

طراحی کنترل کننده مرتبه بالا مقاوم تطبیقی

برای سیستم آشوب نامعین

جهانشاهی، هادی^{*}، رودباری، علیرضا^۱، نجفی زاده ساری، نعیمه^۱

۱- دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران

۲- دانشگاه علوم و فنون نوین هوایی شهید ستاری

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۰۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۸/۰۷)

چکیده

در این مقاله، یک کنترل کننده مرتبه بالا مقاوم تطبیقی برای سیستم آشوب نامعین طراحی شده است. افزودن ترم‌های انتگرالی مرتبه دوم و مشتقی مرتبه دوم به کنترل کننده PID، به ترتیب سبب حذف خطاهای حالت ماندگار و افزایش سرعت همگرایی سیستم می‌شود. به منظور تطبیقی نمودن کنترل کننده طراحی شده، از مفاهیم مود لغزشی استفاده شده و یک کنترل کننده ناظر نیز به منظور جلوگیری از واگرایی حالات سیستم به همراه کنترل کننده مرتبه بالا، به سیستم اعمال می‌شود. کنترل کننده نهایی اعمالی بر این سیستم، حاصل جمع تلاش کنترلی این دو کنترل کننده است. قابل ذکر است که در توصیف سیستم آشوب، برای بررسی مقاوم بودن سیستم در برابر نامعینی‌ها، نامعینی دستگاه به کار گرفته شده برای توصیف سیستم و همچنین اغتشاشات خارجی نیز لحاظ شده‌اند. نتایج نشان از عملکرد موثر و مطلوب این کنترل کننده بر روی سیستم مذکور دارد.

واژه‌های کلیدی: کنترل کننده مرتبه بالا، سیستم آشوب، مود لغزشی، کنترل کننده ناظر

Adaptive Robust Higher-order Controller Design for Uncertain Chaotic Systems

H. Jahanshahi, A. Roudbari, N. Najafizadeh Sari

Abstract

An adaptive higher order controller for uncertain chaotic systems is designed in this paper. Employing second order integration and second order derivative terms to PID controller lead to deflect the steady state error and increase of convergence speed of the systems. Concept of sliding mode used to adaptation of designed controller. Also an adequate supervisory controller employed to avoid divergence of states of the systems. The ultimate controller is sum of these controllers. In addition, in order to description of chaotic systems, plant uncertainty employed to demonstrate robustly of system. Also, external disturbances are considered. The results illustrate the effectiveness of the proposed robust adaptive higher order controller.

Keywords: higher order controller, chaotic system, sliding mode, supervisory controller.

در بسیاری از سیستم‌های فیزیکی به طور گسترده‌ای بی‌نظمی وجود دارد. سیستم‌های بی‌نظم (آشفته)، سیستم‌هایی غیرخطی با دینامیک‌های نسبتاً پیچیده‌ای هستند که در پاسخ‌های خروجی آنها ویژگی‌های کلاسیکی مانند حساسیت بیش از حد به شرایط اولیه، وابستگی به طیف وسیعی از تبدیلات فوریه و خصوصیات فراکتال حرکت^۱ در صفحه فاز دیده می‌شود. گستره مطالعاتی سیستم آشوب فراگیر بوده و از علوم جانورشناسی و گیاه‌شناسی تا هوانوردی را پوشش می‌دهد. موسسات تحقیقاتی هوانوردی در حال مطالعات وسیع و همه‌جانبه برای مطالعه تاثیرات سیگنال‌هایی که از معادلات سیستم آشوب تبعیت می‌کنند، بر روی سیستم‌های مخابراتی در کاربردهای نظامی هستند. تمرکز اصلی این مطالعات، بر روی امنیت سیگنال‌های مخابراتی قرار داده شده است. جریان سیال درون یک موتور جت، لایه‌های مرزی توربولانسی شکل می‌دهد که معادلات دینامیکی آن‌ها، معادلات حاکم بر سیستم آشوب می‌باشد. این جریان توربولانسی درگ^۲ را افزایش داده و دمای تجهیزات موتور را بالا می‌برد. بنابراین مهندسان هوافضا با بهره‌گیری مدل دینامیکی سیستم آشوب، سعی در کاهش و از بین بردن این اثرات دارند. همچنین ترکیب آب و هوا در موتورهای جت نیز از معادلات سیستم آشوب پیروی می‌کند. لذا برای طراحی موتور جت، باید این معادلات نیز لحاظ شوند. به دلیل استفاد زیاد در کاربردهای واقعی مهندسی، طراحی یک قانون مشخص کنترلی برای مقابله با سیستم‌های بی‌نظم و پیچیده امری معنی‌دار و کارآمد می‌باشد. به منظور رسیدن به این هدف، تکنیک‌های مختلفی برای دستیابی به کنترل بی‌نظمی توسعه یافته است. به‌عنوان مثال می‌توان به کنترل مود لغزشی [۱]، کنترل بهینه [۲]، کنترل هوشمند بر پایه به‌کارگیری شبکه‌های عصبی [۳]، کنترل PID^۳ با مراتب غیرصحیح [۴]، کنترل تطبیقی [۵] و موارد دیگر اشاره نمود [۶].

کنترل مود لغزشی کلاس برتر روش کنترل ساختار متغیر می‌باشد که در دو دهه گذشته یکی از فعال‌ترین حوزه‌های تئوری کنترل بوده است. ایده‌های اساسی کنترل مود لغزشی اولین بار در کارهای انجام شده در روسیه و پس از آن در کارهای انجام شده در غرب با انتشار مقالات ایتکیس و اوتکین در انگلستان شروع شد. کنترل مود لغزشی از قانون کنترلی سوئیچینگ سرعت بالا^۴ برای استخراج مسیر حالت غیرخطی

روی یک فضای اختصاصی در فضای حالت و حفظ آن روی این سطح برای تمامی زمان‌های متعاقب بهره می‌برد. با توجه به سادگی و مقاوم بودن در برابر اغتشاشات، کنترل مود لغزشی به‌طور گسترده‌ای توسعه یافته و بر روی سیستم‌های متعدد مهندسی همچون هواپیماها پیاده‌سازی شده است [۷-۱۸]. اخیراً تلاش‌های ارزشمندی برای افزایش توانایی‌های کنترل مود لغزشی با روش‌هایی نظیر هموار نمودن سیگنال کنترلی با معرفی راهبرد پایش فازی [۱۹]، اطمینان از دینامیک‌های تعقیب مطلوب با استفاده از سطح لغزشی به‌عنوان تابع حالات و خطا [۲۰]، حل مسئله پراکندگی به‌کمک قانونی جدید، طرح تطبیقی ساده جدید و یک سطح لغزشی انتگرالی به‌همراه تناسبی با تنظیم ضریب به‌صورت تطبیقی [۲۱-۲۳]، معرفی یک سطح لغزشی غیرخطی بر پایه خروجی و تغییر از مقدار قانون اولیه آن تا مقدار نهایی آن برای دستیابی به فراجش و زمان نشست کم‌تر، سطح لغزشی غیرخطی متشکل از ماتریس ضرایب همراه با نسبت میرایی متغیر و انتگرال‌گیر اشباع‌شده، انجام گرفته است [۲۴-۲۶]. استفاده از کنترل PID سابقه‌ای طولانی در مهندسی کنترل دارد و به‌دلیل سادگی در ساختار، در بسیاری از کاربردهای واقعی مورد پذیرش است. از این رو، در بسیاری از کاربردهای صنعتی با وجود ارائه بسیاری از تکنیک‌های جدید، هنوز هم کنترل‌کننده PID در سطح وسیعی استفاده می‌شود. با این‌حال در علم امروزی، کنترل سیستم‌های بی‌نظم با استفاده از کنترل PID کمتر مورد بحث قرار گرفته است.

برای طراحی یک کنترل‌کننده PID، تعیین سه پارامتر کنترلی بهره تناسبی K_p ، بهره انتگرالی K_i و بهره مشتق K_d امری کلیدی است. در گذشته برای دسته‌ای از سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی^۵ [۲۷] و سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی^۶ [۲۸] اغلب از روش‌های خود تنظیم^۷ PID بر پایه تکنیک پس‌خورد بازپخش^۸ استفاده شده است. به‌طور کلی دستگاه‌های کنترل‌شده مورد نظر در سیستم‌های کنترلی PID عنوان‌شده، عمدتاً متعلق به سیستم‌های خطی با تاخیر زمانی مضاعف هستند.

کنترل‌کننده PID مرتبه کسری^۹ برای اولین بار توسط پادلوبنی^{۱۰} در سال ۱۹۹۹ پیشنهاد شد [۲۹]. FOPID یک صورت کلی از PID است که مرتبه مشتقی و انتگرالی می‌تواند عددی غیرصحیح باشد [۳۰]. این کنترل‌کننده در سال‌های

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(X, t) + \Delta f(X, t) + \delta(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن $X = [x_1, x_2]^T$ بردار حالت قابل اندازه‌گیری سیستم، $f(X, t)$ دستگاه اسمی غیرخطی ناشناخته، $\Delta f(X, t)$ نامعینی دستگاه به کار رفته در این سیستم و $\delta(t)$ نشان‌دهنده اغتشاش خارجی می‌باشد. فرض بر این است که کران‌های بالای $f''(X, t)$ مثبت و $\Delta f''(X, t)$ به ترتیب شروط می‌کنند و ثابت مثبت α در شرط $|\delta(t)| \leq \alpha$ صدق می‌کند. سیگنال خطای بین خروجی مطلوب و خروجی واقعی را $e = y_d - y = (y_d - x_1)$ می‌باشد. خروجی مطلوب سیستم را به صورت $Y_d = [y_d, \dot{y}_d]^T$ تعریف کرده و فرض می‌کنیم عبارات y_d و \dot{y}_d به گونه‌ای مقید شده‌اند که شرط $\|Y_d\|_\infty = \sup_{t \geq 0} \|Y_d(t)\| < \infty$ را ارضاء کنند. بنابراین بردار خطای سیستم به صورت $E = Y_d - X = [e, \dot{e}]^T$ تعریف می‌شود. بردار بهره $K = [k_0, k_1]^T$ را به نحوی انتخاب می‌کنیم که ریشه‌های معادله $s^2 + k_1 s + k_0 = 0$ در سمت چپ صفحه مختلط قرار گیرند. بنابراین، کنترل کننده خطی‌ساز پس‌خورد به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود؛

$$u^* = -f(X, t) - \Delta f(X, t) - \delta(t) + \ddot{y}_d + K^T E \quad (4)$$

با جایگذاری رابطه (۴) در رابطه (۳) داریم؛

$$\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_0 e = 0 \quad (5)$$

از معادله (۵) می‌توان نتیجه گرفت زمانی که t به بی‌نهایت میل کند، $e(t)$ به صفر میل می‌کند و این بدان معنی است که y به صورت مجانبی به y_d میل می‌کند. فرض می‌کنیم مجموعه قیدی Ω_x برای بردار حالت X با استفاده از رابطه (۶) تعریف شود؛

$$\Omega_x = \{X \in R^2 : \|X\| \leq M_x\} \quad (6)$$

که در آن M_x پارامتری از پیش تعیین شده می‌باشد. حالت مطلوب این است که در طول فرآیند کنترلی، مسیر حالت سیستم X هرگز به مرزهای Ω_x نرسد. به منظور ساده‌سازی آنالیز، می‌توان فرض کرد $M_x \geq \|Y_d\|_\infty$ باشد.

اخیر به کنترل کننده‌ای پر کاربرد تبدیل شده است. از جمله این کاربردها می‌توان به اعمال این کنترل کننده بر روی سیستم تنظیم کننده خودکار ولتاژ^{۱۱} اشاره کرد [۳۱-۳۳]. FOPID می‌تواند با در نظر گرفتن نامعینی‌های سیستمی، به‌طور موثرتری سیستم مورد نظر را کنترل کند [۳۴].

در این مقاله به طراحی یک کنترل کننده PII^2DD^2 مقاوم و خودتنظیم بر اساس مود لغزشی برای سیستم آشوب با در نظر گرفتن انواع نامعینی‌های سیستمی از جمله نامعینی‌های دستگاه به کار گرفته شده و اغتشاشات خارجی وارد بر سیستم پرداخته می‌شود.

کنترل کننده PII^2DD^2

یک کنترل کننده PII^2DD^2 با ورودی $e(t)$ و خروجی $u_{PII^2DD^2}(t)$ در حالت کلی با رابطه (۱) تعریف می‌شود؛

$$\begin{aligned} u_{PII^2DD^2}(t) &= K_p [e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau \\ &+ \frac{1}{T_I^2} \int \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{d}{dt} e(t) + T_{D^2} \frac{d^2}{dt^2} e(t)] \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن K_p بهره تناسبی، T_I ثابت زمانی بهره انتگرالی، T_{I^2} ثابت زمانی بهره انتگرالی مرتبه دوم، T_D ثابت زمانی مشتق و T_{D^2} ثابت زمانی مشتق مرتبه دوم می‌باشند. معادله (۱) را می‌توان به شکل رابطه (۲) نیز بازنویسی کرد؛

$$\begin{aligned} u_{PII^2DD^2}(t) &= K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau \\ &+ K_{I^2} \int \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t) + K_{D^2} \frac{d^2}{dt^2} e(t) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $K_I = K_p / T_I$ بهره انتگرالی، $K_{I^2} = K_p / T_{I^2}$ بهره انتگرالی مرتبه دوم، $K_D = K_p T_D$ بهره مشتق و $K_{D^2} = K_p T_{D^2}$ بهره مشتق مرتبه دوم می‌باشند.

سیستم‌های آشفته نامعین

برای سهولت کار، یک سیستم آشفته نامعین مرتبه دو را در نظر می‌گیریم که برای سیستم‌های مرتبه بالاتر نیز قابل تعمیم می‌باشد [۳۵]. این سیستم آشفته مرتبه دوم با ورودی $u(t) \in \mathfrak{R}$ و خروجی $y(t) \in \mathfrak{R}$ با رابطه (۳) تعریف می‌شود؛

که در آن P ماتریسی مثبت معین^{۱۴} بوده و در معادله لیاپانوف صدق می‌کند؛

$$\Lambda^T P + P \Lambda = -Q \quad (13)$$

و Q می‌بایست ماتریسی قطری و مثبت معین باشد و توسط طراح انتخاب شود. همچنین V_M را با رابطه (۱۴) تعریف می‌کنیم؛

$$V_M = \frac{1}{2} \lambda_{\min}(P) (M_x - \|Y_d\|_{\infty}) \quad (14)$$

که در معادله (۱۴)، $\lambda_{\min}(P)$ بیانگر کوچک‌ترین مقدار ویژه ماتریس P می‌باشد. لازم به ذکر است که اگر $\|X\| \geq M_x$ باشد، بنابراین با استفاده از معادله (۱۲) خواهیم داشت؛

$$\begin{aligned} V_e &\geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(P) \|E\|^2 \\ &\geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(P) (\|X\| - \|Y_d\|)^2 \\ &\geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(P) (M_x - \|Y_d\|)^2 = V_M \end{aligned} \quad (15)$$

مطابق با معادله (۱۵)، اگر $V_e \geq V_M$ باشد، عبارت V_e همچنین مشتق زمانی $\|X\| < M_x$ نیز برقرار خواهد بود. همچنین مشتق زمانی V_e در طول مسیرهای سیستم حلقه بسته، معادله (۱۶) را ارضاء خواهد کرد؛

$$V_e = \frac{1}{2} E^T (\Lambda^T P + P \Lambda) \quad (16)$$

با استفاده از معادله (۴) و با فرضیات $|f(X, t)| \leq f''(X, t)$ و $|\delta(t)| \leq \alpha$ و $|\Delta f(X, t)| \leq \Delta f''(X, t)$ داریم؛

$$u^* \leq f'' + \Delta f'' + \alpha + |\ddot{y}_d| + |K^T E| \quad (17)$$

حال تابعی شاخص^{۱۵} با نماد I^* می‌گیریم. اگر $V_e \geq V_M$ باشد آنگاه $I^* = 1$ و اگر $V_e < V_M$ باشد آنگاه $I^* = 0$ تعیین می‌شود. بنابراین اگر کنترل‌کننده نظارتی به صورت رابطه (۱۸) انتخاب شود، معادلات (۱۷) و (۱۸) منفی بودن \dot{V}_e و به تبع آن پایداری سیستم را تضمین می‌کنند.

طراحی کنترل‌کننده نظارتی و قوانین تطبیقی برای یک کنترل‌کننده PII^2DD^2

ورودی کنترل‌کننده موجود در معادله (۳) را به صورت رابطه (۷) در نظر می‌گیریم؛

$$u(t) = u_{PII^2DD^2}(t) + u_s(t) \quad (7)$$

که در آن $u_{PII^2DD^2}(t)$ ، کنترل‌کننده PII^2DD^2 نشان داده شده در معادله (۲) می‌باشد. همچنین $u_s(t)$ یک کنترل‌کننده نظارتی است و تنها زمانی که حالت‌های سیستم از مرزهای تعیین شده خارج شوند، عمل خواهد کرد. این کنترل‌کننده تضمین‌کننده پایداری سیستم است. به منظور به‌روز رسانی بهره‌های کنترل‌کننده PII^2DD^2 ، قانون کنترلی مناسبی مبتنی بر استفاده از روش گرادبان برای مینیمم کردن شرایط لغزشی طراحی شده، بر مبنای مفهوم کنترل مود لغزشی ارائه می‌شود.

طراحی کنترل‌کننده نظارتی

به منظور طراحی کنترل‌کننده نظارتی u_s ، با جایگزین کردن معادله (۷) در معادله (۳) و نیز با در نظر گرفتن معادله (۴) داریم؛

$$\dot{x}_2(t) = \dot{y}_d + K^T E - [u^* - u_{PII^2DD^2} - u_s] \quad (8)$$

معادله (۸) بیانگر این است که:

$$\ddot{e} = -K^T E + [u^* - u_{PII^2DD^2} - u_s] \quad (9)$$

اگر ماتریس‌های Λ و B را با رابطه (۱۰) تعریف کنیم؛

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_0 & -k_1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

با استفاده از روابط (۹) و (۱۰)، رابطه (۱۱) به دست می‌آید:

$$\dot{E} = \Lambda E + B[u^* - u_{PII^2DD^2} - u_s] \quad (11)$$

حال برای تابع لیاپانوفی^{۱۳} رابطه (۱۲) در نظر می‌گیریم؛

$$V_e = \frac{1}{2} E^T P E \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{x}_2 - \dot{x}_r \\ &= f(X, t) + \Delta f(X, t) + \delta(t) + u(t) - \dot{x}_r \end{aligned} \quad (24)$$

که با جایگذاری معادله (۷) در معادله (۲۰) و ضرب دو طرف معادله در S ، معادله (۲۵) حاصل می‌شود؛

$$\dot{S}S = S \left[f(X, t) + \Delta f(X, t) + \delta(t) + u_{PID} + u_s - \dot{x}_r \right] \quad (25)$$

با استفاده روش گرادیان و قاعده زنجیره‌ای و نیز معادلات (۲) و (۲۵)، قوانین انطباق برای بهره‌های کنترلی K_P ، K_I ، K_D و K_{D^2} از روابط (۲۶) تا (۳۰) محاسبه می‌شوند؛

$$\dot{K}_P = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial K_P} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial u_{PII^2DD^2}} \frac{\partial u_{PII^2DD^2}}{\partial K_P} \quad (26)$$

$$= -\gamma_c S e$$

$$\dot{K}_I = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial K_I} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial u_{PII^2DD^2}} \frac{\partial u_{PII^2DD^2}}{\partial K_I} \quad (27)$$

$$= -\gamma_c S \int_0^t e(\tau) d(\tau)$$

$$\dot{K}_{I^2} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial K_{I^2}} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial u_{PII^2DD^2}} \frac{\partial u_{PII^2DD^2}}{\partial K_{I^2}} \quad (28)$$

$$= -\gamma_c S \int \int_0^t e(\tau) d(\tau)$$

$$\dot{K}_D = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial K_D} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial u_{PII^2DD^2}} \frac{\partial u_{PII^2DD^2}}{\partial K_D} \quad (29)$$

$$= -\gamma_c S \frac{de}{dt}$$

$$\dot{K}_{D^2} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial K_{D^2}} = -\gamma_c \frac{\partial \dot{S}S}{\partial u_{PII^2DD^2}} \frac{\partial u_{PII^2DD^2}}{\partial K_{D^2}} \quad (30)$$

$$= -\gamma_c S \frac{d^2e}{dt^2}$$

که در آن $\gamma_c > 0$ نرخ یادگیری^{۱۷} نامیده می‌شود. در صورتی که نرخ یادگیری γ_c و مقادیر اولیه بهره‌های کنترل کننده PII^2DD^2 به درستی انتخاب نشوند، کنترل کننده PII^2DD^2 ، حالت سیستم را به خوبی دنبال نخواهد کرد. خوشبختانه، کنترل کننده نظارتی رابطه (۱۸) با ایجاد یک ورودی اضافی و ایجاد فیدبکی از حالت، مجموعه قیود Ω_x را تعیین می‌کند. همچنین این کنترل کننده پایداری سیستم را تضمین می‌کند.

$$u_s = I^* \operatorname{sgn}(E^T PB) \begin{bmatrix} f^u(X, t) + \\ \Delta f^u(X, t) \\ + \alpha + |\ddot{y}_d| \\ + |K^T E| + |u_{PID}| \end{bmatrix} \quad (18)$$

قوانین تطبیقی برای کنترل کننده PII^2DD^2

به منظور ایجاد قوانین تطبیقی مناسب برای به روز رسانی بهره‌های کنترلی، سیگنال طراحی x_r را به شکل رابطه (۱۹) تعریف می‌کنیم؛

$$\dot{x}_r = \ddot{y}_d + k_1 \dot{e} + k_0 e \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)، k_1 و k_0 پیش‌تر تعیین شده‌اند. همچنین سطح لغزشی^{۱۶} به شکل رابطه (۲۰) تعریف می‌شود؛

$$S = x_2 - x_r \quad (20)$$

اگر مود لغزشی اتفاق بیفتد، یعنی اگر $S = 0$ شود، آنگاه $x_2 = x_r$ می‌شود که با جایگذاری آن در معادله (۲۰) داریم؛

$$\dot{x}_2 = \ddot{y}_d + k_1 \dot{e} + k_0 e \quad (21)$$

با بررسی معادله (۲۱) می‌توان نتیجه گرفت که اگر t به بی‌نهایت میل کند، $e(t)$ به سمت صفر می‌رود. از دیدگاه کنترل مود لغزشی، شرایطی که وجود مود لغزشی را تضمین می‌کند برگرفته از تئوری پایداری لیاپانوف می‌باشد. به طور کلی تابع لیاپانوف برای کنترل مود لغزشی مطابق با معادله (۲۲) تعریف می‌شود.

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (22)$$

بدین ترتیب شرط مود لغزشی عبارتست از؛

$$\dot{V} = \dot{S}S < 0 \quad (23)$$

رابطه (۲۳) تضمین می‌کند زمانی که t به بی‌نهایت میل کند آنگاه $S(t)$ به سمت صفر میل می‌کند. برای استخراج یک مکانیزم تطابقی مناسب به منظور تنظیم بهره‌های کنترلی PII^2DD^2 ، از روش جستجوی گرادیان در مینیمم نمودن شرایط لغزشی $\dot{S}S$ استفاده می‌شود. با استفاده از معادلات (۳) و (۲۰)، رابطه (۲۴) به دست می‌آید؛

حال اگر نامعینی $\Delta f(X, t)$ ، اغتشاش خارجی $\delta(t)$ و ورودی کنترلی $u(t)$ را در سیستم (۳۱) وارد کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - 0.25x_2(t) - x_1^3(t) \\ &+ 0.3 \cos(t) + \Delta f(X, t) + \delta(t) + u(t), \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (32)$$

مطابق معادله (۳۲) کران‌های بالایی همانند معادلات (۳۳)، (۳۴) و (۳۵) تعیین می‌شوند؛

$$|f(X, t)| = \begin{vmatrix} x_1(t) - 0.25x_2(t) \\ -x_1^3(t) + 0.3 \cos t \end{vmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &\leq |x_1(t)| + 0.25|x_2(t)| + |x_1^3(t)| \equiv f''(X, t) \\ |\Delta f(X, t)| &= |0.1 \sin(t) \sqrt{x_1^2 + x_2^2}| \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} &\leq 0.1 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \equiv \Delta f''(X, t) \\ |\delta(X, t)| &= |0.1 \sin(t)| \leq 0.1 \equiv \alpha \end{aligned} \quad (35)$$

حال کنترل کننده مقاوم تطبیقی PII^2DD^2 را برای کنترل سیستم آشفته نامعین (۳۲) با نامعینی (۳۳) و اغتشاش خارجی (۳۴) اعمال می‌کنیم. سعی شده است تا با بهبود ضرایب خروجی سیستم آشفته نامعین $y(t)$ ، خروجی مطلوب $y_d(t) = \sin(1.1t)$ را دنبال کند. همچنین با انتخاب $s^2 + k_1s + k_0 = 0$ ریشه‌های معادله $k_1 = 1$ و $k_0 = 0.1$ سمت چپ صفحه مختلط قرار می‌گیرند. نرخ یادگیری را نیز $\gamma = 5$ قرار می‌دهیم. بنابراین با استفاده از معادله (۱۰)، همانند معادله (۳۶) خواهیم داشت:

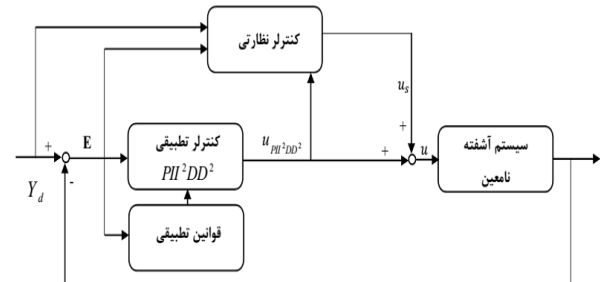
$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1 & -1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

با استفاده از معادله (۱۳) و $Q = I$ ماتریس P ، مطابق معادله (۳۷) به دست می‌آید.

$$P = \begin{bmatrix} 11.1 & 10 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} \quad (37)$$

همچنین به منظور به روز رسانی کنترل کننده PII^2DD^2 با مقادیر بهره اولیه

شکل ۱، دیاگرام بلوکی کنترل کننده مقاوم تطبیقی PII^2DD^2 همراه با یک کنترل نظارتی برای یک سیستم آشفته نامعین را نشان می‌دهد.



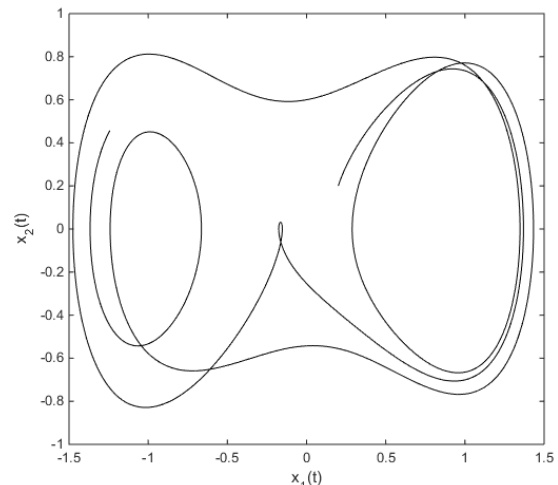
شکل ۱ - کنترل تطبیقی PII^2DD^2 برای سیستم آشفته نامعین

یافته‌ها

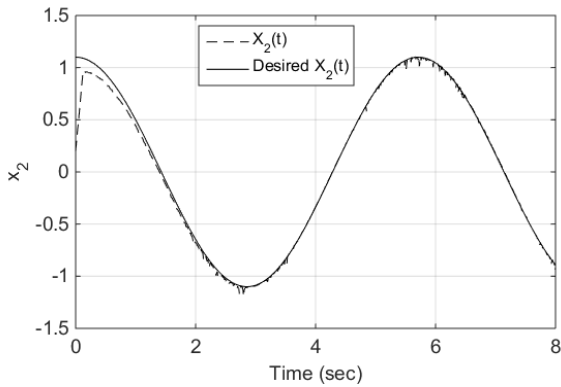
به منظور بیان نتایج و تبیین آنچه گفته شد، یک سیستم آشفته دافینگ-هولمز^{۱۸} کلاسیک با معادلات دینامیکی مطابق با معادله (۳۱) را در نظر بگیرید؛

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2(t), \\ \dot{x}_2 &= x_1(t) - 0.25x_2(t) - x_1^3(t) + 0.3 \cos(t), \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (31)$$

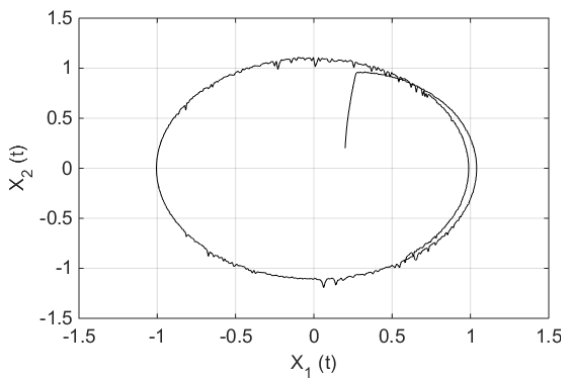
زمان نمونه برداری $0.1/0$ ثانیه و حالت اولیه سیستم $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 0.2$ می‌باشد. برای نمایش رفتار دینامیکی سیستم (۳۱)، نمودار $x_2(t)$ نسبت به $x_1(t)$ در شکل ۲ از $t = 0$ تا $t = 30$ نشان داده شده است.



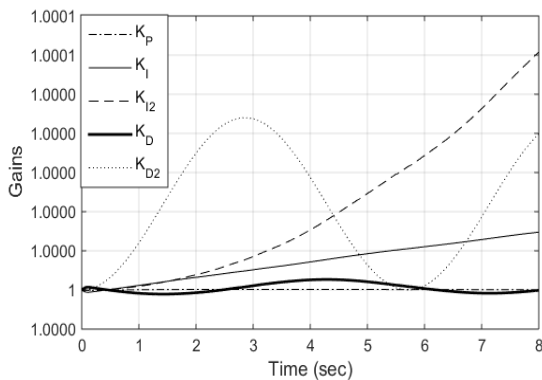
شکل ۱ - نمایش $x_2(t)$ و $x_1(t)$ برای سیستم آشفته نامعین دافینگ-هولمز با $x_2(t)=0.2$ و $x_1(t)=0.2$



شکل ۵ - پاسخ خروجی $x_2(t)$



شکل ۶ - نمودار $x_1(t)$ نسبت به $x_2(t)$ برای یک سیستم آشفته نامعین دافینگ-هولمز کنترل شده با $x_1(0)=0.2$ و $x_2(0)=0.2$

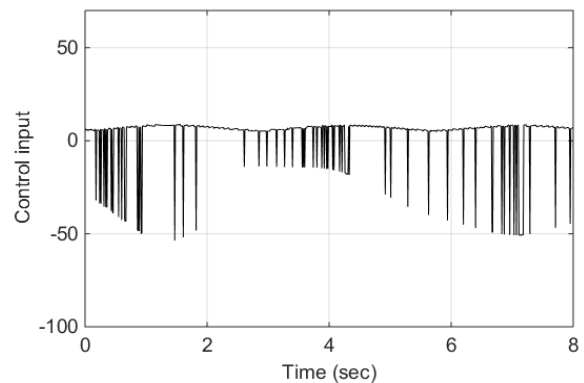


شکل ۷ - تغییرات ضرایب کنترل کننده بر حسب زمان

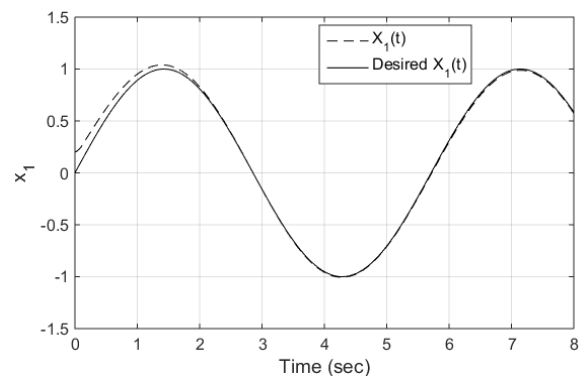
به منظور بررسی حساسیت پاسخ سیستم به شرایط اولیه، نتایج حاصل از ۸ حالت مختلف از شرایط اولیه در شکل‌های (۹) - (۳۲) ارائه شده‌اند. همانگونه که مشاهده می‌شود، کنترلر طراحی شده قادر به کنترل کامل سیستم در شرایط مختلف از حالات اولیه متفاوت است. با تغییر شرایط $x_1(0)$ از منفی به مثبت، x_2 نوسانات بیشتری را به خود می‌بیند. علاوه بر این،

$$\begin{bmatrix} K_p(0), K_I(0), K_{I^2}(0) \\ , K_D(0), K_{D^2}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, 1, 1 \\ , 1, 1 \end{bmatrix}$$

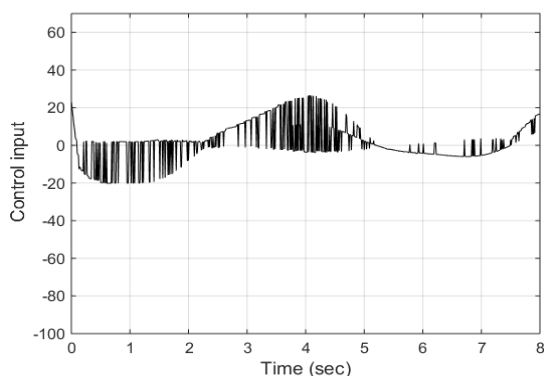
از قوانین تطبیقی ارائه شده در معادلات (۲۶) تا (۳۰) استفاده می‌شود. مقدار M_x را به قدری بزرگ انتخاب می‌کنیم که حالت سیستم X هرگز به مرزهای Ω_x نرسد. نتایج حاصل در شکل‌های (۳) تا (۸) نشان داده شده‌اند. شکل ۳ مسیر کنترل کننده u را نسبت به زمان نشان می‌دهد. شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب پاسخ خروجی x_1 و x_2 را برای یک سیستم دافینگ-هولمز کنترل شده نشان می‌دهند. همانطور که در شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، حالت چنین سیستم نامعینی در مدت زمان کوتاهی به حالت مطلوب خواهد رسید. همچنین شکل ۶، نمودار x_1 نسبت به x_2 را تحت اعمال کنترل کننده PII^2DD^2 تطبیقی و مقاوم نشان می‌دهد. علاوه بر این، نمودار تغییرات ضرایب کنترلی نسبت به زمان در شکل ۷ نشان داده شده است. اما شکل ۸ خطای ردیابی سیستم را نشان می‌دهد. تفاوت دو نمودار ترسیم شده در شکل‌های ۴ و ۵ که در شکل ۸ نشان داده شده است، حاصل از تفاوت مقادیر متغیرهای حالت نسبت به مقادیر مطلوب آن‌ها می‌باشد.



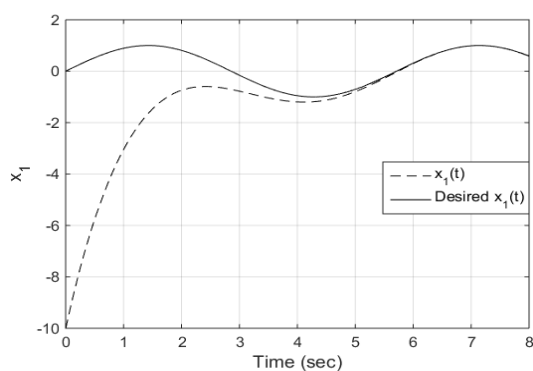
شکل ۸ - مسیر کنترل کننده $u(t)$



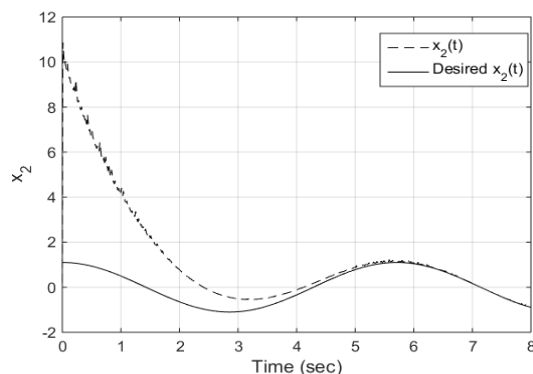
شکل ۹ - پاسخ خروجی $x_1(t)$



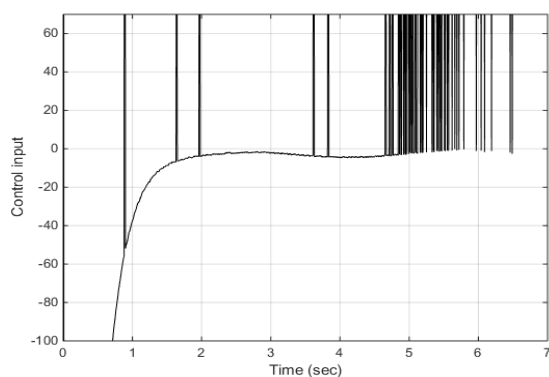
شکل ۱۱ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ برای $x_1(0) = -1$ و $x_2(0) = 0.2$



شکل ۱۲ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ برای $x_1(0) = -10$ و $x_2(0) = 0.2$

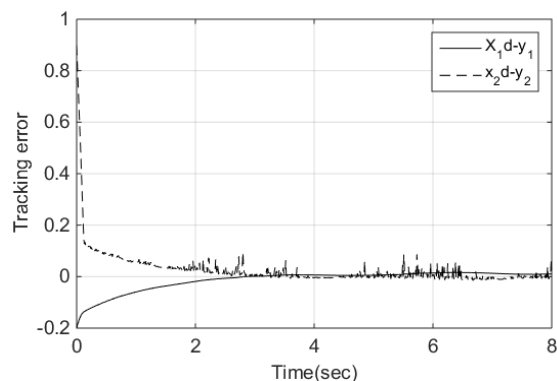


شکل ۱۳ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ برای $x_1(0) = -10$ و $x_2(0) = 0.2$

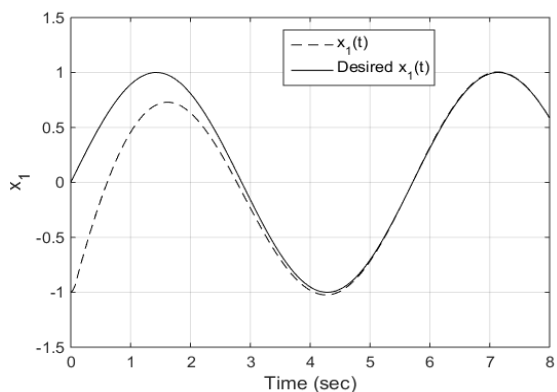


شکل ۱۴ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ برای $x_1(0) = -10$ و $x_2(0) = 0.2$

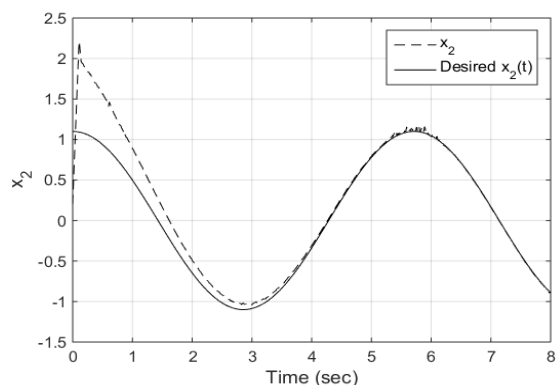
به نیروی کنترلی بیشتری نیز نیاز می‌باشد اما زمان کم‌تری برای کنترل نهایی سیستم در دسترس قرار می‌گیرد. با منفی‌تر شدن $x_1(0) = -1$ به $x_1(0) = -10$ ، زمان مورد نیاز برای کنترل کامل سیستم کمی افزایش یافته اما نیروی کنترلی مورد نیاز برای محقق کردن این مهم، شدت افزایش می‌یابد. این مورد دقیقاً برای افزایش مقدار $x_1(0)$ ، از ۱ به ۱۰ نیز به صورت مشابه اتفاق می‌افتد. تحلیل مشابهی بر روی تغییر شرایط اولیه $x_2(0)$ با ثابت نگه داشتن $x_1(0)$ می‌توان داشت.



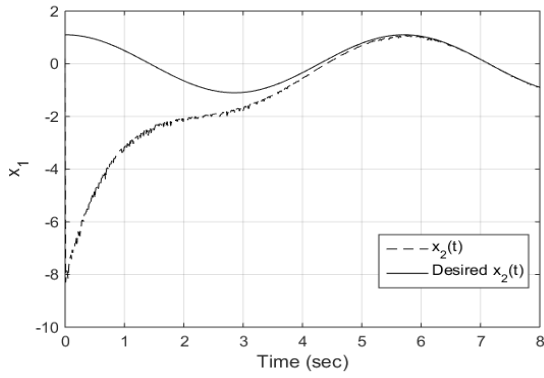
شکل ۱۵ - خطای ردیابی



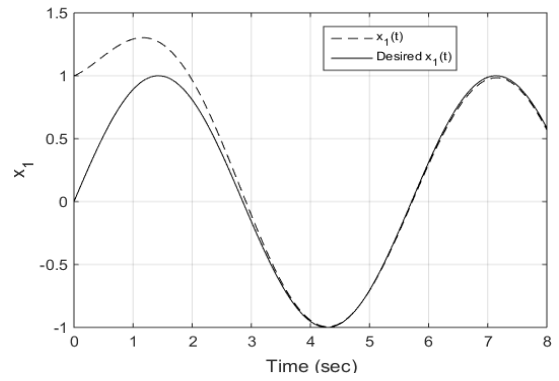
شکل ۱۶ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ برای $x_1(0) = -1$ و $x_2(0) = 0.2$



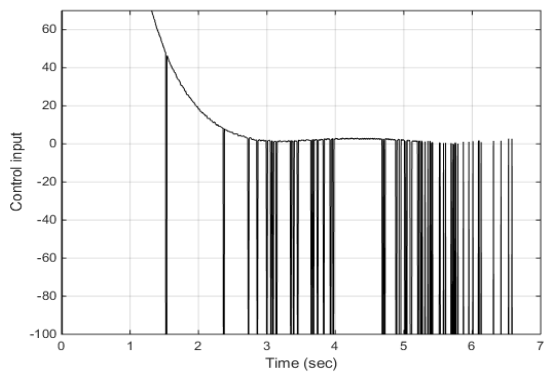
شکل ۱۷ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ برای $x_1(0) = -1$ و $x_2(0) = 0.2$



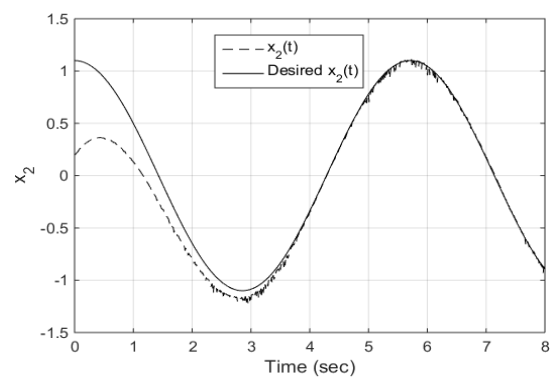
شکل ۱۹ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ بازای $x_2(0) = 0.2$ و $x_1(0) = 10$



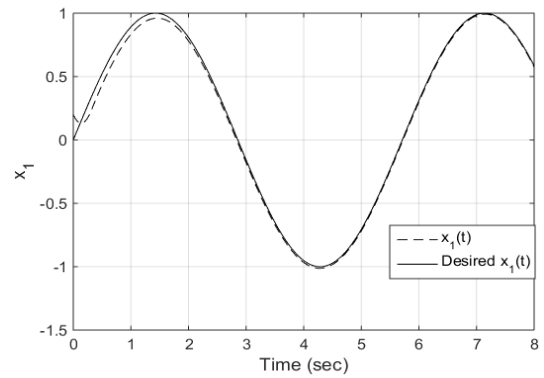
شکل ۱۵ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ بازای $x_1(0) = 1$ و $x_2(0) = 0.2$



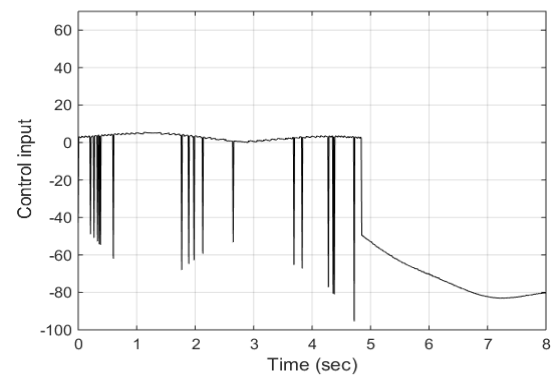
شکل ۲۰ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ بازای $x_1(0) = 10$ و $x_2(0) = 0.2$



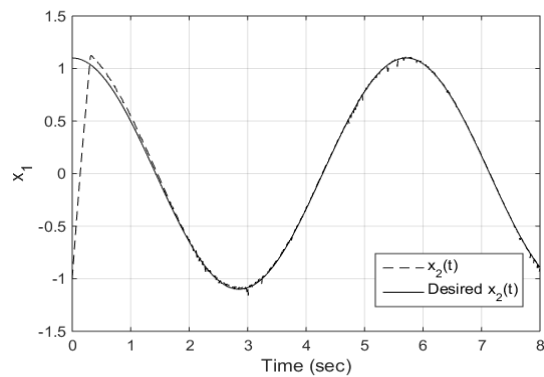
شکل ۱۶ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ بازای $x_1(0) = 1$ و $x_2(0) = 0.2$



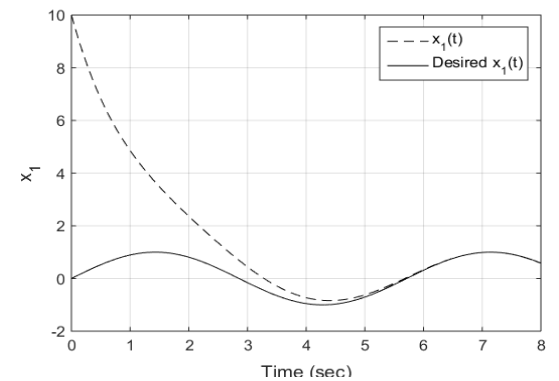
شکل ۲۱ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ بازای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = -1$



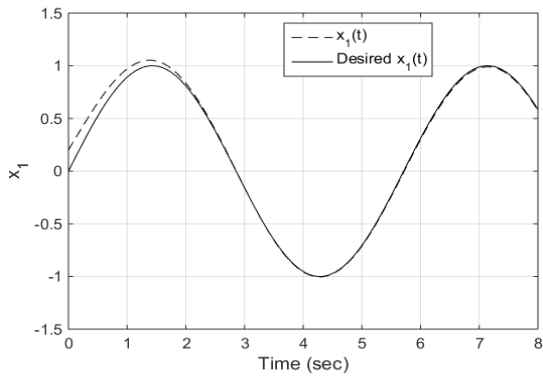
شکل ۱۷ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ بازای $x_1(0) = 1$ و $x_2(0) = 0.2$



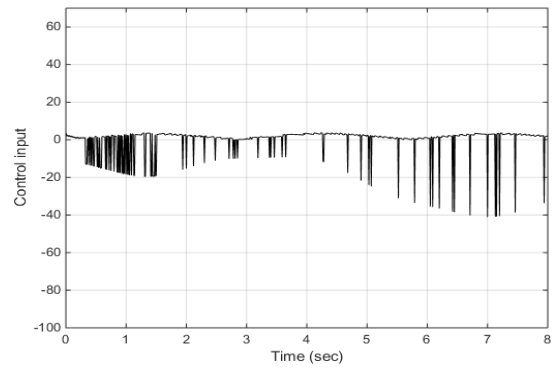
شکل ۲۲ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ بازای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = -1$



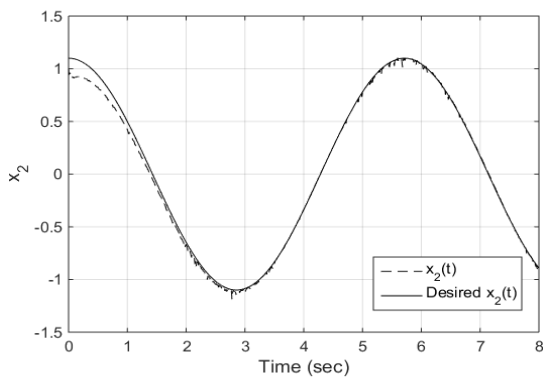
شکل ۱۸ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ بازای $x_1(0) = 10$ و $x_2(0) = 0.2$



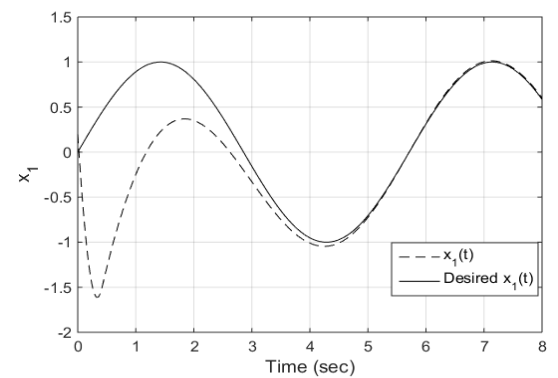
شکل ۲۷ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 1$



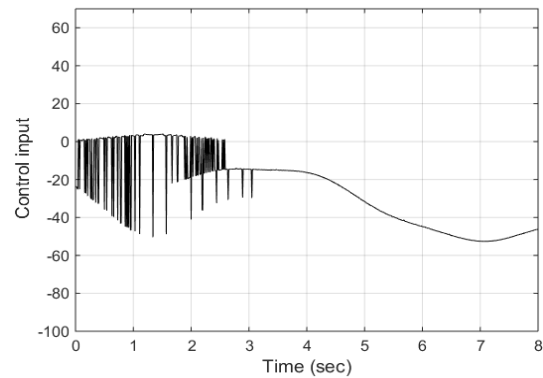
شکل ۲۳ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = -1$



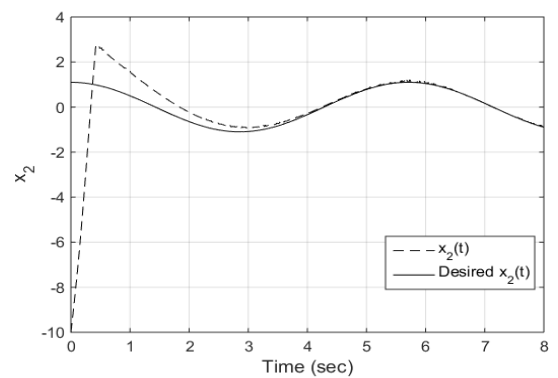
شکل ۲۸ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 1$



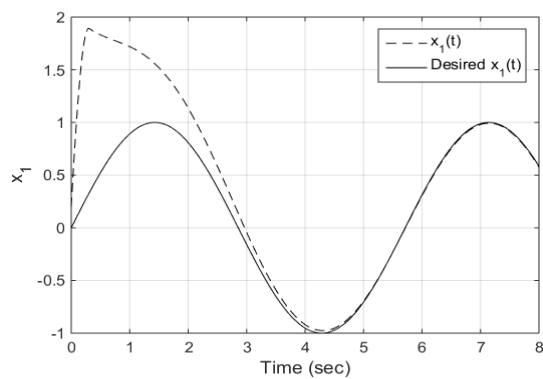
شکل ۲۴ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = -10$



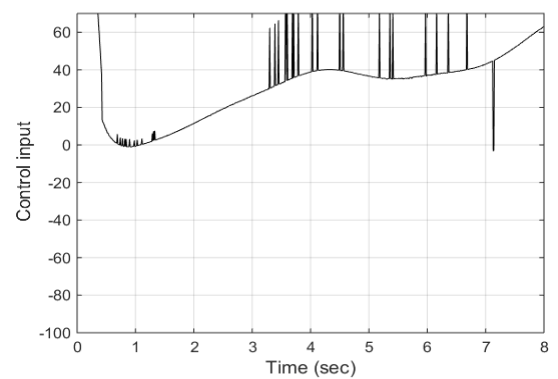
شکل ۲۹ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 1$



شکل ۲۵ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = -10$



شکل ۳۰ - پاسخ خروجی $x_1(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 10$



شکل ۲۶ - مسیر کنترل کننده $u(t)$ برای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = -10$

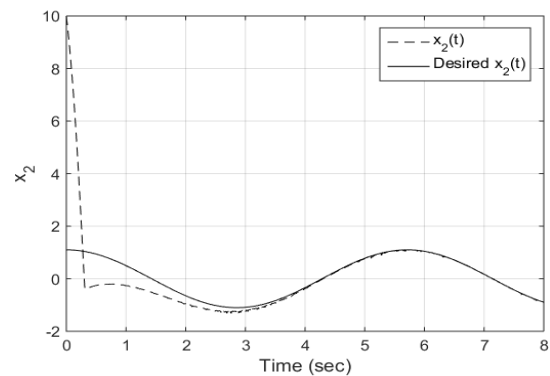
توابع هدفی از قبیل تلاش‌های کنترلی و خطای جابه‌جایی از حالت تعادل و استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مانند الگوریتم ژنتیک، کنترل‌کننده‌های طراحی شده را بهینه نمود.

پی‌نوشت‌ها

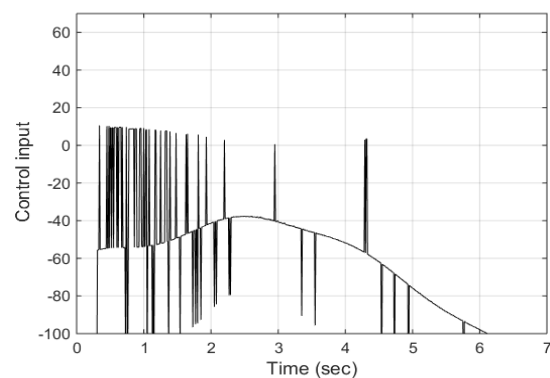
- ۱ Fractal Motion
- ۲ Drag
- ۳ Proportional-Integral-Derivative (PID)
- ۴ High speed Switching
- ۵ Single Input Single Output (SISO)
- ۶ Multi Input Multi Output (MIMO)
- ۷ Self-Tuning Methods
- ۸ Relay Feedback
- ۹ Fractional order PID (FOPID)
- ۱۰ Podlubny
- ۱۱ Automatic voltage regulator (AVR)
- ۱۲ Upper Bound
- ۱۳ Lyapunov function
- ۱۴ Positive Definite Symmetric Matrix
- ۱۵ Index Function
- ۱۶ Sliding surface
- ۱۷ Learning Rate
- ۱۸ Duffing-Homles

منابع و مراجع

- [1] Mahmoodabadi, M. J., Bagheri, A., Nariman-Zadeh, N., Jamali, A., Abedzadeh Maafi, R., "Pareto design of decoupled sliding-mode controllers for nonlinear systems based on a multiobjective genetic algorithm", Journal of Applied Mathematics, vol. 2012, 2012.
- [2] Piccardi, C., Ghezzi, L., "Optimal control of a chaotic map: fixed point stabilization and attractor confinement", International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 7, pp. 437-446, 1997.
- [3] Frison, T. W., "Controlling chaos with a neural network", in Neural Networks, 1992. IJCNN, International Joint Conference on, 1992, pp. 75-80.
- [4] Hajiloo, A., Nariman-Zadeh, N., Moeini, A., "Pareto optimal robust design of fractional-order PID controllers for systems with probabilistic uncertainties", Mechatronics, vol. 22, pp. 788-801, 2012.



شکل ۳۱ - پاسخ خروجی $x_2(t)$ بازای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 10$



شکل ۳۲ - مسیر کنترل‌کننده $u(t)$ بازای $x_1(0) = 0.2$ و $x_2(0) = 10$

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک کنترل‌کننده PII^2DD^2 تطبیقی مقاوم بر پایه مود لغزشی برای سیستم آشوب معرفی شده است. این کنترل‌کننده حاصل افزودن ترم‌های انتگرالی مرتبه دوم و مشتقی مرتبه دوم به کنترل‌کننده PID می‌باشد. برای تطبیقی نمودن کنترل‌کننده طراحی شده از مفاهیم مود لغزشی استفاده شده و نیروی کنترلی نهایی وارد بر سیستم، از مجموع نیروی کنترلی کنترل‌کننده PID به‌همراه نیروی اعمالی کنترل‌کننده ناظر طراحی شده، حاصل می‌شود. مدنظر قرار دادن تمامی نامعینی‌ها از جمله دستگاه اسمی غیرخطی ناشناخته، نامعینی دستگاه به‌کار گرفته شده برای سیستم و اغتشاش خارجی وارد بر سیستم و عملکرد مطلوب کنترل‌کننده طراحی شده برای کنترل سیستم مدنظر، نشان از مقاوم بودن کنترل‌کننده طراحی شده دارد. نتایج ارائه شده این ادعا را اثبات می‌کند.

در کارهای آینده می‌توان به طراحی کنترل‌کننده‌های PII^2D ، $PIID^2$ پرداخت. علاوه بر این می‌توان با درنظر گرفتن

- [5] Zeng, Y., Singh, S. N., "Adaptive control of chaos in Lorenz system", *Dynamics and Control*, vol. 7, pp. 143-154, 1997.
- [6] Chen, G., Dong, X., "From chaos to order—perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, pp. 1363-1409, 1993.
- [7] Krüger, T., Schnetter, P., Placzek, R., Vörsmann, P., "Fault-tolerant nonlinear adaptive flight control using sliding mode online learning", *Neural Networks*, vol. 32, pp. 267-274, 2012.
- [8] Rao, D. V., Sinha, N. K., "A sliding mode controller for aircraft simulated entry into spin", *Aerospace Science and Technology*, vol. 28, pp. 154-163, 2013.
- [9] Rao, D. V., Go, T. H., "Automatic landing system design using sliding mode control", *Aerospace Science and Technology*, vol. 32, pp. 180-187, 2014.
- [10] Rafiq, M., Rehman S.-u., Rehman, F.-u., Butt, Q. R., Awan, I., "A second order sliding mode control design of a switched reluctance motor using super twisting algorithm", *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 25, pp. 106-117, 2012.
- [11] Sun, H., Li, S., Sun, C., "Finite time integral sliding mode control of hypersonic vehicles", *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, pp. 229-244, 2013.
- [12] Ganji, B., Kouzani, A. Z., Khoo, S. Y., Shams-Zahraei, M., "Adaptive cruise control of a HEV using sliding mode control", *Expert Systems with Applications*, vol. 41, pp. 607-615, 2014.
- [13] Abdeddaim, S., Betka, A., "Optimal tracking and robust power control of the DFIG wind turbine", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 49, pp. 234-242, 2013.
- [14] Amimeur, H., Aouzellag, D., Abdessemed, R., Ghedamsi, K., "Sliding mode control of a dual-stator induction generator for wind energy conversion systems", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 42, pp. 60-70, 2012.
- [15] Kassem, A. M., Hasaneen, K. M., Yousef, A. M., "Dynamic modeling and robust power control of DFIG driven by wind turbine at infinite grid", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 44, pp. 375-382, 2013.
- [16] Amer, A. F., Sallam, E. A., Elawady, W. M., "Adaptive fuzzy sliding mode control using supervisory fuzzy control for 3 DOF planar robot manipulators", *Applied Soft Computing*, vol. 11, pp. 4943-4953, 2011.
- [17] Sun, T., Pei, H., Pan, Y., Zhou, H., Zhang, C., "Neural network-based sliding mode adaptive control for robot manipulators", *Neurocomputing*, vol. 74, pp. 2377-2384, 2011.
- [18] Zhang, M.-j., Chu, Z.-z., "Adaptive sliding mode control based on local recurrent neural networks for underwater robot", *Ocean Engineering*, vol. 45, pp. 56-62, 2012.
- [19] Song, Z. Sun, K., "Adaptive backstepping sliding mode control with fuzzy monitoring strategy for a kind of mechanical system", *ISA transactions*, vol. 53, pp. 125-133, 2014.
- [20] Khandekar, A., Malwatkar, G., Patre, B., "Discrete sliding mode control for robust tracking of higher order delay time systems with experimental application", *ISA transactions*, vol. 52, pp. 36-44, 2013.
- [21] Aghababa, M. P., Akbari, M. E., "A chattering-free robust adaptive sliding mode controller for synchronization of two different chaotic systems with unknown uncertainties and external disturbances", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 218, pp. 5757-5768, 2012.
- [22] Mondal, S., Mahanta, C., "Chattering free adaptive multivariable sliding mode controller for systems with matched and mismatched uncertainty", *ISA transactions*, vol. 52, pp. 335-341, 2013.
- [23] Wang, H., Han, Z.-z., Xie, Q.-y., Zhang, W., "Sliding mode control for chaotic systems based on LMF", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14, pp. 1410-1417, 2009.
- [24] Mondal, S., Mahanta, C., "A fast converging robust controller using adaptive second order sliding mode", *ISA transactions*, vol. 51, pp. 713-721, 2012.
- [25] Heertjes, M., Verstappen, R., "Self-tuning in integral sliding mode control with a Levenberg-Marquardt algorithm", *Mechatronics*, vol. 24, pp. 385-393, 2014.
- [26] Uchiyama, N., Sano, S., "Sliding mode contouring control design using nonlinear sliding surface for three-dimensional machining", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 65, pp. 8-14, 2013.

- [27] Leva, A., "PID autotuning algorithm based on relay feedback", in IEE Proceedings D (Control Theory and Applications), 1993, pp. 328-338.
- [28] Wang, Q.-G., Zou, B., Lee, T.-H., Bi, Q., "Auto-tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback", Automatica, vol. 33, pp. 319-330, 1997.
- [29] Podlubny, I., "Fractional-order systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers", Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 44, pp. 208-214, 1999.
- [30] Biswas, A., Das, S., Abraham, A., Dasgupta, S., "Design of fractional-order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers with an improved differential evolution", Engineering applications of artificial intelligence, vol. 22, pp. 343-350, 2009.
- [31] Aguila-Camacho, N., Duarte-Mermoud, M. A., "Fractional adaptive control for an automatic voltage regulator", ISA transactions, vol. 52, pp. 807-815, 2013.
- [32] Zamani, M., Karimi-Ghartemani, M., Sadati, N., Parniani, M., "Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization", Control Engineering Practice, vol. 17, pp. 1380-1387, 2009.
- [33] Pan, I., Das, S., "Chaotic multi-objective optimization based design of fractional order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller in AVR system", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 43, pp. 393-407, 2012.
- [34] Tang, Y., Cui, M., Hua, C., Li, L., Yang, Y., "Optimum design of fractional order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller for AVR system using chaotic ant swarm", Expert Systems with Applications, vol. 39, pp. 6887-6896, 2012.
- [35] Chang, W.D., Yan, J.J., "Adaptive robust PID controller design based on a sliding", Chaos, Solitons and Fractals, vol. 26, pp. 167-175, 2005.