

طرح‌ریزی مسیر انحنا پیوسته مبتنی بر ترکیب مسیر دیوبینس

و منحنی بزیر برای پرنده‌های بدون سرنشین

معتمدی، علی*^۱، مرتضوی، مهدی^۲، روشنی‌یان، جعفر^۲، بابایی، علیرضا^۴

۱- کارشناس ارشد هوافضا، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۴- دکترای هوافضا، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۸/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۲/۳۰)

چکیده

هدف از این مقاله توسعه یک الگوریتم سریع و کارآمد به منظور طرح‌ریزی مسیر پرواز پرنده‌های بدون سرنشین می‌باشد. الگوریتم جدید پیشنهادی یک مسیر هموار دارای انحنای پیوسته را از میان نقاط راه از پیش تعیین شده در فضای دوبعدی طرح‌ریزی می‌نماید. در این الگوریتم با جایگزینی خط دیوبینس با منحنی بزیر، یک مسیر انحنا پیوسته مبتنی بر مسیر دیوبینس و با طول نزدیک به طول بهینه ایجاد می‌گردد. ویژگی پیوستگی انحنا در این مسیر جدید، برخلاف مسیر دیوبینس از اعمال تغییر شتاب ناگهانی بر پرنده‌ی دنبال‌کننده این مسیر جلوگیری خواهد کرد. الگوریتم به دست آمده به دلیل مبتنی بودن بر حل تحلیلی از قابلیت کاربرد زمان واقعی نیز برخوردار است. از این رو، طرح‌ریزی مجدد مسیر در حین پرواز توسط این الگوریتم به منظور هدایت پرنده‌های بدون سرنشین در هر مأموریتی امکان‌پذیر خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: طرح‌ریزی مسیر هموار، منحنی بزیر، مسیر دیوبینس، منحنی انحنا پیوسته

Continuous Curvature Trajectory Planning Based on Dubins Path and Bézier Curve for UAVs

Abstract

The purpose of this article is to develop a fast algorithm applicable in trajectory planning for UAVs. The proposed new algorithm plans a smooth path with continuous curvature through the predefined waypoints in 2-D space. This algorithm forms a G^2 continuous trajectory Dubins-based path that replaces the Dubins line with Bézier curve with length close to an optimum. Continuous curvature property in this new trajectory, unlike the Dubins path, prevents the sudden change in lateral acceleration in an airplane that is tracking this trajectory. Obtained algorithm is based on analytical solutions so it could have real time applications and hence, it could be capable of re-planning the trajectory during flight for the guidance of UAVs in any kind of mission.

Keywords: Smooth Path Planning, Bézier Curve, Dubins Path, Continuous Curvature Trajectory

مقدمه

در طی دهه اخیر تحقیقات بسیار گسترده‌ای در زمینه هدایت پرنده‌های بدون سرنشین صورت گرفته است. نتایج این تحقیقات نشان می‌دهد که استفاده مؤثر از این وسایل بسیار وابسته به سطح خودمختاری^۱ آن‌ها می‌باشد. یک پرنده‌ی خودمختار قادر است بدون دخالت انسان، حتی در حضور خرابی، اغتشاشات و تغییرات سریع محیط، به انجام مأموریت خود بپردازد. مهمترین بخش در زمینه خودمختاری وسایل پرنده بدون سرنشین بخش طرح‌ریزی مسیر پرواز است. از این رو، مبحث طرح‌ریزی مسیر پرواز در زمینه هدایت این نوع وسایل بسیار مورد توجه قرار گرفته و در طی سال‌های گذشته روش‌های متعددی به این منظور طراحی شده است.

مهمترین عوامل محدودکننده در طراحی مسیر پرواز قیود دینامیکی و سینماتیکی حاکم بر پرنده می‌باشد. از این رو به‌منظور طراحی یک مسیر قابل پرواز لازم است این قیود در طول فرآیند طرح‌ریزی مسیر مورد توجه قرار گیرد. تاکنون روش‌های متعددی برای طرح‌ریزی مسیر پرواز بر اساس میزان توجه به این قیود طراحی گردیده است. در اغلب روش‌های طرح‌ریزی مسیر همانند روش‌های استفاده شده در [۱-۳] با مشخص کردن یک سری نقاط راه سعی در طراحی مسیرهایی می‌گردد، که پرنده به‌منظور دست‌یابی به مقصد نهایی باید از آنها عبور نماید. در برخی دیگر از موارد، با تعریف موانع و نواحی تهدید به‌صورت نقاط و با استفاده از روش‌هایی همانند دیاگرام ورونوی^۲ و یا میدان پتانسیل^۳ سعی در طراحی مسیرهایی می‌شود که دارای حداکثر فاصله ممکن از این نقاط باشد. به‌عنوان مثال در [۴-۵] با تعریف موانع و نواحی تهدید به‌عنوان نقاط ثابت، سعی بر طراحی مسیرهایی دور از این نقاط شده است. در بسیاری از روش‌های طرح‌ریزی مسیر همانند روش‌های اشاره شده در بالا، با اتصال نقاط راه تعیین‌شده یک مسیر اولیه همراه با شکستگی به‌دست خواهد آمد. از دیدگاه هندسی این نوع مسیر که در آن انتهای دو قطعه متوالی فقط بر یکدیگر منطبق است، به‌عنوان مسیری با پیوستگی G^0 شناخته می‌شود [۶]. این گونه مسیرها با پیوستگی G^0 برای حرکت یک ربات زمینی (با وجود نامطلوب بودن) قابل استفاده می‌باشند؛ زیرا یک ربات قادر است در هر ناحیه از مسیر در صورت لزوم سرعت خود را در نقاط شکستگی مسیر به صفر رسانده و با تعیین جهت مناسب ادامه‌ی مسیر را طی نماید. اما

برای وسایل پرنده هوایی به‌خصوص پرنده‌های بال ثابت امکان متوقف شدن در طول مسیر پرواز وجود ندارد و پرواز بر روی این مسیر اولیه عملاً امکان‌پذیر نیست. از این رو لازم است این مسیر اولیه در یک مرحله دیگر به یک مسیر هموار تبدیل گردد. به دلیل اهمیت این موضوع در فرآیند طرح‌ریزی مسیر، به‌منظور تأمین قیود سینماتیکی روش‌های متنوع هموارسازی مسیر توسعه یافته است که پس از تعیین نقاط راه، مسیر اولیه را به مسیرهای قابل پرواز تبدیل خواهند کرد. از اولین روش‌های متداول هموارسازی مسیر می‌توان روش استفاده از کمان‌هایی از دایره را نام برد که در آن شکستگی‌های مسیر با کمان‌های انحنای ثابت جایگزین می‌گردد. اندرسون در [۷] یک دسته از مسیرهای هموار قابل پرواز به نام مسیرهای هموار کاپا^۴ را پیشنهاد داده است که این مسیرها ترکیبی از خطوط مستقیم و کمان‌هایی با شعاع ثابت می‌باشند. بر اساس این روش، به ازای $\kappa = 0$ یک مسیر هموار مقید به عبور از نقاط راه به‌دست خواهد آمد و همچنین به ازای $\kappa = 1$ یک مسیر هموار قابل پرواز با حداقل طول و بدون قید عبور از نقاط راه تضمین می‌گردد. استفاده از این روش به‌دلیل سادگی آن بسیار متداول می‌باشد؛ به‌صورتی که در [۸-۹] از این روش به‌منظور هموارسازی مسیرهای اولیه در مسائل طرح‌ریزی مسیر پرواز استفاده شده است. روش دیگری که به‌منظور هموارسازی مسیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از مسیرهای بهینه دیوبینس است. مسیرهای بهینه دیوبینس ابتدا توسط دیوبینس [۱۰] معرفی شده است. این روش در واقع یک مسیر هموار بهینه را از یک نقطه راه با جهت‌گیری مشخص به سمت یک نقطه راه دیگر با جهت‌گیری مشخص فراهم می‌نماید. مسیرهای دیوبینس مسیرهایی مشتمل از دایره و خطوط مستقیم می‌باشند که نقطه شروع و پایان در این مسیرها بر روی کمان‌های انحنای ثابت با شعاعی برابر با حداقل شعاع گردش هواپیما قرار خواهند گرفت. مسیر دیوبینس دارای هندسه‌ای ساده متشکل از خط و کمان انحنای ثابت است. از این رو، این مسیرها برای تولید و به‌کارگیری ساده و کارآمد می‌باشند. تکه‌های مسیر دیوبینس در نقاط اتصال دارای جهت یکسان بوده و شیب مسیر در انتهای هر تکه از مسیر با شیب مسیر در ابتدای تکه مسیر بعدی یکسان می‌باشد. از دیدگاه هندسی این نوع مسیر که در آن انتهای دو قطعه متوالی علاوه بر انطباق بر یکدیگر دارای شیب برابر نیز می‌باشند، به‌عنوان مسیری با

در [۲۰] با استفاده از منحنی پارامتریک اسپیلاین طرح‌ریزی مسیر پرواز صورت گرفته است. در محیط‌های پیچیده، به‌منظور استفاده از این منحنی‌ها لازم است از منحنی‌های درجه بالا استفاده گردد. از این رو مشخص است که با افزایش درجه‌ی منحنی، هزینه محاسباتی طرح‌ریزی مسیر بر اساس این روش‌ها بالا بوده و در نتیجه استفاده از آن‌ها در حالت زمان واقعی امکان‌پذیر نیست. در برخی از مراجع به‌منظور کاهش هزینه محاسباتی در این نوع طرح‌ریزی مسیر، استفاده از منحنی‌های پارامتریک درجه پایین به‌صورت پی‌درپی پیشنهاد گردیده است. به‌عنوان مثال در [۲۱] با استفاده از دو منحنی بزیر مارپیچی درجه سه به‌صورت پی‌درپی، یک مسیر اولیه با پیوستگی G^0 به یک مسیر پرواز با پیوستگی G^2 تبدیل گردیده است. اما مسیر پرواز به‌دست آمده از این روش از نقاط راه اولیه عبور نکرده و زوایای سمت و مسیر پرواز برای نقاط راه در نظر گرفته نشده است.

در این مقاله الگوریتمی جدید به‌منظور تولید یک مسیر هموار دارای انحنای پیوسته ارائه می‌گردد. مسیر حاصل از این الگوریتم مبتنی بر مسیر دیوبینس است که به‌وسیله ترکیب منحنی بزیر و مسیر دیوبینس تولید می‌گردد. به‌دلیل مبتنی بودن روش ارائه شده بر تئوری مسیرهای دیوبینس، مسیر جدید به‌دست آمده از این روش قابلیت عبور از نقاط راه با زاویه سمت مشخص در فضای دو بعدی را دارا می‌باشد. در روش ارائه شده به‌دلیل استفاده از منحنی بزیر درجه سه به جای خط استفاده شده در مسیر دیوبینس مبنای مسیری با پیوستگی G^2 تولید می‌گردد. همچنین الگوریتم ارائه شده به‌دلیل استفاده از حل‌های تحلیلی از سرعت بالایی نیز برخوردار است. این ویژگی امکان استفاده از این الگوریتم در کاربردهای زمان واقعی همانند طرح‌ریزی مجدد مسیر توسط یک پرنده خودمختار در حین پرواز را فراهم می‌نماید.

بررسی ساختار و ایده تولید مسیر انحنای پیوسته

شتاب جانبی وارده بر یک پرنده که با سرعت ثابت در حال طی کردن یک مسیر است، بر اساس رابطه‌ی ۱ متناسب با انحنای مسیر پرواز می‌باشد.

$$a = v^2 \kappa \quad (1)$$

پیوستگی G^1 شناخته می‌شود [۶]. این‌گونه مسیرها به‌صورت بسیار متداول در طرح‌ریزی مسیرهای هوایی مورد استفاده قرار گرفته است. به‌عنوان مثال در [۱۱-۱۲] از این مسیرها به‌منظور طرح‌ریزی مسیر پرواز استفاده شده است. همچنین به‌دلیل گستردگی کاربرد مسیرهای دیوبینس در طرح‌ریزی مسیرهای هوایی، بابایی در [۱۳-۱۴] یک حل تحلیلی بهینه را برای استخراج مسیرهای دیوبینس در حالت دوبعدی و سه‌بعدی ارائه نموده است.

در تولید مسیرهای هموار کاپا و دیوبینس قید سینماتیک وارد بر پرنده در نظر گرفته می‌شود، اما در این‌گونه مسیرها قید پیوستگی انحنای در سرتاسر مسیر در نظر گرفته نمی‌شود. در این مسیرها کمان‌ها دارای انحنای ثابت (غیر صفر) و خط دارای انحنای صفر می‌باشد. از این رو، نقطه اتصال خط-کمان یا کمان-کمان دارای انحنای غیر پیوسته بوده و زمانی که مسیر از یک قطعه به قطعه دیگر منتقل می‌شود، یک ناپیوستگی در انحنای ایجاد خواهد شد.

از دیگر روش‌های هموارسازی مسیر می‌توان استفاده از مسیرهای کلوئوئید^۵ را نام برد. در این روش همانند آنچه که در [۱۵-۱۷] مشاهده می‌گردد، عدم پیوستگی انحنای در مسیرهای دیوبینس با جایگزین کردن کمان انحنای ثابت با یک منحنی که انحنای آن به‌صورت خطی در طول کمان متغیر می‌باشد، از بین خواهد رفت. در این نوع مسیر، انحنای مقدار صفر در موقعیت اتصال منحنی با خط، تا ماکزیمم مقدار آن در نقطه راه تعیین شده، متغیر می‌باشد. بر این اساس تغییرات خطی انحنای طول مسیر در منحنی کلوئوئید، یک گذر هموار را ایجاد می‌کند. از نظر هندسی این نوع مسیر که در آن انحنای به‌صورت پیوسته در طول مسیر تغییر می‌کند، مسیری با پیوستگی G^2 نامیده می‌شود. مسیر کلوئوئید الزامات پیوستگی انحنای را برآورده ساخته و یک انتقال هموار با کوتاهترین طول ممکن، همراه با انحنای پیوسته را فراهم می‌سازد [۱۸]. اما این نوع مسیرها علاوه بر مزایای مطرح شده دارای معایبی نیز می‌باشند. از جمله این معایب عدم انعطاف‌پذیری این مسیرها برای تطبیق یافتن با شرایط واقع شده در نقاط انتهایی مسیر می‌باشد [۱۹]. همچنین مسیرهای کلوئوئید دارای هزینه محاسباتی بالا می‌باشند که امکان استفاده از آن‌ها در کاربردهای زمان واقعی^۶ را محدود می‌سازد.

روش رایج دیگر به‌منظور تولید یک مسیر هموار انحنای پیوسته استفاده از منحنی‌های پارامتریک است. به‌عنوان مثال

پارامترهای \mathbf{a} ، \mathbf{v} و K در رابطه‌ی ۱ به ترتیب شتاب جانبی وارد بر پرنده، سرعت پرنده و انحنای مسیر پرواز می‌باشند. بر اساس رابطه‌ی اخیر، یک تغییر ناگهانی در انحنای مسیر به معنی تغییر ناگهانی شتاب درخواستی از پرنده برای دنبال کردن مسیر مرجع است. از این رو مشخص است برای یک پرنده با سرعت پرواز بالا توانایی تولید شتاب‌های درخواستی سریع و ناگهانی امکان‌پذیر نیست و خطایی در مسیر مطلوب نهایی طی شده به وجود خواهد آمد، در نتیجه پرنده از مسیر از پیش تعیین‌شده به میزان قابل توجهی منحرف می‌گردد. بنابراین به دلیل پایداری و کاهش میزان انحراف یک پرنده در یک مسیر طراحی شده لازم است علاوه بر این که مسیرها دارای پیوستگی G^1 هستند، دارای پیوستگی G^2 نیز باشند. از این رو به منظور تولید مسیرهای پیوسته G^2 با قابلیت عبور از نقاط راه مشخص، لازم است موارد زیر در طراحی یک الگوریتم تولید مسیر پرواز مطلوب در نظر گرفته شوند. این الزامات عبارتند از:

- ۱- در نظر گرفتن موقعیت و زاویه سمت نقاط راه در طراحی مسیر و دستیابی پرنده به موقعیت و زاویه سمت نقاط راه مشخص شده.
- ۲- طراحی مسیر هموار قابل پرواز به گونه‌ای که تکه‌های مسیر به صورت هموار به یکدیگر متصل شوند (شیب مسیر در انتهای هر تکه مسیر با شیب مسیر در ابتدای تکه مسیر بعدی برابر باشد)، به عبارت دیگر مسیر طراحی شده دارای پیوستگی G^1 باشد.
- ۳- طراحی مسیر هموار به گونه‌ای که مسیر دارای انحنای پیوسته باشد و هواپیما بدون انحراف از مسیر طراحی شده آن را طی نماید. به عبارت دیگر مسیر طراحی شده دارای پیوستگی G^2 باشد.
- ۴- قیود دینامیکی و سینماتیکی پرنده در طرح‌ریزی مسیر پرواز در نظر گرفته شود.
- ۵- طراحی مسیر پرواز به صورت سریع و با حداقل هزینه محاسباتی انجام پذیرد.

بر اساس مطالب مطرح شده در بخش قبل مشخص شد که روش‌های به کار گرفته شده تا امروز در زمینه طرح‌ریزی مسیر پرواز، قابلیت دستیابی به تمامی این الزامات مطرح شده را نداشته است. برای طراحی مسیر هموار قابل پرواز دو بعدی، در اینجا یک روش طرح‌ریزی مسیر جدید مطرح می‌گردد که

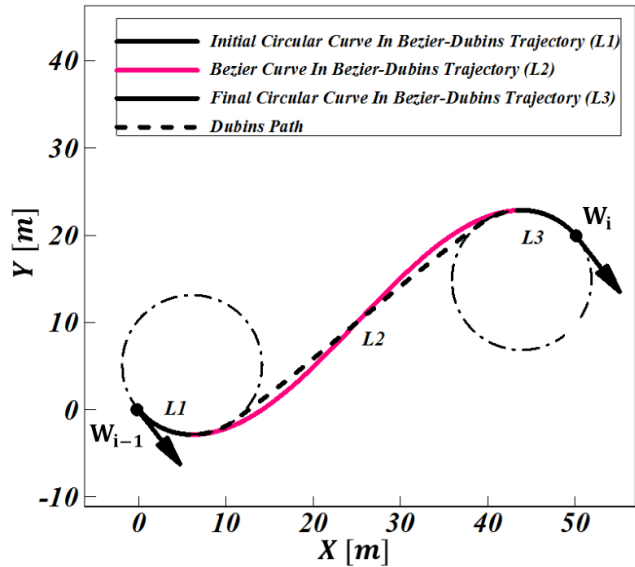
تمامی الزامات پنج‌گانه بالا را شامل خواهد شد. این روش مبتنی بر توسعه مسیر دیوبینس است. مسیر دیوبینس قادر است با ترکیب کمان - خط - کمان، دو نقطه راه با جهت‌گیری مشخص را در حالات مختلف به یکدیگر متصل نماید. نمونه‌ای از این مسیر در شکل ۱ توسط خط‌چین نمایش داده شده است. خط‌چین نمایش داده شده در شکل ۱ نشان می‌دهد که می‌توان با اتصال دو کمان انحنای ثابت و یک خط، یک مسیر پرواز بین دو نقطه راه \mathbf{W}_i و \mathbf{W}_{i-1} با جهت‌گیری مشخص را ایجاد نمود. همان‌گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، مسیر دیوبینس ایجاد شده بین دو نقطه راه دارای پیوستگی انحنای ثابت و پروفیل انحنای آن در دو موقعیت مکانی اتصال کمان و خط دارای ناپیوستگی می‌باشد.

مسیر انحنای پیوسته‌ی پیشنهادی همانند خط تو پر نمایش داده شده در شکل ۱ می‌باشد. این مسیر هموار قابل پرواز، به صورت ترکیبی از کمان‌های انحنای ثابت (L_1, L_3) و یک منحنی گذار دارای بار محاسباتی کم (L_2) خواهد بود. در واقع روش پیشنهادی به این صورت است که خط اتصال‌دهنده‌ی دو منحنی انحنای ثابت در مسیر دیوبینس، با یک منحنی دارای انحنای متغیر جایگزین می‌گردد. منحنی جایگزین شده یک منحنی پارامتریک بزیر با هزینه محاسباتی پایین می‌باشد که همانند منحنی تو پر نمایش داده شده در شکل ۲، پروفیل پیوسته‌ای را برای تغییرات انحنای مسیر پرواز اتصال‌دهنده‌ی دو نقطه راه متوالی ایجاد خواهد کرد. در بخش قبل اشاره شد که مسیرهای کلوتوئید مبتنی بر مسیرهای دیوبینس، با جایگزینی منحنی‌های انحنای ثابت دیوبینس با منحنی‌های دارای انحنای متغیر، مسیر انحنای پیوسته‌ای با هزینه محاسباتی سنگین را ایجاد می‌نمایند. اما در اینجا بر اساس طرح پیشنهادی، خط اتصال‌دهنده‌ی دو منحنی انحنای ثابت در مسیر دیوبینس، با یک منحنی پارامتریک بزیر با هزینه محاسباتی پایین جایگزین شده است. بنابراین مشخص است روش پیشنهادی شده بر اساس ترکیب مسیر دیوبینس و منحنی بزیر توانسته است با هزینه محاسباتی پایین، مسیر دارای پیوستگی G^2 را تولید کرده و معایب موجود در مسیر دیوبینس و کلوتوئید را اصلاح نماید. خط توپر نمایش داده شده در شکل ۲ نشان می‌دهد مسیر پیشنهادی بر خلاف مسیر دیوبینس، مسیری با پروفیل انحنای پیوسته است که به صورت هموار دو منحنی انحنای ثابت را به یکدیگر متصل می‌نماید.

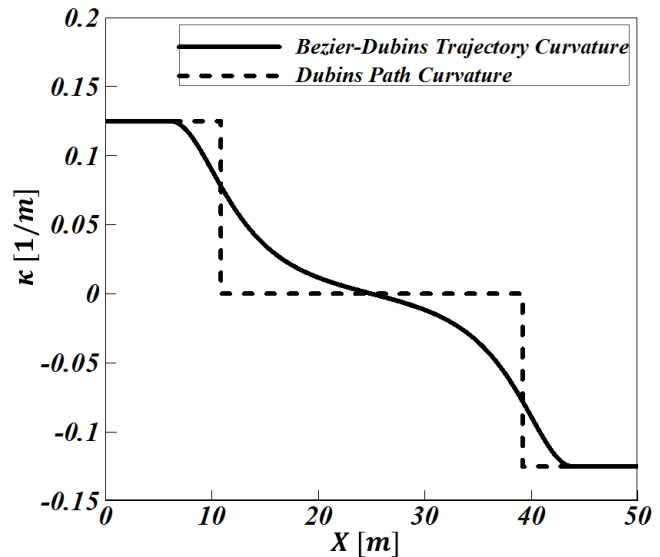
است. دو حالت پیشنهادی توسط والتون به‌گونه‌ای است که در یک حالت منحنی بزیر شبیه به حرف لاتین C و در یک حالت شبیه به حرف S به‌دست خواهد آمد. در [۲۴] با در نظر گرفتن شرایط ثابت برای موقعیت شروع و پایان منحنی، یک حل تحلیلی برای تعیین منحنی بزیر ارائه شده است. در روش تحلیلی ارائه شده توسط والتون هزینه محاسباتی استخراج این منحنی‌ها به مقدار بسیار زیادی کاهش یافته است. در این مقاله با اعمال تغییرات لازم بر روی روش استخراج این منحنی گذار، ایده‌ای بر اساس ترکیب مفهوم مسیرهای دیوبینس و منحنی بزیر، برای طراحی یک مسیر هموار انحنای پیوسته مطرح گردیده است. به‌طور خلاصه می‌توان گفت ایده اصلی مطرح شده در اینجا استفاده از منحنی گذار پیشنهاد شده در [۲۴] و ترکیب آن با روش استخراج مسیر دیوبینس است. نتیجه‌ی حاصل از این ایده یک مسیر دارای انحنای پیوسته مبتنی بر مسیر دیوبینس، با طول نزدیک به طول بهینه می‌باشد. این مسیر جدید به‌عنوان مسیر بزیر - دیوبینس نامیده شده و به‌منظور به‌کارگیری در برنامه هدایت یک پرنده بدون سرنشین مورد استفاده قرار گرفته است.

معرفی روش تولید مسیر انحنای پیوسته

در این بخش الگوریتم و روش تولید مسیر انحنای پیوسته‌ی پیشنهادی ارائه می‌گردد. در روش ارائه شده فرض بر این است که نقاط راه اولیه مشخص می‌باشند. به‌عبارت دیگر یک مسیر با خاصیت پیوستگی G^0 در دسترس است به‌گونه‌ای که بردار سرعت در هر نقطه راه در راستای نقطه راه بعدی می‌باشد. (البته این امکان نیز فراهم است که با استفاده از این روش یک مسیر انحنای پیوسته بین دو نقطه راه با دو جهت‌گیری متفاوت محاسبه گردد). به‌منظور سادگی و در نتیجه کاهش هزینه‌ی محاسبات، الگوریتم تولید مسیر انحنای پیوسته پیشنهادی مستقل از موقعیت و زاویه سمت پرنده در نظر گرفته شده است. در این روش مسیر پرواز ابتدا نسبت به یک دستگاه مختصات محلی ایجاد خواهد شد؛ سپس مسیر طراحی شده در دستگاه مختصات محلی، به‌منظور ورود به سیستم کنترل پرنده به دستگاه مختصات اینرسی منتقل می‌شود. بنابراین به‌دلیل این که نقاط راه اولیه نسبت به دستگاه مختصات اینرسی دارای موقعیت و زاویه سمت می‌باشند، لازم است ساختار نقاط راه ابتدا به دستگاه محلی انتقال یابند. بر



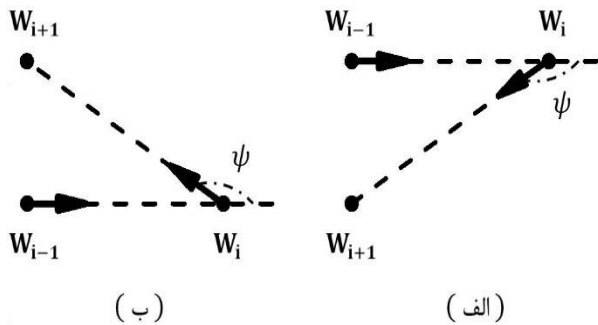
شکل ۱- نمایش مسیر دیوبینس و مسیر انحنای پیوسته



شکل ۲- نمایش پروفیل انحنای مسیر دیوبینس و مسیر انحنای پیوسته

به‌منظور محاسبه منحنی گذار روش‌های متفاوتی وجود دارد. در [۲۲-۲۳] یک منحنی گذار دارای پیوستگی G^2 با استفاده از دو تکه‌ی مارپیچی درجه سه و پنج برای گذار بین دو دایره پیشنهاد شده است. منحنی به‌دست آمده در این مراجع با وجود فراهم کردن شرایط پیوستگی G^2 ، دارای هزینه محاسباتی بالایی می‌باشد. والتون^۱ برای جبران هزینه‌های محاسباتی موجود در روند تولید منحنی گذار در مراجع اخیر، در [۲۴] یک منحنی گذار دارای پیوستگی G^2 را با استفاده از یک منحنی بزیر درجه سه در این دو حالت، پیشنهاد داده

باشد. در اینجا به طور کلی به منظور مشخص نمودن جهت گردش در دو نقطه راه متوالی، دو پارامتر S_1 و S_2 تعریف می شود و مقادیر -1 و $+1$ به ترتیب برای گردش در جهت ساعت گرد و پادساعت گرد در نظر گرفته خواهد شد.



شکل ۴- انواع مسیر اولیه پرواز (با فرض قرارگیری بردار سرعت در هر نقطه راه در جهت نقطه راه بعدی)
الف- مسیر اولیه پرواز با $S_i = -1$ ، ب- مسیر اولیه پرواز با $S_i = 1$

سرعت بالا و دینامیک پرواز یک پرنده، قیدهای ویژه ای را بر انحنای یک مسیر پرواز مطلوب تحمیل می کنند. حداکثر انحنای مسیر پرواز بر اساس رابطه ی (۳) نسبت معکوس با حداقل شعاع گردش هواپیما دارد.

$$\kappa_{max} = 1/R_{min} \quad (3)$$

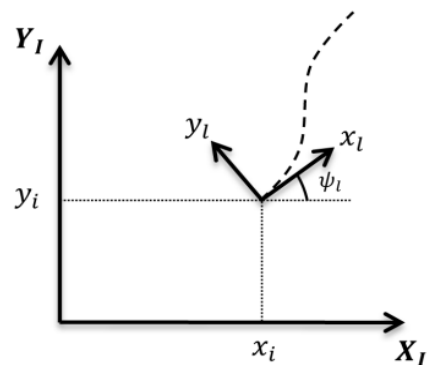
پارامتر κ_{max} در رابطه ی (۳) حداکثر انحنای یک منحنی با شعاع R_{min} است. مینیمم شعاع گردش برای یک هواپیما بر اساس مشخصات دینامیکی و سرعت پرنده توسط رابطه ی (۴) به دست خواهد آمد [۲۵].

$$R_{min} = \frac{v_{max}^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} \quad (4)$$

در رابطه ی (۴) پارامتر v_{max} و n به ترتیب حداکثر سرعت پرواز و ضریب بار وارده بر پرنده در مانور دور زدن افقی است. پارامتر g نیز شتاب جاذبه زمین می باشد. محدودیت پارامتر R_{min} و متناسب با آن پارامتر κ_{max} ، مهمترین قید در روش های طرح ریزی مسیر مبتنی بر مسیر دیوبینس است. بر اساس این قید در هر نقطه از مسیر طراحی شده انحنای مسیر باید کوچکتر از κ_{max} باشد.

اساس پیشنهادی که در [۱۳] مطرح گردیده، می توان دستگاه مختصات محلی را به صورت دستگاه مختصات سرعت در ابتدای هر تکه از مسیر پرواز تعریف کرد. بر اساس این روش در مدت زمان پرواز بر روی هر تکه مسیر، این دستگاه مختصات محلی نسبت به دستگاه اینرسی ثابت باقی خواهد ماند. انتقال مختصات از دستگاه مختصات محلی به دستگاه مختصات اینرسی بر اساس رابطه ی (۲) انجام می گیرد [۱۳]. اندیس i در رابطه ی (۲) نمایش دهنده موقعیت مبدأ دستگاه مختصات محلی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی است. همچنین اندیس های I و i به ترتیب بیان گر دستگاه مختصات اینرسی و محلی می باشند.

$$\begin{bmatrix} X_I \\ Y_I \\ \Psi_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ \psi_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ \psi_l \end{bmatrix} \quad (2)$$



شکل ۳- نمایش موقعیت دستگاه مختصات محلی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی [۱۳]

در شکل ۳ موقعیت دستگاه مختصات محلی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی در حالت دو بعدی نمایش داده شده است. همان گونه که مشخص است، مبدأ دستگاه مختصات محلی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی در نقطه (x_i, y_i) قرار گرفته و محور x_l در امتداد بردار سرعت می باشد.

در صورت قرارگیری بردار سرعت در هر نقطه راه در جهت نقطه راه بعدی، مسیر اولیه ای که بر اساس نقاط راه مشخص به دست می آید، دارای یکی از دو حالت نمایش داده شده در شکل ۴ می باشد. در چنین شرایطی زاویه بین مسیر اولیه $W_{i-1}W_{i+1}$ و W_i می تواند همانند شکل ۴- الف و شکل ۴- ب، به ترتیب در جهت ساعتگرد و پادساعتگرد قرار گرفته

بزییر درجه سه مطابق با رابطه‌ی (۵) همراه با حل تحلیلی ارائه شده از سوی والتون مورد استفاده قرار گرفته است.

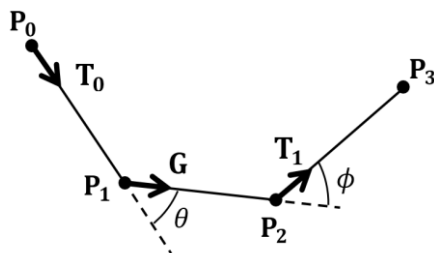
$$Q(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1(1-t)^2t + 3P_2(1-t)t^2 + P_3t^3, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (5)$$

پارامترهای P_0, P_1, P_2, P_3 در رابطه‌ی بالا چهار نقطه کنترل منحنی بزییر می‌باشند که با مشخص شدن موقعیت آنها منحنی بزییر قابل رسم خواهد بود. منحنی بزییر درجه سه قابلیت رسم در دو حالت S- شکل و C- شکل را دارد. علامت انحنای منحنی در حالت S- شکل به صورتی است که انحنای ابتدای مسیر و انتهای آن علامت‌های متفاوتی دارد. ولی در حالت C- شکل علامت انحنای در ابتدا و انتهای منحنی یکسان می‌باشد. در ادامه شرایط رسم مسیر پرواز در این دو حالت به صورت مجزا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مسیر بزییر - دیوبینس بین دو نقطه راه با علامت انحنای متفاوت

در این قسمت راه حل ارائه شده توسط والتون در [۲۴] برای منحنی بزییر S- شکل ارائه می‌گردد.

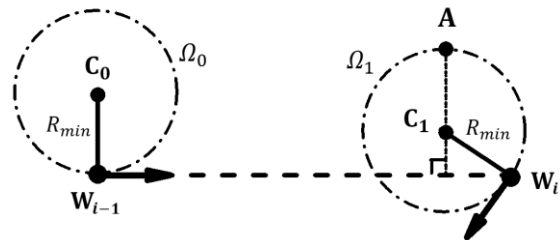
فرض می‌شود چهار نقطه کنترل همانند نقاط نمایش داده شده در شکل ۶ نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. سه بردار غیر صفر E_0, E_1, E_2 به عنوان بردارهای متصل‌کننده این نقاط کنترل در نظر گرفته می‌شوند. این بردارها به ترتیب دارای اندازه‌ای برابر با h, q, k می‌باشند و بر اساس رابطه‌ی (۶) استخراج می‌گردند.



شکل ۶ - چند ضلعی کنترل منحنی بزییر درجه سه

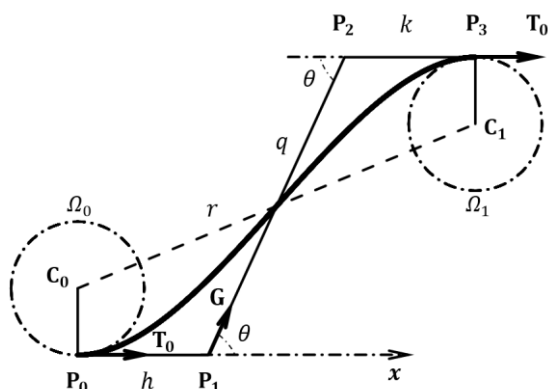
$$\begin{aligned} E_0 &= P_1 - P_0, & h &= \|E_0\| > 0 \\ E_1 &= P_2 - P_1, & q &= \|E_1\| > 0 \\ E_2 &= P_3 - P_2, & k &= \|E_2\| > 0 \end{aligned} \quad (6)$$

به‌منظور این که در طراحی مسیر هموار پیشنهادی علاوه بر موقعیت، زاویه سمت مربوط به هر نقطه راه در نظر گرفته شود، از روشی که در ساخت مسیرهای دیوبینس استفاده شده است، بهره گرفته خواهد شد. در این روش هر یک از نقاط راه W_i و W_{i-1} به‌عنوان نقطه‌ای از یک دایره با شعاع R_{min} در نظر گرفته می‌شود. در این نقاط بردار سرعت مماس بر دایره‌ی مورد نظر می‌باشد و مرکز این دوایر بر اساس علامت S مربوط به هر نقطه راه مشخص می‌گردد. به‌منظور نمایش این مفهوم دو نقطه راه متوالی با $S_1 = 1$ و $S_2 = -1$ همانند شکل ۵ در نظر گرفته می‌شود. همان‌گونه که مشخص است دوایر Ω_0 و Ω_1 با مراکز C_0 و C_1 در نقاط W_{i-1} و W_i بر بردارهای سرعت در این نقاط مماس می‌باشند.



شکل ۵ - مسیر اولیه‌ی پرواز همراه با نمایش مکان هندسی دایره انحنای

با اتصال مناسب دو دایره Ω_0 و Ω_1 توسط یک خط مستقیم، می‌توان یک مسیر دیوبینس مشتمل بر کمان انحنای ثابت و خط را بر اساس تئوری استخراج مسیرهای دیوبینس همانند مسیر نمایش داده شده در شکل ۱ به‌دست آورد. اما بر اساس روش پیشنهادی در اینجا به‌منظور تولید مسیر هموار دارای پیوستگی G^2 می‌توان دو دایره Ω_0 و Ω_1 را توسط یک منحنی پارامتریک صفحه‌ای که توسط مجموعه‌ای از نقاط $Q(t) = (x(t), y(t))$ تعریف می‌شود به یکدیگر متصل نمود. به‌طور معمول استخراج منحنی‌های پیچیده پارامتریک تنها به صورت عددی و با هزینه محاسباتی بالا امکان‌پذیر است. از این رو به‌دلیل تمایل بر تولید یک روش طرح‌ریزی مسیر با هزینه محاسباتی پایین، استفاده از یک منحنی پارامتریک درجه پایین و مبتنی بر حل‌های تحلیلی در اینجا مورد توجه بوده است. منحنی بزییر درجه سه و حل تحلیلی ارائه شده توسط والتون در [۲۴] گزینه‌ای بسیار مناسب به‌منظور ایجاد یک روش طرح‌ریزی مسیر مبتنی بر الزامات مطرح شده می‌باشد. از این رو در روش پیشنهادی تولید مسیر پیوسته در اینجا منحنی



شکل ۷- منحنی گذار بزیبر درجه سه S- شکل بین دو دایره

مهمترین شرط لازم برای وجود حل تحلیلی منحنی بزیبر درجه سه مطابق رابطه ی ۱۱ می باشد.

$$r = \|C_1 - C_0\|, \quad r > 2R_{min} \quad (11)$$

در رابطه ی ۱۱ پارامتر r فاصله ی بین دو نقطه C_1 و C_0 می باشد. بر اساس این قید در صورتی امکان رسم منحنی بزیبر میسر است که این فاصله بزرگتر از جمع شعاع دو دایره Ω_0 و Ω_1 باشد. به منظور استخراج منحنی بزیبر سه پارامتر h ، q و k توسط والتون مطابق با روابط ۱۲ تا ۱۴ استخراج گردیده است.

$$q = \frac{3\kappa_{max}h^2}{2\sin(\theta)} \quad (12)$$

$$h = \frac{4}{9\kappa_{max}}\tan(\theta) \quad (13)$$

$$k = h \quad (14)$$

بر اساس اثبات صورت گرفته در [۲۴] و با معرفی پارامتر d مطابق با رابطه ی (۱۵)، به منظور حل تحلیلی منحنی بزیبر رابطه ی (۱۶) به عنوان رابطه ی نهایی ارائه گردیده است.

$$d = \|C_1 - C_0\|^2 - (2R_{min})^2 \quad (15)$$

$$\left[-6 - \frac{729d}{16R_{min}^2}\right]\cos^4(\theta) + 2\cos^2(\theta) + 4 = 0 \quad (16)$$

با فرض این که $\tau = \cos^2(\theta)$ باشد، رابطه ی (۱۶) یک معادله جبری درجه ۲ است که با حل آن یعنی حل معادله $u(\tau) = 0$ مقدار θ محاسبه می شود.

با مشخص شدن فاصله بین نقاط کنترل متوالی، بردارهای یکه ی T_0 ، G ، T_1 که در شکل ۶ نمایش داده شده است، بر اساس رابطه ی (۷) به دست خواهند آمد.

$$\begin{aligned} T_0 &= E_0/h \\ G &= E_1/q \\ T_1 &= E_2/k \end{aligned} \quad (7)$$

اکنون با مشخص شدن بردارهای یکه و همچنین مقادیر فاصله بین نقاط کنترل می توان موقعیت نقاط کنترل را نسبت به یکدیگر به صورت رابطه ی (۸) نمایش داد.

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 + hT_0 \\ P_2 &= P_1 + qG \\ P_3 &= P_2 + kT_1 \end{aligned} \quad (8)$$

نقاط کنترل P_0 ، P_1 ، P_2 و P_3 در وضعیت نمایش داده شده در شکل ۶ یک منحنی بزیبر C- شکل را ایجاد می کنند. در صورتی که زاویه ϕ در خلاف جهت زاویه θ در نظر گرفته شود و در نتیجه موقعیت نقطه کنترل P_3 تغییر نماید، منحنی بزیبر به صورت منحنی S- شکل نمایش داده شده در شکل ۷ به دست خواهد آمد.

حل تحلیلی منحنی بزیبر S- شکل تنها با محدود کردن این منحنی امکان پذیر می باشد. از این رو روابط (۹) و (۱۰) به عنوان شرایط محدود کننده در نظر گرفته شده است.

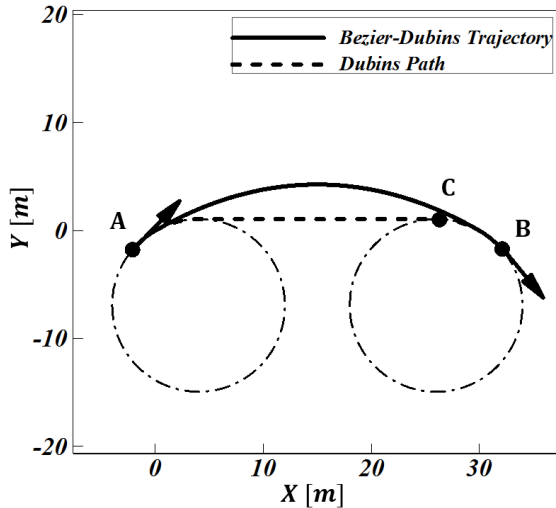
$$\begin{cases} T_0 = T_1 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \phi = -\theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2 \end{cases} \quad (10)$$

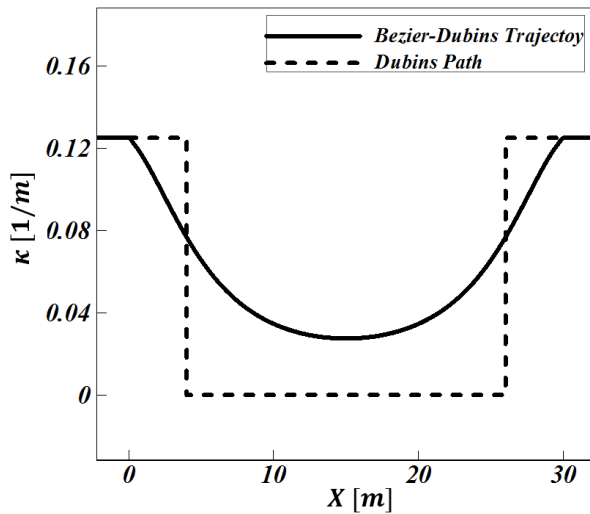
بر اساس این شرایط محدود شده، منحنی بزیبر S- شکل همانند شکل ۷ به دست خواهد آمد. در شکل ۷، C_1 و C_0 به ترتیب مرکز انحنا ی نقاط P_3 و P_0 است که به عنوان مرکز دایره Ω_1 و Ω_0 با شعاع R_{min} در نظر گرفته می شود.

حل تحلیلی منحنی بزیبر S- شکل بر اساس شرایط نمایش داده شده در شکل ۷ ($S_1 = 1$ و $S_2 = -1$) به دست خواهد آمد. در شرایط معکوس ($S_1 = -1$ و $S_2 = 1$) منحنی از انعکاس نسبت به محور x نمایش داده شده نتیجه می شود.

طول بهینه می‌باشد، مسیر بزبیر- دیوبینس در این حالت از مسیر بهینه بسیار دور است که این امر، عاملی ناخوشایند در استفاده از این مسیر برای طرح‌ریزی مسیر پرواز خواهد بود.



شکل ۸- مسیر دیوبینس و مسیر بزبیر-دیوبینس مبتنی بر منحنی گذار بزبیر درجه سه C- شکل



شکل ۹- پروفیل انحنای مسیر دیوبینس و مسیر انحنای پیوسته مبتنی بر منحنی گذار بزبیر درجه سه C- شکل

منحنی بزبیر C- شکل ارائه شده توسط والتون دارای محدودیتی به منظور اتصال نقاط راه متوالی نیز می‌باشد؛ به گونه‌ای که عمومیتی برای اتصال هر دو نقطه راه متوالی با علامت S_1 و S_2 یکسان توسط این روش وجود ندارد. به عنوان مثال اگر حالتی در نظر گرفته شود که موقعیت نقطه A در مکان نمایش داده شده در شکل ۸ ثابت باشد و موقعیت نقطه B با حفظ مرکز انحنای به موقعیت نقطه C منتقل شود، آنگاه در

مقادیر $u(0)$ و $u(1)$ به ترتیب مقادیری مثبت و منفی به صورت زیر می‌باشند.

$$u(0) = 4 > 0 \quad (17)$$

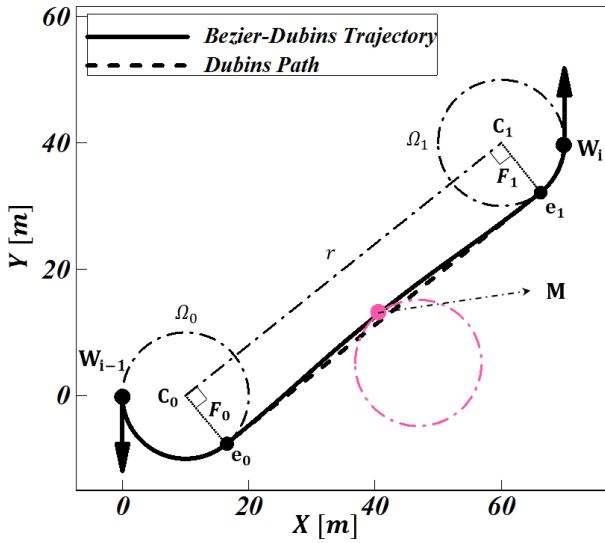
$$u(1) = -\left(\frac{729d}{16R_{min}^2}\right) < 0 \quad (18)$$

نتایج (۱۷) و (۱۸) به این معنی است که معادله جبری (۱۶) در بازه $0 < \tau < 1$ دقیقاً دارای یک ریشه است که در نتیجه مقدار θ به ازای این ریشه‌ی معادله محاسبه خواهد شد. بنابراین بر اساس روش ارائه شده در بالا می‌توان یک مسیر انحنای پیوسته مشتمل بر کمان انحنای ثابت و منحنی بزبیر را بین دو نقطه راه متوالی با علامت انحنای متفاوت و با زاویه سمت مشخص ایجاد نمود. در صورتی که وضعیت دو نقطه متوالی به نحوی باشد که همانند شکل ۴ بردار سرعت در هر نقطه راه به سمت نقطه راه بعدی باشد، می‌توان مسیر انحنای پیوسته را با اتصال یک منحنی بزبیر و یک کمان انحنای ثابت به دست آورد. اما در صورتی که بردار سرعت در نقاط راه در جهات مختلف باشد، باید همانند شکل ۱ به ترتیب از کمان انحنای ثابت- منحنی بزبیر- کمان انحنای ثابت استفاده کرد.

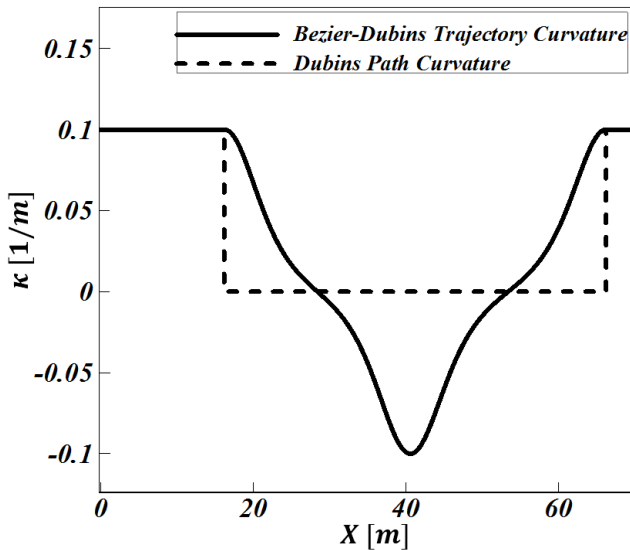
مسیر بزبیر- دیوبینس بین دو نقطه راه با علامت انحنای همسان

والتون در [۲۴] در شرایطی که علامت انحنای در ابتدا و انتهای منحنی یکسان است نیز یک حل تحلیلی نزدیک به حل منحنی S- شکل استخراج نموده است. منحنی بزبیر در این شرایط به عنوان منحنی بزبیر C- شکل نامیده شده است. استفاده از این منحنی و ترکیب آن با کمان انحنای ثابت به منظور طراحی مسیر بزبیر- دیوبینس در شرایطی که دو نقطه راه دارای علامت انحنای یکسان هستند، مسیری همانند خط توپر نمایش داده شده در شکل ۸ را فراهم خواهد کرد.

مسیر بزبیر- دیوبینس استخراج شده در شکل ۸ دارای پروفیل انحنای پیوسته همانند خط توپر نمایش داده شده در شکل ۹ می‌باشد. اما این نکته در شکل ۸ به روشنی مشخص است که مسیر بزبیر- دیوبینس طراحی شده مبتنی بر منحنی بزبیر C- شکل، دارای انحراف قابل توجه نسبت به مسیر دیوبینس است. با توجه به این که مسیر دیوبینس مسیری با



شکل ۱۰- مسیر دیوبینس و مسیر بزیر- دیوبینس بین دو نقطه راه با علامت انحنا همسان



شکل ۱۱- پروفیل انحنا مسیر دیوبینس و مسیر بزیر- دیوبینس بین دو نقطه راه با علامت انحنا همسان

شکل ۱۰ حالت کلی را برای این نوع اتصال نقاط راه متوالی نمایش می‌دهد. در حالت کلی نحوه انتخاب نقطه راه مجازی به این صورت است که ابتدا نقاط C_0 و C_1 که به ترتیب مرکز دایره Ω_0 و Ω_1 است، با استفاده از موقعیت و علامت انحنا نقاط راه ابتدا و انتها مشخص می‌شوند. سپس خطوط r و F_0 همانند شکل ۱۰ ترسیم شده و موقعیت نقاط e_0 و e_1 محاسبه می‌گردد. استراتژی انتخاب شده در اینجا برای حالت کلی، بر این اساس است که نقطه راه مجازی در موقعیت میانی خط اتصال‌دهنده نقاط e_0 و e_1 و با فاصله عرضی

چنین حالتی امکان رسم یک مسیر انحنا پیوسته با استفاده از منحنی بزیر C- شکل بین این دو نقطه راه وجود نخواهد داشت و ناگزیر باید مسیر دیوبینس (با انحنا ناپیوسته) برای اتصال این نقاط راه مورد استفاده قرار گیرد.

از این رو، به منظور رفع این مشکل و تولید یک مسیر انحنا پیوسته در طول کل مسیر و در کلیه حالات، پیشنهادی در این بخش مطرح می‌گردد. روش پیشنهادی بر مبنای اضافه نمودن یک نقطه راه مجازی بین دو نقطه راه متوالی استوار است. بر اساس این روش در شرایطی که دو نقطه راه متوالی یکسان با علامت S_1 و S_2 همانند شکل ۱۰ وجود دارد، در یک موقعیت مناسب بین این دو نقطه، یک نقطه راه مجازی با انحنایی با علامت مخالف با علامت S_1 و S_2 ایجاد می‌گردد. با اضافه نمودن نقطه راه مجازی می‌توان در دو مرحله مسیر انحنا پیوسته را میان دو نقطه راه W_{i-1} و W_i ایجاد نمود. در مرحله اول یک مسیر انحنا پیوسته با استفاده از تئوری ایجاد مسیر بزیر- دیوبینس مبتنی بر منحنی بزیر S- شکل بین نقطه W_{i-1} و M ایجاد می‌گردد. سپس در مرحله دوم نیز با استفاده از همان تئوری یک مسیر انحنا پیوسته بین نقطه M و W_i ایجاد می‌شود. در نهایت با اتصال هر دو مسیر $W_{i-1}M$ و MW_i یک مسیر انحنا پیوسته با پروفیل انحنایی مطابق با شکل ۱۱ نتیجه خواهد شد.

روش مطرح شده مبنی بر اضافه نمودن یک نقطه راه مجازی بین نقاط راه اولیه، این امکان را فراهم می‌سازد تا در کلیه حالاتی که دو نقطه راه دارای انحنایی مشابه با یکدیگر می‌باشند (بر خلاف استفاده از منحنی بزیر C- شکل)، یک مسیر انحنا پیوسته بزیر- دیوبینس ایجاد گردد.

در شکل ۸ و شکل ۱۰ علاوه بر مسیر انحنا پیوسته، مسیر دیوبینس اتصال‌دهنده نقاط راه نیز ترسیم شده است. مسیر دیوبینس یک مسیر بهینه میان هر دو نقطه راه متوالی است. از این رو ایجاد هر مسیر نزدیک به مسیر دیوبینس ایجاد یک مسیر نزدیک به بهینه را تضمین می‌نماید. مسیر انحنا پیوسته مبتنی بر منحنی بزیر C- شکل که در شکل ۸ نمایش داده شده است، از مسیر دیوبینس منتهی به دو نقطه راه، انحراف نسبتاً زیادی دارد و در نتیجه دارای طول بهینه نخواهد بود. اما در روش پیشنهادی در اینجا در شرایطی که نقطه راه مجازی همانند شکل ۱۰ نزدیک به مسیر دیوبینس انتخاب گردد، یک مسیر انحنا پیوسته با طولی نزدیک به طول بهینه ایجاد خواهد شد.

- جامعیت این روش در رسم مسیر انحنا پیوسته‌ی بزبیر- دیوبینس بین هر دو نقطه‌ی دلخواه با علامت انحنای همسان.
- بنابراین بر اساس این مزایا در شرایطی که دو نقطه راه متوالی دارای علامت انحنای همسان می‌باشند، استفاده از این روش نسبت به مسیر نمایش داده شده در شکل ۸ موجه‌تر خواهد بود.

الگوریتم طرح‌ریزی مسیر انحنا پیوسته‌ی بزبیر- دیوبینس

با فرض در دسترس بودن یک مسیر اولیه با پیوستگی G^0 در دستگاه مختصات اینرسی، می‌توان بر اساس موارد ذکر شده الگوریتم تولید مسیر انحنا پیوسته را به صورت زیر ارائه کرد:

الگوریتم طرح‌ریزی مسیر بزبیر- دیوبینس

- ۱- دو نقطه راه متوالی W_{i-1} و W_i با استفاده از رابطه‌ی ۲ از مختصات اینرسی به مختصات محلی انتقال می‌یابد.
- ۲- با استفاده از علامت انحنای هر نقطه راه و مقدار R_{min} نقاط C_0 و C_1 مشخص می‌شود.

$$\text{اگر } S_2 = -S_1 \text{ باشد:}$$

- i- موقعیت نقطه A همانند آنچه در شکل ۵ نمایش داده شده است، مشخص می‌شود.

ii- با استفاده از رابطه‌ی ۵ و تئوری ارائه شده برای حل تحلیلی آن به صورت منحنی بزبیر S - شکل، منحنی بزبیر بین نقطه W_{i-1} و نقطه A طراحی می‌شود.

$$\text{اگر } S_2 = S_1 \text{ باشد:}$$

- i- موقعیت نقطه A همانند آنچه در شکل ۱۲ نمایش داده شده است، مشخص می‌شود.

ii- نقطه مجازی M در موقعیت میانی دو نقطه راه و با فاصله عرضی $R_{min}/10$ از خط اتصال‌دهنده‌ی دو نقطه راه ایجاد می‌گردد.

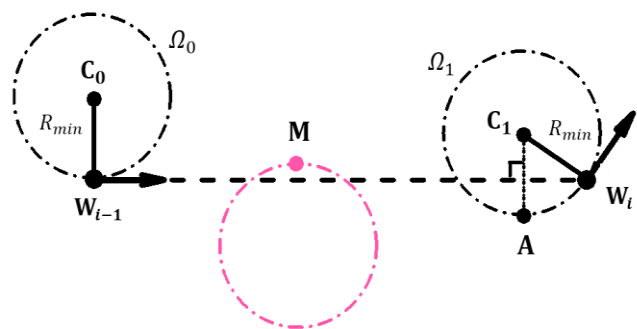
iii- با استفاده از رابطه‌ی ۵ و تئوری ارائه شده برای حل تحلیلی آن به صورت منحنی بزبیر S - شکل، دو منحنی بزبیر به ترتیب بین نقاط W_{i-1} و M و M و A طراحی می‌شود.

- ۳- از نقطه A تا نقطه W_i کمان انحنا ثابت دیوبینس طراحی می‌شود.

از این خط انتخاب شود. بردار سرعت در این نقطه هم‌راستا با پاره خط r خواهد بود و علامت انحنا در این نقطه مخالف با علامت انحنای نقاط راه ابتدایی انتخاب می‌شود.

برای طراحی مسیر انحنا پیوسته بر اساس یک مسیر دارای پیوستگی G^0 ، شکل ۱۰ به شکل ۱۲ تغییر خواهد کرد. روش انتخاب شده در این حالت به این صورت است که نقطه راه مجازی در موقعیت میانی خط اتصال‌دهنده نقاط راه W_{i-1} و W_i و با فاصله عرضی $R_{min}/10$ از این خط انتخاب می‌گردد. بردار سرعت در این نقطه هم‌راستا با خط اتصال‌دهنده نقاط راه خواهد بود و علامت انحنا در این نقطه مخالف با علامت انحنای نقاط راه ابتدایی انتخاب می‌شود.

اکنون می‌توان مسیر بزبیر- دیوبینس را بین نقاط راه اولیه و این نقطه راه مجازی بر اساس نحوه رسم منحنی بزبیر- دیوبینس بین دو نقطه راه با علامت انحنای مختلف رسم کرد. این نکته باید مورد توجه قرار گیرد که در این روش مقدار فاصله عرضی انتخاب شده مقداری اختیاری می‌باشد. مقدار پیشنهادی در اینجا بر اساس شبیه‌سازی‌های صورت‌گرفته مقدار قابل قبولی بوده است. اما امکان تغییر در این مقدار با توجه به این نکته که افزایش این فاصله عرضی طول مسیر بزبیر- دیوبینس را از مقدار بهینه دورتر می‌سازد، همچنان وجود خواهد داشت.

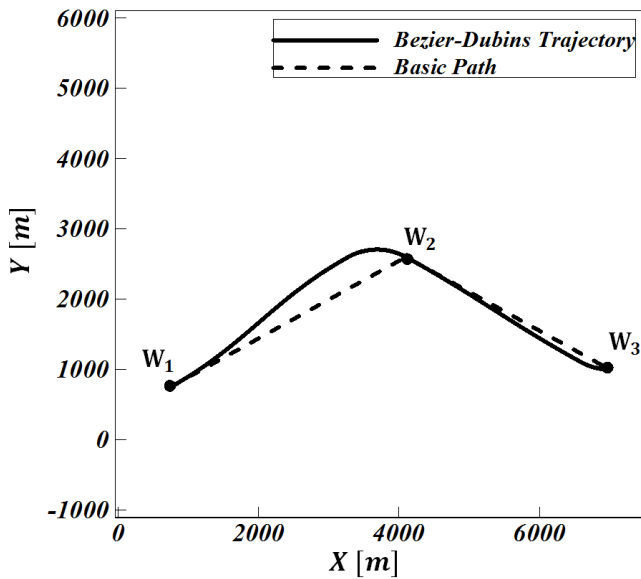


شکل ۱۲- مسیر اولیه‌ی بین دو نقطه راه با علامت انحنای همسان و نحوه قرارگیری نقطه راه مجازی

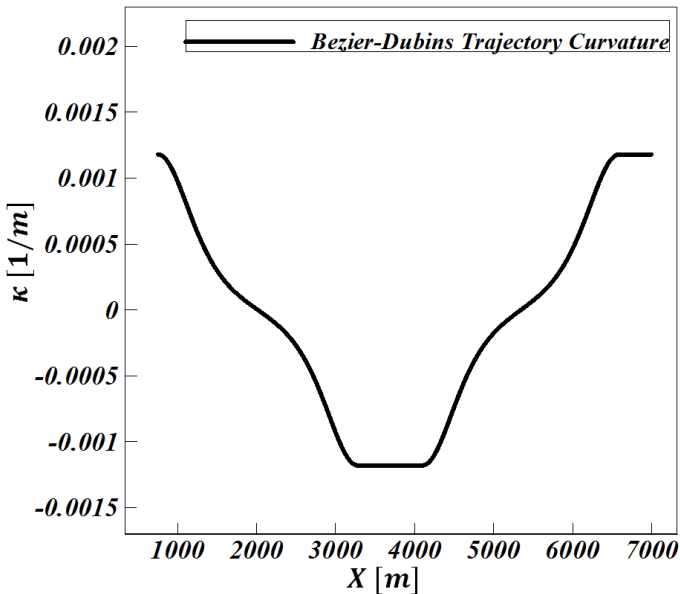
مسیر انحنا پیوسته‌ی طراحی شده در این بخش نسبت به مسیر بزبیر- دیوبینس مبتنی بر منحنی بزبیر C - شکل دارای مزایای زیر می‌باشد.

- طول بهینه‌تر نسبت به مسیر بزبیر- دیوبینس نمایش داده شده در شکل ۸.

بسیار پایین اثبات‌کننده‌ی ادعای مطرح شده مبنی بر هزینه محاسباتی بسیار پایین الگوریتم خواهد بود.



شکل ۱۳- مسیر بزیر- دیوبینس عبور داده شده از نقاط راه جدول ۱



شکل ۱۴- پروفیل انحنای مسیر بزیر- دیوبینس عبور داده شده از نقاط راه جدول ۱

سناریوی ب: در این مأموریت نقاط راه به‌گونه‌ای در نظر گرفته شده است که هواپیما از یک نقطه پرتاب می‌شود و با عبور از چند نقطه راه متوالی دوباره به محل پرتاب باز می‌گردد. مشخصات نقاط راه در این مأموریت در جدول ۲ نمایش داده

۴- کلیه‌ی مسیرهای ایجاد شده با استفاده از رابطه‌ی ۲ به مختصات اینرسی منتقل می‌شود.

به‌منظور طرح‌ریزی مسیر میان چندین نقطه راه متوالی می‌توان با اجرای پی در پی این الگوریتم بین هر دو نقطه راه متوالی، یک مسیر بزیر- دیوبینس سراسری را طراحی نمود.

شبیه‌سازی الگوریتم طرح‌ریزی مسیر بزیر- دیوبینس

در این قسمت به‌منظور اثبات کارایی الگوریتم پیشنهادی، شبیه‌سازی عددی این الگوریتم انجام می‌گیرد. برای انجام شبیه‌سازی، یک هواپیمای بدون سرنشین با سرعت پروازی ۱۲۰ متر بر ثانیه با حداکثر ضریب بار برابر با ۲ در نظر گرفته شده است. بر اساس رابطه‌ی ۴ و با فرض $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ مقدار حداقل شعاع گردش این هواپیما برابر با ۸۴۸ متر می‌باشد. بنابراین با مشخص بودن این اطلاعات چندین سناریوی مختلف در ادامه مطرح و اجرا خواهد شد و نتایج حاصل از آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

سناریوی الف: به‌منظور اثبات توانایی الگوریتم در تولید مسیر دارای پیوستگی G^2 ، در اولین سناریو با در نظر گرفتن سه نقطه راه پی در پی با مشخصات ارائه شده در جدول ۱، مسیر دارای پیوستگی G^2 همانند شکل ۱۳ نتیجه خواهد شد.

جدول ۱- مشخصات نقاط راه سناریوی الف

نقطه راه	X [m]	Y [m]	ψ [deg]	علامت انحنای
نقطه راه اول	۷۵۰	۷۵۰	۲۹	+۱
نقطه راه دوم	۴۱۰۰	۲۶۰۰	۳۳۱	-۱
نقطه راه سوم	۷۰۰۰	۱۰۰۰	۰	+۱

همان‌گونه که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، مسیر هموار قابل پرواز جایگزین شده به‌جای مسیر اولیه در این سناریو از نقاط راه W_1 و W_2 و W_3 با حفظ زوایای سمت مشخص شده عبور کرده است. همچنین همانند آنچه در شکل ۱۴ نشان داده شده است، مسیر طراحی شده توسط الگوریتم پیشنهادی در طول مسیر دارای انحنای پیوسته می‌باشد. این شبیه‌سازی در محیط MATLAB در یک سیستم با CPU 3.1GHZ انجام شده است. زمان پردازش به‌دست‌آمده برای هر تکه از مسیر برای این شبیه‌سازی برابر با ۰/۰۰۱۵ ثانیه می‌باشد. این زمان پردازش

مسیر بهینه بین دو نقطه راه با جهت‌گیری مشخص می‌باشد. از این‌رو در اینجا طول مسیر بزبیر- دیوبینس میان دو نقطه راه با جهت‌گیری مشخص با طول مسیر دیوبینس متصل‌کننده این دو نقطه راه مقایسه خواهد شد.

در اینجا به منظور تعیین طول مسیر بهینه‌ی دیوبینس، از روش تحلیلی ارائه شده در مرجع [۱۳] در حالات مختلف استفاده شده است.

به منظور بررسی دقیق میزان بهینگی مسیر بزبیر- دیوبینس یک حالت کلی برای نحوه قرارگیری نقاط راه در نظر گرفته شده است. در این حالت کلی بردار سرعت در نقطه راه اول در راستای نقطه راه دوم نیست و هر نقطه راه دارای یک زاویه سمت و جهت دوران مشخص و مجزا می‌باشد. به منظور شبیه‌سازی و مقایسه عددی نتایج، دو نقطه راه ثابت با مختصات (۰ و ۰) و (۴۰۰۰ و ۶۰۰۰) در نظر گرفته شده است. در جدول ۳، ده حالت مختلف برای این دو نقطه فرض گردیده و به‌ازای هر حالت طول مسیر دیوبینس و مسیر بزبیر- دیوبینس متصل‌کننده این دو نقطه راه محاسبه شده است. همچنین میزان انحراف مسیر انحنای پیوسته نسبت به مسیر بهینه در این جدول مورد بررسی قرار گرفته است.

در ده حالت بررسی شده در جدول ۳ سعی بر این بوده است که کلیه‌ی شرایط محتمل بین این دو نقطه راه در نظر گرفته شود. در شکل ۱۶ مسیر بزبیر- دیوبینس نتیجه شده از این ده حالت به همراه نمودار مقایسه‌کننده طول این مسیرها نسبت به طول بهینه نمایش داده شده است.

نمودار سمت چپ شکل ۱۶ نشان می‌دهد که در کلیه‌ی این حالات امکان رسم مسیر انحنای پیوسته وجود داشته است. همچنین نمودار سمت راست در شکل ۱۶ نشان‌دهنده اختلاف بسیار ناچیز در طول مسیر بزبیر- دیوبینس نسبت به مسیر بهینه دیوبینس متناظر می‌باشد.

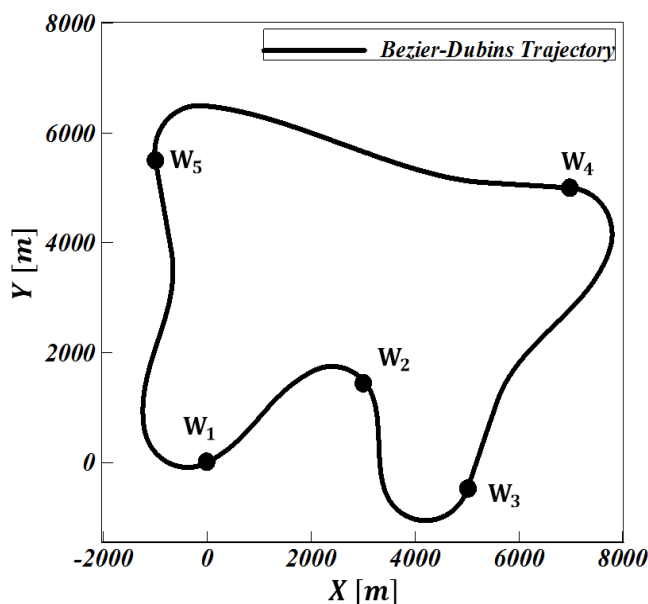
همان‌گونه که در ستون آخر جدول ۳ نشان داده شده است، درصد انحراف طول مسیر بزبیر- دیوبینس نسبت به طول مسیر بهینه‌ی دیوبینس در این شرایط بسیار ناچیز می‌باشد. این نتایج اثبات‌کننده ادعای این مقاله مبتنی بر نزدیک به بهینه بودن طول مسیر انحنای پیوسته تولیدی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی خواهد بود.

شده است. در این مأموریت بردار سرعت در هر نقطه راه در راستای نقطه راه بعدی در نظر گرفته شده است.

جدول ۲- مشخصات نقاط راه سناریوی ب

نقطه راه	X [m]	Y [m]	علامت انحنای
نقطه راه اول	۰	۰	+۱
نقطه راه دوم	۳۰۰۰	۱۵۰۰	-۱
نقطه راه سوم	۵۰۰۰	-۵۰۰	+۱
نقطه راه چهارم	۷۰۰۰	۵۰۰۰	+۱
نقطه راه پنجم	-۱۰۰۰	۵۵۰۰	+۱

الگوریتم ارائه شده توانسته است این مأموریت درخواستی را با موفقیت پشت سر بگذارد و همانند شکل ۱۵ با تولید مسیرهای دارای انحنای پیوسته با گذشتن از تمامی نقاط راه مشخص شده به نقطه پرتاب اولیه باز گردد.



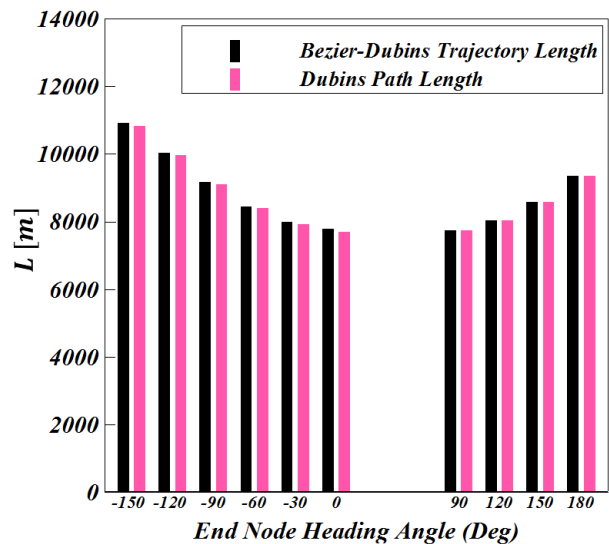
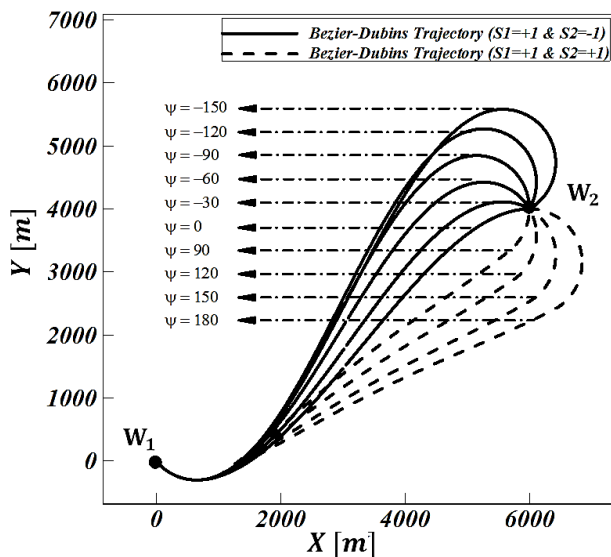
شکل ۱۵- مسیر بزبیر- دیوبینس عبور داده شده از میان نقاط راه جدول ۲

بررسی میزان بهینگی طول مسیر بزبیر- دیوبینس

به منظور بررسی میزان بهینگی مسیر انحنای پیوسته‌ی بزبیر- دیوبینس، لازم است بین دو نقطه راه مشخص و در شرایط یکسان طول این مسیرها با طول مسیر بهینه مقایسه شود. بر اساس مراجع یادشده در مقدمه، مسیر دیوبینس تنها

جدول ۳- مشخصات نقاط راه به منظور بررسی میزان بهینگی طول مسیر بزیر- دیوبینس

درصد انحراف از طول بهینه	طول مسیر بزیر- دیوبینس [متر]	طول مسیر دیوبینس [متر]	S_2	S_1	زاویه سمت نقطه راه دوم	زاویه سمت نقطه راه اول	حالات
۰/۶۸	۱۰۹۲۰	۱۰۸۴۶	-۱	+۱	-۱۵۰	-۵۰	حالت اول
۰/۶۳	۱۰۰۳۴	۹۹۷۱	-۱	+۱	-۱۲۰	-۵۰	حالت دوم
۰/۶۶	۹۱۷۳	۹۱۱۳	-۱	+۱	-۹۰	-۵۰	حالت سوم
۰/۸۰	۸۴۶۵	۸۳۹۸	-۱	+۱	-۶۰	-۵۰	حالت چهارم
۰/۹۷	۸۰۰۲	۷۹۲۵	-۱	+۱	-۳۰	-۵۰	حالت پنجم
۱/۰۸	۷۷۸۷	۷۷۰۴	-۱	+۱	۰	-۵۰	حالت ششم
۰/۰۳۹	۷۷۵۰	۷۷۴۷	+۱	+۱	۹۰	-۵۰	حالت هفتم
۰/۰۳۷	۸۰۴۱	۸۰۳۸	+۱	+۱	۱۲۰	-۵۰	حالت هشتم
۰/۰۳۵	۸۵۹۱	۸۵۸۸	+۱	+۱	۱۵۰	-۵۰	حالت نهم
۰/۰۳۲	۹۳۵۹	۹۳۵۶	+۱	+۱	۱۸۰	-۵۰	حالت دهم



شکل ۱۶- نمایش مسیر بزیر- دیوبینس و مقایسه بین طول آن با مسیر بهینه دیوبینس به ازای زوایای سمت مختلف

دیوبینس را طراحی نموده است که بر خلاف مسیر دیوبینس دارای پیوستگی انحنا در طول کل مسیر می باشد. ویژگی تولید مسیر انحنا پیوسته باعث می شود شتاب جانبی به صورت پیوسته (برخلاف طرح ریزی مسیر دیوبینس) بر پرند بدون سرنشین دنبال کننده این مسیر وارد گردد. در نتیجه تأثیر ناپیوستگی شتاب در انحراف مسیر نهایی پیموده شده از بین خواهد رفت و مسیر نهایی با مسیر مرجع از پیش تعیین شده مطابقت خواهد داشت.

نتیجه گیری

در این مقاله یک الگوریتم جدید به منظور طرح ریزی مسیر انحنا پیوسته از میان نقاط راه از پیش تعیین شده در فضای دو بعدی ارائه گردیده است. الگوریتم ارائه شده مبتنی بر الگوریتم تولید مسیر بهینه دیوبینس است به طوری که مزیت مسیر دیوبینس مبنی بر عبور از نقاط راه با زاویه سمت مشخص را دارا می باشد. این الگوریتم با ترکیب منحنی بزیر- درجه سه و مسیر دیوبینس، یک مسیر با عنوان مسیر بزیر-

- [5] Beard, R. W., and McLain, T. W., “*Trajectory Planning for Coordinated Rendezvous of Unmanned Air Vehicles*”, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [6] Patrikalakis, N. M., and Maekawa, T., “*Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing*”, Springer, 2002.
- [7] Anderson, E. P., “*Constrained Extremal Trajectories and Unmanned Air Vehicle Trajectory Generation*”, Master’s Thesis, Brigham Young University, Electrical Engineering, 2002.
- [8] Chandler, P., Rasmussen, S., and Pachter, M., “*UAV Cooperative Path Planning*”, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2000.
- [9] Duan, H., Liu, S., and Wu, J., “*Novel Intelligent Water Drops Optimization Approach to Single UCAV Smooth Trajectory Planning*”, Aerospace Science and Technology, Vol. 13, No. 8, 2009, pp. 442-449.
- [10] Dubins, L. E., “*On Curves of Minimal Length With a Constraint on Average Curvature, and With Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents*”, American Journal of Mathematics, Vol. 79, No. 3, 1957, pp. 497-516.
- [11] Shima, T., and Rasmussen, S., “*UAV Cooperative Decision and Control: Challenges and Practical Approaches*”, Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2009.
- [12] Shanmugavel, M., Tsourdos, A., White, B., and Żbikowski, R., “*3D Dubins Sets Based Coordinated Path Planning for Swarm of UAVs*”, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2006.
- [13] Babaei, A. R., and Mortazavi, M., “*Fast Trajectory Planning Based on In-Flight Waypoints for Unmanned Aerial Vehicles*”, Aircraft Engineering and Aerospace Technology, Vol. 82, No. 2, 2010, pp. 107-115.
- [14] Babaei, A. R., and Mortazavi, M., “*Three-Dimensional Curvature-Constrained Trajectory Planning Based on In-Flight Waypoints*”, Journal of Aircraft, Vol. 47, No. 4, 2010, pp. 1391-1398.
- [15] Scheuer, A., and Fraichard, T., “*Planning Continuous-Curvature Paths for Car-Like Robots*”, IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol. 3, 1996, pp. 1304-1311.

نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته اثبات می‌کند الگوریتم طراحی شده قادر است یک مسیر انحنای پیوسته با طول نزدیک به طول بهینه را ایجاد نماید. همچنین نتایج نشان می‌دهد مسیر بزیر- دیوبینس همانند مسیر دیوبینس مقید به عبور از نقاط راه از پیش تعیین شده با زوایای سمت مشخص می‌باشد.

استفاده از حل‌های تحلیلی در این الگوریتم قدرت استخراج مسیر پرواز انحنای پیوسته در زمان بسیار پایین را فراهم نموده، به طوری که امکان استفاده از این الگوریتم برای کاربردهای زمان واقعی در پروسه‌ی هدایت پرنده‌های بدون سرنشین مورد توجه خواهد بود؛ از این رو بر اساس این نتایج می‌توان گفت الگوریتم طراحی شده با حفظ ویژگی‌های حیاتی مسیر دیوبینس و رفع عیوب وارده بر آن، پروسه‌ی طراحی مسیرهای مبتنی بر این دیدگاه را توسعه بخشیده است.

پی نوشت

- 1- Autonomous
- 2- Voronoi
- 3- Potential Field
- 4- κ - Trajectory
- 5- Clothoid
- 6- Real-Time
- 7- Walton

مراجع

- [1] Anderson, E. P., Beard, R. W., and McLain, T. W., “*Real-Time Dynamic Trajectory Smoothing for Unmanned Air Vehicles*”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 13, No. 3, 2005, pp. 471-477.
- [2] Wzorek, M., and Doherty, P., “*Reconfigurable Path Planning for an Autonomous Unmanned Aerial Vehicle*”, International Conference on Hybrid Information Technology, Vol. 2, 2006, pp. 242-249.
- [3] Jayesh, A., Jovan, B. k., and Raman, M., “*A Fast and Efficient Approach to Path Planning for Unmanned Vehicles*”, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2006.
- [4] Dai, R., and Cochran, J., “*Path Planning and State Estimation for Unmanned Aerial Vehicles in Hostile Environments*”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 2, 2010, pp. 595-601.

IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008, pp. 1183-1188.

[21] Yang, K., and Sukkarieh, S., "An Analytical Continuous Curvature Path Smoothing Algorithm", IEEE Transactions on Robotics, Vol. 26, No. 3, 2010, pp. 561-568.

[22] Walton, D. J., and Meek, D. S., "A Planar Cubic Bézier Spiral", Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 72, No. 1, 1996, pp. 85-100.

[23] Walton, D. J., and Meek, D. S., "A Pythagorean Hodograph Quintic Spiral", Computer-Aided Design, Vol. 28, No. 12, 1996, pp. 943-950.

[24] Walton, D. J., and Meek, D. S., "Planar G^2 Transition Between Two Circles With a Fair Cubic Bézier Curve", Computer-Aided Design, Vol. 31, No. 14, 1999, pp. 857-866.

[25] Roskam, J., and Lan, C.-T. E., "Airplane Aerodynamics and Performance", Design, Analysis and Research Corporation, Kansas, USA, 1997.

[16] Shanmugavel, M., Tsourdos, A., White, B., and Żbikowski, R., "Co-operative Path Planning of Multiple UAVs Using Dubins Paths With Clothoid Arcs", Control Engineering Practice, Vol. 18, No. 9, 2010, pp. 1084-1092.

[17] Sabelhaus, D., Röben, F., Meyer zu Helliggen, L. P., and Schulze Lammers, P., "Using Continuous Curvature Paths to Generate Feasible Headland Turn Manoeuvres", Biosystems Engineering, Vol. 116, No. 4, 2013, pp. 399-409.

[18] Nelson, W., "Continuous-Curvature Paths for Autonomous Vehicles", IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1989, pp. 1260-1264.

[19] Walton, D. J., Meek, D. S., and Ali, J. M., "Planar G^2 Transition Curves Composed of Cubic Bézier Spiral Segments", Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 157, No. 2, 2003, pp. 453-476.

[20] Sun, T.-Y., Huo, C.-L., Tsai, S.-J., and Liu, C.-C., "Optimal UAV Flight Path Planning Using Skeletonization and Particle Swarm Optimizer",