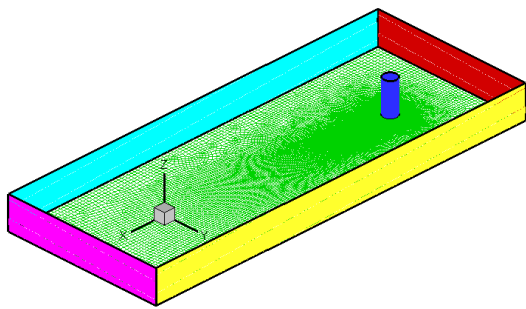


شکل ۲ - میدان محاسباتی و شبکه‌های چهاروجهی بی‌سازمان اطراف سیلندر



شکل ۳ - موقعیت گیرنده‌ها

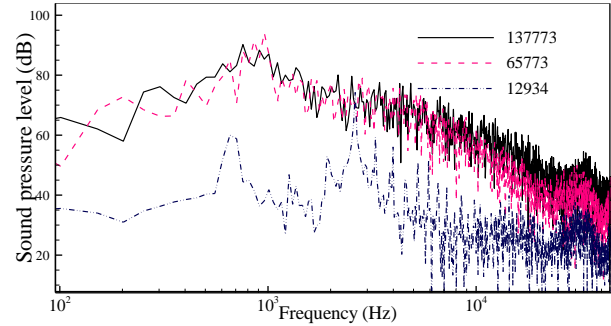
در مجموع ۲۳۷۰۹۵۰ سلول ایجاد شده است. مشخصات شبکه لایه مرزی آن به این صورت است که فاصله اولین سلول از دیواره ۰/۰۰۰۵ متر و نرخ رشد ۱/۲ و تعداد کل لایه‌ها ۱۰ و ارتفاع کل آن نیز ۰/۰۰۰۳ متر است. دو مرزهای کناری ایجاد شده در سه بعد در جهت z، حالت تناوبی دارند و با شرط مرزی پریودیک مشخص می‌شوند تا به صورت دو زوج مرز، هرچه از مرز اول خارج می‌شود به مرز دوم وارد شود. محور سیلندر در این جهت باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا بتواند بیشترین طول آشفتگی را در فرکانس‌هایی که می‌توانند نتایج را تحت تاثیر قرار دهند، در نظر بگیرد.



شکل ۶ - میدان محاسباتی و شبکه‌های چهاروجهی

برای ارزیابی دقت نتایج شبیه‌سازی عددی، ویژگی‌های جریان میانگین مانند ضریب پسای میانگین (\bar{C}_d)، زاویه جدایش (θ_s)، فرکانس ریزش گردابه ($St=f D/U$) و RMS ضرایب برآ و پسای نوسانی (C'_d) و (C'_l) با داده‌های تجربی موجود مقایسه شده‌اند. جدول ۱، نتایج دوبعدی و سه‌بعدی شبیه‌سازی شده را که با نتایج تجربی مقایسه شده است نشان می‌دهد. همچنین برای درک رفتار جریان در اطراف سیلندر، میدان سرعت و نوسانات ضرایب برآ و پسا بر روی سیلندر آورده شده است.

جدول ۱ توانایی شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES) را در پیش‌بینی پارامترهای مهم جریان روی سیلندر نشان می‌دهد. فرکانس ریزش گردابه می‌تواند از نمودار ضریب برآ بر حسب گام‌های زمانی مختلف و فاصله زمانی بین دو قله یا دو دره متناوب و فرمول $f = \frac{1}{\Delta t}$ محاسبه شود [۱۵] یا عدد استروهال (فرکانس بی‌بعد) مربوط به فرکانس ریزش گردابه اصلی می‌تواند از آنالیز طیفی نوسانات نیروی برآ و مقدار ماکزیمم در شکل ۸ به دست آید.

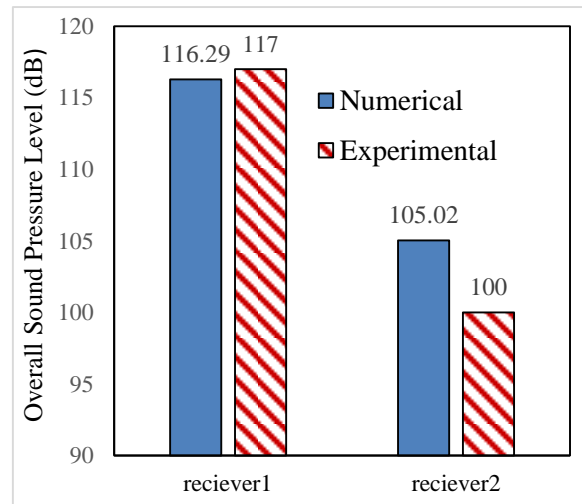


شکل ۴ - نتایج استقلال از مش در محاسبات در گیرنده اول

البته باید توجه نمود، علی‌رغم ماهیت سه‌بعدی بودن مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES)، می‌توان با وارد نمودن دستور رابطه (۲۲) در پنجره کنسول فلوئنت، امکان استفاده از این مدل در دوبعد را نیز فراهم نمود.

$$r p s e t v a r ' l e s - 2 d ? \# t \quad (22)$$

همچنین برای مقایسه اثرات واقعی کشیدگی و از هم‌پاشیدگی گردابه‌ها با حل جریان و آکوستیک در دوبعد، نتایج سه‌بعدی سیلندر دایروی نیز در این قسمت بررسی می‌گردد.



شکل ۵ - مقدار سطح فشار صوت کل (OASPL) مربوط به هر کدام از دو گیرنده

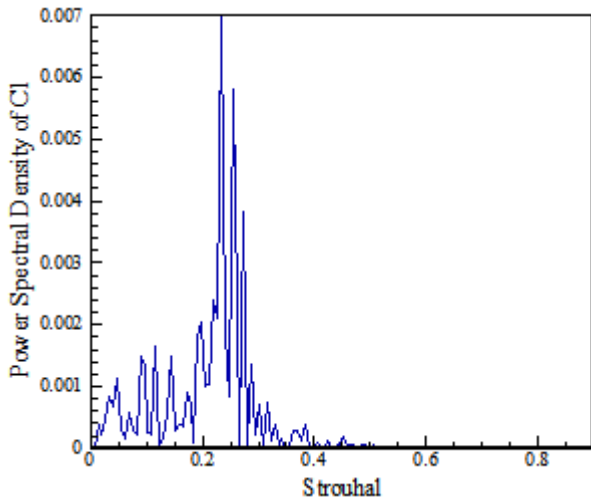
بدین منظور ابعاد میدان محاسباتی سه‌بعدی نیز در شکل ۶ نشان داده شده است. در بعد سوم از شبکه‌بندی کوپر استفاده شده است که در اصل تکرار شبکه دوبعدی در بعد سوم به تعداد لایه‌های زیاد است. تعداد ۴۷۴۱۹ سلول در صفحه X-Y و ۵۰ سلول در جهت محور Z بر روی سیلندر قرار دارد که

جدول ۱ - نتایج تجربی و نتایج عددی آیرودینامیکی

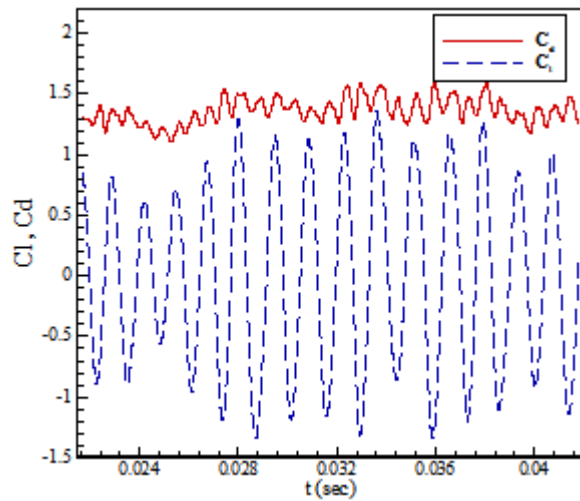
مدل	St	C'_l	\bar{C}_d	C'_d	θ_s	درصد خطا
آشفتگی	۰/۱۸-۰/۲	۰/۴۵-۰/۶	۱-۱/۴	۰/۱۸	۸۰	(/)
	[۱۵]	[۱۵]	[۱۶]	[۱۷]	[۱۸]	
۲ بعدی LES	۰/۲۴	۰/۹۷	۱/۳	۰/۲۷	۷۷	۲۸/۳
۳ بعدی LES	۰/۱۹	۰/۵۷	۰/۳۶	۰/۱۱	۸۴	۸/۷

همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود حالت نوسانی بودن جریان و ریزش گردابه‌های اصلی و اغتشاشات جریان را به خوبی نشان داده است. عدد استروهال مربوط به فرکانس ریزش گردابه اصلی نیز از آنالیز طیفی نوسانات نیروی برآ و مقدار ماکزیمم در شکل ۸ به دست آمده است. نیروی آیرودینامیکی در جهت جریان در فرکانسی حدود دو برابر فرکانس آن نیروها در جهت عمودی نوسان می‌کنند و دامنه نیروهای نوسانی عمودی بیشتر از دامنه نیروهای نوسانی در جهت جریان است.

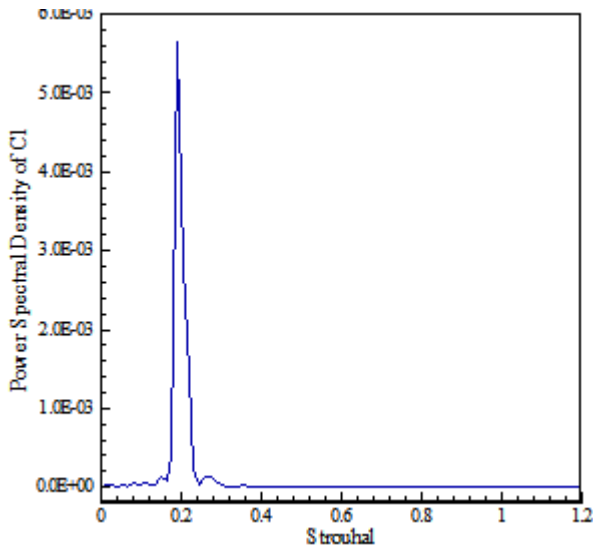
تاریخچه زمانی نیروهای آیرودینامیکی به دست آمده از مدل شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES) سه بعدی نیز در شکل ۹ دیده می‌شود. در مقایسه با شکل ۷ دامنه نیروهای نوسانی در جهت عمودی کاهش یافته است و نیروهای افقی نامنظم‌تر و با دامنه کمتری نوسان می‌کنند. چگالی طیفی نیروهای نوسانی نیز در شکل ۱۰ رسم شده است که عدد استروهال را برای جریان سه بعدی نشان می‌دهد.



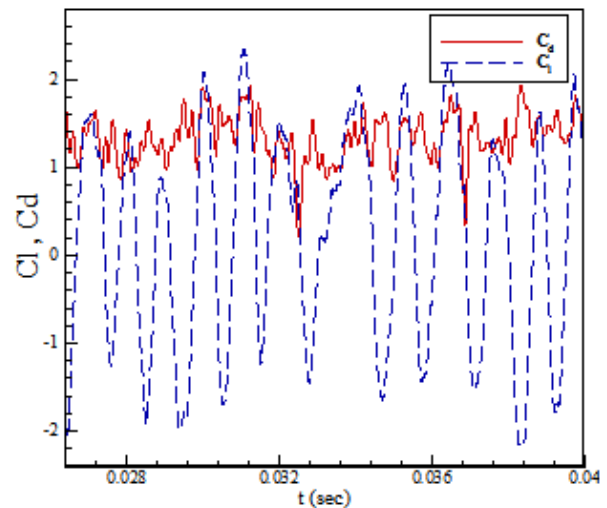
شکل ۸ - چگالی نوسانی توان ضریب برآ دو بعدی



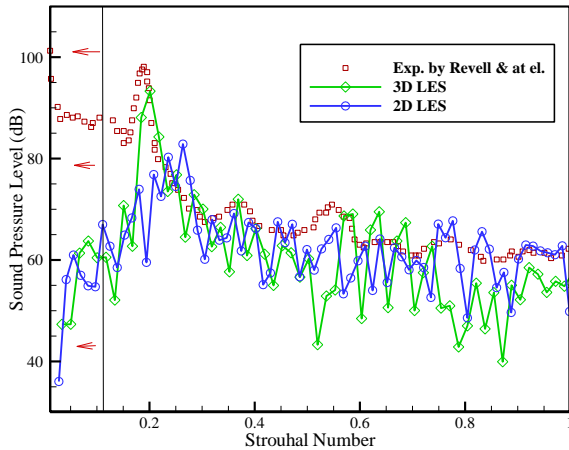
شکل ۹ - ضریب برآ و پسا حاصل از LES سه بعدی



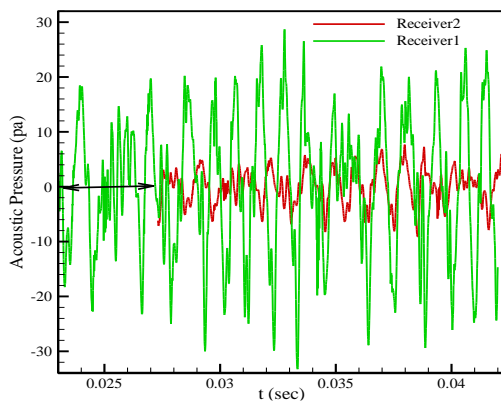
شکل ۱۰ - چگالی نوسانی توان ضریب برآ سه بعدی



شکل ۷ - ضریب برآ و پسا حاصل از LES دو بعدی



شکل ۱۲ - مقایسه سطح فشار صوت حاصل از مدل‌های دو بعدی و سه بعدی با نتایج تجربی در گیرنده دو



شکل ۱۳ - مقدار فشار صوتی دریافت شده در دو گیرنده

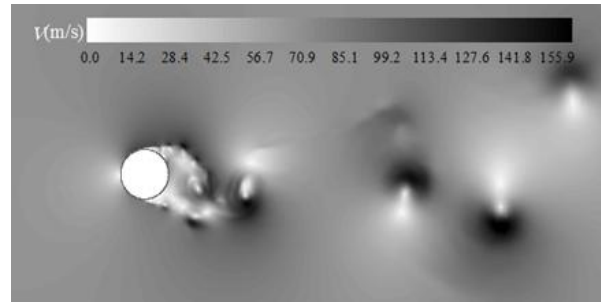
نویز آیرودینامیکی از نوع دوقطبی می‌باشند. نواحی کم‌رنگ و کم فشار بیشتر در اطراف سیلندر دایره‌ای مشاهده می‌شود. پس از آن سیلندر مربعی دارای نواحی کم فشار است و میزان نواحی کم فشار در اطراف سیلندر مثلثی از بقیه کمتر است اما با این حال نوسانات فشاری بالایی را تحمل می‌کند.

لازم به ذکر است که مطابق مرجع [۱۶] طول ارتباطی منبع که انتگرال‌های روش فاکس ویلیام‌هاوکینگز بر روی این طول و در جهت عمقی محاسبه می‌شوند، پنج برابر قطر مربوط به هرکدام از هندسه‌ها که در شکل ۱۴ مشخص است، قرار داده شده است

حال با در نظر گرفتن آنالیز طیفی نوسانات نیروی برای هر کدام از شکل‌ها، در شکل ۱۶ عدد استرووال مربوط به فرکانس ریزش گردابه هرکدام با یکدیگر مقایسه می‌گردد.

عدد استرووال مربوط به ریزش گردابه در سیلندر ۰/۲۴ شده است که بیشتر از عدد استرووال سیلندر مثلثی یعنی ۰/۱۷۱

شکل ۱۱ کانتورهای سرعت را نشان می‌دهد که در آن ایجاد و حرکت گردابه‌ها به خوبی مشخص است.



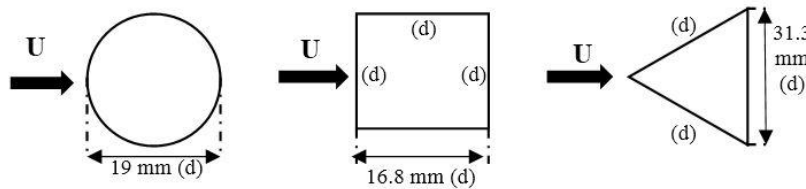
شکل ۱۱ - کانتورهای سرعت میدان جریان دوبعدی به دست آمده از مدل LES

برای ارزیابی دقت نتایج شبیه‌سازی آکوستیکی، نتایج تجربی سیلندر مورد نظر با نتایج آکوستیکی دوبعدی و سه بعدی آن در شکل ۱۲ مقایسه شده است. نتایج آکوستیکی نشان می‌دهد که با وجود خطای عددی ۲۸ درصدی، ماکزیمم سطح صدای تولید شده از شبیه‌سازی دوبعدی در مقایسه با شبیه‌سازی سه بعدی و نتایج تجربی به ترتیب ۱۱٪ و ۱۵/۳٪ خطا دارد اما در مقدار سطح صدای کل این مقدار به زیر ۵ درصد می‌رسد.

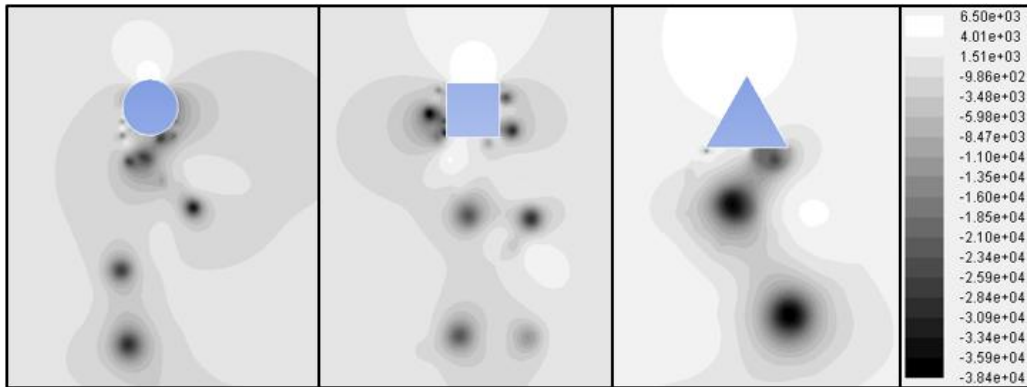
در ادامه با رسم فشار صوتی دریافت شده در گیرنده‌ها در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که در گیرنده دو فشار آکوستیکی با تاخیری حدود ۰/۰۰۵ ثانیه، نسبت به گیرنده یک، جلوتر رفته است. دلیل این موضوع دورتر بودن گیرنده دو از منبع صوتی است که باعث می‌شود فشار صدا را دیرتر دریافت کند. همچنین شدت فشار صوتی یا سیگنال‌های صوتی نیز در آن ضعیف‌تر از فشار صوتی در گیرنده یک است.

در بخش دوم و اصلی تحقیق حاضر، نویز آیرودینامیکی حاصل از برخورد جریان با سطح مقطع‌های مختلف دایره‌ای، مربعی و مثلثی که دارای مساحت یکسان هستند محاسبه شده و با هم مقایسه شده‌اند.

ابعاد سطوح مقطع مورد بررسی در شکل ۱۴ مشخص است و شبکه استفاده شده برای هرکدام از آن‌ها، حدود ۶۵ هزار سلول می‌باشد. کانتورهای فشار حاصل از برخورد جریان ($U=69.2\text{m/s}$) با سطح مقطع‌ها در شکل ۱۵ نشان داده شده است. نواحی کم‌رنگ، معرف نواحی کم فشار هستند. نواحی کم فشار مستعد تشکیل ریزش گردابه‌هایی هستند که منشا اصلی



شکل ۱۴ - هندسه سطح مقطع های مورد استفاده در شبیه سازی

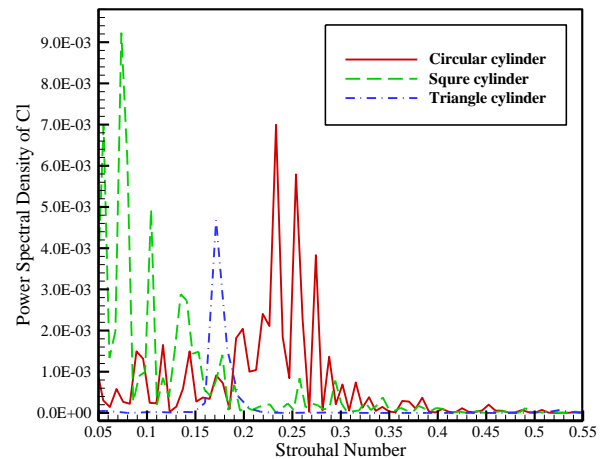


شکل ۱۵ - کانتورهای فشار اطراف سطح مقطع سیلندرهایی دایره‌ای، مربعی و مثلثی

سیلندر مثلثی دارای بیشترین سطح فشار صوت ۸۸/۳ دسی‌بل در فرکانس ۴۰۳ هرتز می‌باشد.

سیلندر مربعی نیز دارای بیشترین سطح فشار صوتی ۸۴/۹ دسی‌بل در فرکانس ۳۰۲ هرتز می‌باشد. همه فرکانس‌های ذکر شده در محدوده شنوایی انسان (یعنی بین ۲۰ تا ۲۰۰۰۰ هرتز) قرار دارند. اگرچه مقیاس فرکانسی متداول‌ترین مقیاس مورد استفاده برای نشان دادن محدوده شنوایی انسان است، به کار بردن مقیاس پاسکال (Pa) و یا دسی‌بل (dB) غیرمعمول نمی‌باشد. با وجود این، مقیاس پاسکال کمتر قابل استفاده و کنترل است، به این دلیل که با ارقامی سر و کار دارد که در دامنه بسیار بزرگی قرار دارند، اما استفاده مقیاس دسی‌بل ساده‌تر و پرکاربردتر است و در این مقیاس، محدوده شنوایی انسان بازه صفر تا ۱۲۰ دسی‌بل را شامل می‌شود و نویزهای بالای ۵۵ دسی‌بل برای سلامت شنوایی انسان مضر می‌باشد [۸].

طبق توضیحات ذکر شده سیلندر دایره‌ای دارای نویز زیرتر و بالاتری از هندسه‌های دیگر مورد تحقیق در این مقاله است و باتوجه به شکل ۱۶ هر کدام از ماکزیمم سطح فشار صوت‌ها در نزدیکی فرکانس مربوط به ریزش گردابه‌ها می‌دهد. یعنی صدای حاصل از برخورد جریان را گردابه‌ها (منابع دو قطبی) تولید می‌کنند.



شکل ۱۶ - چگالی نوسانی توان ضریب برآ دوبعدی در مدل‌های مختلف

است و عدد استروهال سیلندر مثلثی بیشتر از مقدار آن برای سیلندر مربعی یعنی ۰/۰۷۳ می‌باشد. این شرایط می‌تواند ناشی تماس بیشتر جریان با سطوح مختلف باشد.

سطح فشار صوت بر حسب فرکانس در شکل ۱۷ برای گیرنده یک رسم شده است. مطابق شکل ۱۷، بیشترین سطح فشار صوت مربوط به سیلندر دایره‌ای است که برابر با ۹۳/۷ دسی‌بل است و در فرکانس ۹۵۷ هرتز رخ می‌دهد. پس از آن

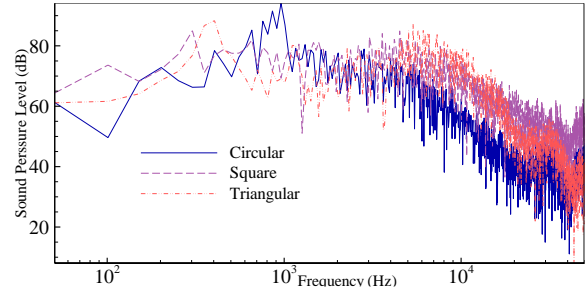
در کل هندسه مثلثی، متوسط صدای تولید شده بیشتری دارد و متوسط صدای تولید شده برای هندسه مربعی بیشتر از هندسه دایره‌ای است. البته نباید فراموش شود که پارامتر اساسی در این بررسی، ماکزیمم سطح فشار صوت است که توسط انسان شنیده می‌شود.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، ابتدا با انتخاب یک هندسه دایره‌ای استاندارد که نتایج تجربی مناسب و معتبر و قابل اتکا برای آن موجود است، روند انجام شبیه‌سازی آیروداکوستیکی، جهت محاسبه نویز حاصل از باد در اطراف آن ارائه شد و نتایج حاصله با نتایج تجربی مقایسه شد. پس از آن، برای بررسی تاثیر شکل سطح مقطع روی تغییرات نویز حاصل از جریان، این مدل‌سازی با چند هندسه مختلف از سطح مقطع‌های دارای مساحت یکسان نیز انجام گرفت.

از آنجا که پارامتر مهم در آیروداکوستیک محاسباتی سطح فشار صوت بر حسب فرکانس می‌باشد، برای هر کدام از هندسه‌های دایره‌ای، مثلثی و مربعی در دو گیرنده با مختصات معین، این مقدار محاسبه و با هم مقایسه گردید.

برای هر دو گیرنده صوتی، نتایج کیفی مشابهی مشاهده شد که در این بین، ماکزیمم سطح فشار صوت در سرعت یکسان برای سطح مقطع دایره‌ای به ترتیب ۵/۷ درصد و ۹/۳ درصد بیشتر از سطح مقطع مثلثی و مربعی است. برای سطح مقطع مثلثی نیز ۳/۸ درصد بیشتر از سطح مقطع مربعی است. فرکانس مربوط به ماکزیمم سطح فشار صوت، در هر کدام از هندسه‌های دایره‌ای، مثلثی و مربعی، به ترتیب در فرکانس‌های بالاتری ایجاد شده‌اند و هرچه فرکانس بالاتر رود صدای شنیده شده همچون صدای کودکان زیرتر و آزاردهنده‌تر خواهد بود. نتایج نشان می‌دهند که ماکزیمم سطح فشار صوت در هر سه هندسه مورد بررسی، در فرکانس مربوط به ریزش گردابه آن هندسه رخ می‌دهد. همچنین مشخص شد که در حدود فرکانس‌های ۶۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ هرتز (که فرکانس‌های بالایی برای سیستم شنوایی انسان به حساب می‌آیند)، در حالی که نویز حاصل از دو هندسه مربعی و مثلثی تقریباً بر هم منطبق هستند، سطح صدای کل ناشی از هندسه دایره‌ای سطح فشار صوت پایین‌تری را نسبت به آن‌ها نشان می‌دهد.



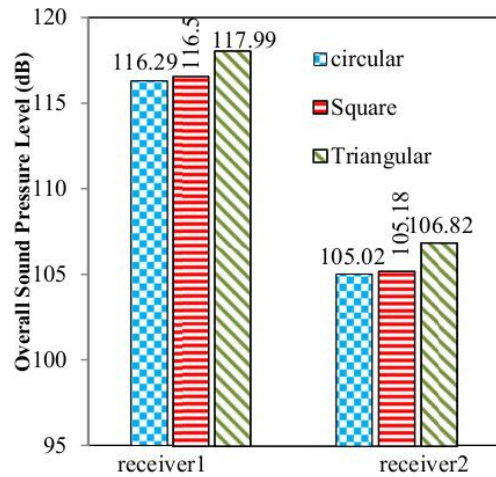
شکل ۱۷ - سطح فشار صوت بر حسب فرکانس در گیرنده اول

رفتار این نمودار در گیرنده دوم نیز به همین شکل است و مقادیر بیشینه سطح فشار صوت در فرکانس‌های مربوط به گیرنده دوم در جدول ۲ قرار داده شده‌است. بیشترین میزان کاهش سطح فشار صوت در گیرنده دوم (نسبت به گیرنده یک)، مربوط به سیلندر دایره‌ای و در حدود ۱۵٪ است. اندازه این کاهش برای دو سیلندر دیگر در حدود ۱۳ درصد می‌باشد.

جدول ۲ - بیشترین سطح فشار صوت بر حسب فرکانس در گیرنده دوم

سطح مقطع	فرکانس (Hz)	بیشترین سطح صوت (dB)
دایره‌ای	۹۷۰	۸۱/۶۴
مثلثی	۴۰۱/۳	۷۶/۸۴
مربعی	۳۰۳/۶۴	۷۳/۲

شکل ۱۸ متوسط صدای تولید شده در تمام فرکانس‌ها (OASPL) را برای هندسه‌های مورد بررسی نشان می‌دهد و مربوط به سطح زیرمنحنی هریک از آن‌ها می‌باشد که در دو گیرنده محاسبه شده است.



شکل ۱۸ - مقدار فشار صوتی دریافت شده توسط دو گیرنده

در گیرنده یک و دو

پی‌نوشت

- ۱ Cooper
- ۲ Distributed parameter model
- ۳ Finite element model
- ۴ Reliability Based Design Optimization
- ۵ Random design vector
- ۶ Mean design vector
- ۷ Cumulative standard normal distribution
- ۸ Monte Carlo

مراجع

- [10] Layton W., Novotny A., "On Lighthill Acoustic Analogy for Low Mach Number Flows", in New Directions in Mathematical Fluid Mechanics, Basel, Switzerland, Birkhauser, pp. 247-279, 2010.
- [11] Ferziger J. H., "Higher Level Simulations of Turbulent Flow, in Computational Methods for Turbulent, Transonic and Viscous Flows", 1983.
- [12] Smagorinsky J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations" I. The Basic Experiment, Monthly Weather Review 91, pp. 99-165, 1963.
- [13] Villiers E., "The Potential of Large Eddy Simulation for the Modeling of Wall Bounded Flows", PhD thesis, Imperial College London, 2005.
- [14] Revell J. D., Prydz, R. A., Hays, A. P., "Experimental Study of Airframe Noise Vs. Drag Relationship for Circular Cylinders", Final Report for NASA Contract NAS1-14403, 1997.
- [15] Mohamadzaei M., Dehghan A. A., Movahedi A., "Comparison of different methods of numerical simulation of flow and sound around a square cylinder at various incidence angles": Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 5, pp. 147-158, 2017 (in Persian).
- [16] Norberg C., "Fluctuating Lift on a Circular Cylinder": Review and New Measurements, J. Fluid and Structures, Vol. No. 1, pp. 57-69, 2003.
- [17] Cantwell B., Coles D., "An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder": Journal of fluid mechanics, Vol. 136, pp. 321-374, 1983.
- [18] West, G., Apelt, C., "Measurements of Fluctuating Pressures and Forces on a Circular Cylinder in the Reynolds Number Range 104 to 2.5×10^5 ": Journal of Fluids and Structures, Vol. 7, No. 3, pp. 227-244, 1993.
- [19] Achenbach, E., "Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^6$ ": Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, No. 4, pp. 625-639, 1968.
- [1] Areias H., Hubbard H., "Aeroacoustic of Flight Vehicles": Theory and Practice, Vol. 1: Noise Sources, Vol. 2: "Noise Control", NASA RP-125, 1992.
- [2] Spalart P., Shur R, Strelets M. L., Travin, M.Kh., "Initial Noise Predictions for Rudimentary Landing Gear", Journal of Sound and Vibration, pp. 4180-4195, 2011.
- [3] Sanders L., Eric M. Ben Khelil, S., Francois, C., "LAGOON: CFD/CAA coupling for landing gear noise and comparison with experimental database" In 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, pp. 6-8, 2011.
- [4] Lighthill M. J., "Sound Generated Aerodynamically", I. General Theory. Proceedings of the Royal Society of London, Series A 211, 546-578, 1952.
- [5] Curl N., "The Influence of Solid Boundaries Upon Aerodynamic Sound", Second Edition, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Science, pp. 505-514, 1955. [6] Ffowcs J. D., Williams Hawkings D. L., "Sound Radiation from Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, pp. 246-321, 1969.
- [7] Colonius T., Lele S. K., "Computational Aeroacoustics: Progress on Nonlinear Problems of Sound Generation", Progress in Aerospace Sciences, pp. 345-416, 2004.
- [8] ANSYS FLUENT Version 16.1 User's Guide, ANSYS Inc, 2015.
- [9] Norberg C., "Fluctuating Lift on a Circular Cylinder": Review and New Measurements, J. Fluid and Structures, Vol. No. 1, pp. 57-69, 2002.