

ردگیری مسیر پرواز پرنده بدون سرنشین با رویکرد H_∞ غیرخطی

سهراب، محسن^{۱*}، زردشتی، رضا^۲

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا

۲- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۰۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۰/۰۲)

چکیده

هدف از این مقاله، هدایت سه‌بعدی یک پرنده بدون سرنشین با استفاده از استراتژی کنترل غیرخطی است. به همین منظور، ابتدا مدل ریاضی خطای ردگیری مسیر مرجع برای پرنده بدون سرنشین ایجاد و سپس با استفاده از پایداری لیاپانوف، فرامین هدایت تولید شده است. در این راستا بخشی از ترم‌های تابع لیاپانوف به صورت نمایی پایدار شده و بخشی دیگر، با اضافه کردن یک سری ترم‌های اغتشاشی به ورودی متغیرهای حالت خطای مربوطه و توسعه یک سیستم دینامیک مجازی و استفاده از راهبرد H_∞ غیرخطی، مبادرت به پایداری و حذف اغتشاشات مربوطه شده است. همچنین به منظور به کارگیری رویکرد مزبور و اجتناب از پیچیدگی مسئله، رهیافت بهینگی معکوس جهت استخراج کنترل‌کننده مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت، کنترل پایداری مزبور به فرامین هدایتی اضافه شده که در مجموع، پایداری کل سیستم از دیدگاه لیاپانوف و همچنین بهینگی آن به دلیل کمینه نمودن یک تابع هزینه، تأمین شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که پرنده مورد نظر با استفاده از الگوریتم مذکور، مسیر پروازی را به خوبی دنبال می‌کند.

واژه‌های کلیدی: ردگیری مسیر پرواز، کنترل H_∞ غیرخطی، پرنده بدون سرنشین، بهینگی معکوس.

مقدمه

با وجود این که مسئله مقاومت^۱ در برابر اغتشاش و نامعینی^۲ مدل از همان نخستین گام‌های کنترل با فیدبک مورد توجه بوده، اما روش‌های کارآمد و قاعده‌مند طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم تنها در سیستم‌های خطی در چند دهه اخیر گسترش یافته است. بسیاری از این روش‌ها پیش از این زمان نیز به صورت عملی توسط بسیاری از مهندسين برای تحقق پایداری مقاوم مورد استفاده قرار گرفته است.

نارسایی و محدودیت‌های این روش‌ها همواره محققین را به تبیین روش‌های جدید وادار کرده است. یکی از مهم‌ترین محدودیت‌های کنترل مقاوم خطی، توانایی اندک در مواجهه با پدیده‌های غیرخطی است. مهم‌تر از آن این که در بسیاری از موارد، فرامین کنترل‌کننده با وجود آشفتگی‌ها باعث خروج سیستم از ناحیه اعتبار مدل خطی سیستم می‌شود. در این شرایط راهکارهای خطی نمی‌توانند قوام سیستم‌های غیرخطی را تضمین کنند و باید از راهکارهای غیرخطی در طراحی کنترل مقاوم استفاده نمود.

در اوایل دهه نود میلادی [۱-۳]، با استفاده از تئوری بازی^۳ و تئوری اتلاف^۴، کنترل H_{∞} به عنوان راهکار کنترل مقاوم غیرخطی معرفی شد و پس از آن، پی‌ریزی اساس تئوریک فلسفه غیرخطی H_{∞} در مقالات متعدد افرادی چون بال و هلتن [۴]، ایزیدوری [۳] و ون‌درشفت [۱-۲] انجام شد، به طوری که در سال ۱۹۹۲ با انتشار مقاله‌ای از فرد اخیر [۲]، که در واقع جمع‌بندی کلیه قضایای اثبات شده غیرخطی روش H_{∞} تا آن روز و تکمیل آن بود، نقطه عطفی در رشد و بالندگی روش H_{∞} غیرخطی ایجاد گشت. در این روش تابع هزینه‌ای که مشخصات مطلوب سیستم حلقه‌بسته را برآورده می‌سازد، تعریف می‌شود. پاسخ بهینه موردنظر تابعی اسکالر موسوم به تابع مقدار است که از حل یک معادله دیفرانسیل جزئی موسوم به هامیلتون-ژاکوبی-آیزاک (HJI°) حاصل می‌شود. این تابع اسکالر که توانایی نشان‌دادن پایداری مقاوم سیستم حلقه‌بسته را داراست، به نام تابع لیاپانوف کنترل مقاوم خوانده می‌شود. با استفاده از این تابع، قانون کنترل مقاوم (بهینه) محاسبه می‌شود. حل معادله HJI اساسی‌ترین مشکل این راهکار می‌باشد، چراکه معادله HJI در بسیاری موارد حل تحلیلی نداشته و در سایر موارد نیز یافتن آن مشکل و معمولاً از حل عددی استفاده می‌شود. با توجه به مبنای محکم تئوری این

راهکار و گستردگی دامنه سیستم‌های مورد بحث آن، تلاش‌های زیادی برای یافتن پاسخ‌های تقریبی معادله HJI انجام شده است [۵-۸].

برای رفع مشکل یافتن تابع لیاپانوف کنترل مقاوم، روش بهینگی معکوس در مرجع [۹] پیشنهاد شده است. در این روش فرض می‌شود که تابع لیاپانوف موردنظر وجود داشته باشد و متناسب با این تابع، یک تابع هزینه معنی‌دار ساخته می‌شود. سپس قانون کنترل از این تابع هزینه و تابع لیاپانوف بدون نیاز به حل معادله HJI تعیین می‌شود. در واقع بر خلاف راهکار H_{∞} غیرخطی در بهینه‌سازی‌های معمول، در این راهکار دانستن پاسخ بهینه، مسئله بهینه‌سازی متناسب با آن طرح می‌شود. روش بهینگی معکوس که تاکنون نیز در مراجع متعددی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰-۱۲]، رویکرد اصلی به‌کارگیری در پژوهش حاضر جهت فائق شدن بر حل معادله HJI می‌باشد.

در مرجع [۱۳]، به مسئله کنترل ردگیری وضعیت یک ماهواره صلب پرداخته می‌شود. این کنترل با اعمال اغتشاشات بیرونی و نامعینی در ماتریس ممان اینرسی و با بهره‌گیری از روش کنترل تطبیقی غیرخطی انجام گرفته است. کنترل تطبیقی موردنظر به لحاظ برخورداری خانواده‌ای از توابع هزینه بهینه شده است. این مسئله با استفاده از روش بهینگی معکوس و بدون حل مستقیم معادله HJI حاصل شده است. طراحی کنترل‌کننده بهینه تطبیقی به دو روش انجام شده است: یکی به‌وسیله روش پس‌گام انتگرالی و دیگری با استفاده از دیدگاه کنترل لیاپانوف، که نشان دهد کنترل‌کننده‌های تطبیقی بهینه معکوس، تضعیف اغتشاشات H_{∞} نسبت به اغتشاشات بیرونی را انجام داده و همگرایی مجانبی خطاها به سمت صفر برای اغتشاشات با انرژی محدود را تأمین کرده است.

در مرجع [۱۴]، یک روش طراحی کنترل PID با رویکرد بهینگی معکوس برای ردگیری مسیر در سیستم‌های لاگرانژی پیشنهاد شده است. در این مقاله نشان داده شده که کنترل‌کننده PID با بهینگی معکوس فقط و فقط در صورتی وجود دارد که سیستم لاگرانژی نسبت به اغتشاش خارجی، حائز پایداری ورودی به حالت ISS ^۶ باشد. در این شرایط، ابتدا تابع لیاپانوف و قانون کنترلی پایداری ISS اغتشاشات بیرونی با استفاده از مشخصه‌های سیستم لاگرانژی تأمین شده است. قانون کنترلی، یک کنترل‌کننده به فرم PID است و معادله

مزبور و اجتناب از پیچیدگی مسئله، رهیافت بهینگی معکوس جهت استخراج کنترل کننده استفاده شده است. در نهایت، کنترل پایدارساز مزبور به فرامین هدایتی اضافه شده است.

مدل سینماتیک پرنده بدون سرنشین

مدل سینماتیک پرنده بدون سرنشین با توجه به شکل ۱ به صورت رابطه (۱) تعریف می شود:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \gamma \cos \psi \\ \dot{y} = v \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{z} = v \sin \gamma \end{cases} \quad (1)$$

در آن ψ و γ با توجه به شکل ۱، از روابط (۲) و (۳) به دست می آیند:

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \right) \Rightarrow \dot{\psi} = \frac{\dot{y}\dot{x} - \dot{x}\dot{y}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \frac{\dot{y}\dot{x} - \dot{x}\dot{y}}{v^2} \quad (2)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{z}}{\dot{r}} \right) \Rightarrow \dot{\gamma} = \frac{\dot{z}\dot{r} - \dot{r}\dot{z}}{\dot{r}^2 + \dot{z}^2} = \frac{\dot{z}\dot{r} - \dot{r}\dot{z}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad (3)$$

در آن $\dot{r} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ می باشد. همچنین رابطه مسیر مرجع پروازی به صورت رابطه (۴) تعریف می شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_r = v_r \cos \gamma_r \cos \psi_r \\ \dot{y}_r = v_r \cos \gamma_r \sin \psi_r \\ \dot{z}_r = v_r \sin \gamma_r \end{cases} \quad (4)$$

در آن v_r ، ψ_r و γ_r پارامترهای مرتبط با نقاط مسیر مرجع هستند و قبلاً برای یک پرنده بدون سرنشین تولید شده است [۱۹ و ۱۸]. در اینجا باید توجه داشت که با توجه به این که در مرجع مذکور، طراحی مسیر بهینه براساس قیود دینامیکی پرنده تولید شده است، لذا نگرانی در خصوص ارضاء قیود دینامیکی وسیله پرنده برای تعقیب مسیر وجود ندارد.

مدل دینامیک خطای پرنده بدون سرنشین

دینامیک خطای جابجایی وسیله پرنده در جهات محورهای x ، y و z (مطابق با شکل ۱)، نسبت به مسیر مرجع به صورت (۵) تعریف می شود [۲۰]:

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} \quad (5)$$

را ارضاء می کند. سپس، بهینگی معکوس H_∞ دینامیک سیستم حلقه بسته از طریق کنترل کننده PID و به شرطی که شرایط قانون کنترل تأمین شده باشد، به دست آمده است. در ادامه روش های ساده ای برای تنظیم بهره براساس تحلیل محدودیت های عملکردی کنترل کننده PID پیشنهاد شده است. روش فوق با استفاده از نتایج تجربی اثبات شده است.

در مرجع [۱۵]، کنترل ردگیری مبتنی بر بهینگی معکوس بر روی یک روبات بالن هوایی کوچک^۷ اعمال شده است. در روش فوق، کنترل کننده با بهره گیری از تابع لیاپانوف کنترل و فرمول سونتاگ طراحی شده است. این کنترل کننده برخی از پارامترهای معنی دار وابسته به خود را که در ابتدا داده نشده، حداقل می سازد و سیستم طراحی شده دارای حاشیه طراحی به گونه ای است که قوام را نسبت به نامعینی های ورودی گارانتی می کند. با توجه به این که بالن های هوایی کوچک دارای نامعینی های زیادی هستند، این مقاومت اهمیت زیادی دارد. نتایج تجربی حاصل از این کار نیز آورده شده است.

در مرجع [۱۶]، ردگیری خروجی یک سیستم غیرخطی زمان-گسسته با روش کنترل بهینه معکوس، بدون حل معادله HJB با حداقل سازی یک تابع هزینه معنی دار ارائه شده است. این پایدارسازی کنترل کننده بهینه، براساس نظریه اتلاف کنندگی^۸ زمان-گسسته طراحی شده است. کاربرد روش پیشنهادی از طریق شبیه سازی کنترل ردگیری مسیر یک روبات زمینی نشان داده شده است.

در مرجع [۱۷]، به مسئله کنترل ردگیری یک بالگرد چهارموتوره پرداخته شده است. حلقه خارجی (ردگیری) سیستم با استفاده از کنترل پیشبین و حلقه داخلی با استفاده از رویکرد H_∞ غیرخطی پایدارساز پیاده سازی شده است.

در این تحقیق به مسئله کنترل ردگیری مسیر یک پرنده بدون سرنشین پرداخته شده است. به همین منظور ابتدا مدل سینماتیک خطای تعقیب مسیر مرجع برای پرنده بدون سرنشین تولید شده و با استفاده از پایداری لیاپانوف، دستورهای هدایت برای حداقل کردن خطاهای مذکور تولید شده است. به منظور تضمین شرط پایداری لیاپانوف، یک سری ترم های اغتشاشی به ورودی متغیرهای حالت خطا اضافه شده که با استفاده از یک سیستم دینامیک مجازی و توسعه آن، سعی در پایدارسازی و حذف اغتشاشات مربوطه با استفاده از رویکرد H_∞ غیرخطی شده است. به منظور به کارگیری رویکرد

در آن \tilde{x} ، \tilde{y} و \tilde{z} به صورت (۶) تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \tilde{x} = x_r - x \\ \tilde{y} = y_r - y \\ \tilde{z} = z_r - z \end{cases} \quad (۶)$$

با جایگذاری روابط (۶) در (۵)، معادلات خطای جابجایی به صورت (۷) تولید می‌شود:

$$\begin{cases} e_1 = \cos \psi (x_r - x) + \sin \psi (y_r - y) \\ e_2 = -\sin \psi (x_r - x) + \cos \psi (y_r - y) \\ e_3 = z_r - z \end{cases} \quad (۷)$$

همچنین خطای زاویه‌ای سمت و خطای حالت ماندگار آن به صورت (۸) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} e_4 = \psi_r - \psi \\ e_5 = \int (\psi_r - \psi) dt \end{cases} \quad (۸)$$

با مشتق‌گیری از روابط (۷) و (۸) و جاگذاری روابط (۱) و (۴) در آن، دینامیک خطای وسیله پرنده به صورت (۹) به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \omega e_2 - v \cos \gamma + v_r \cos \gamma_r \cos(e_4) \\ \dot{e}_2 = -\omega e_1 + v_r \cos \gamma_r \sin(e_4) \\ \dot{e}_3 = v_r \sin \gamma_r - v \sin \gamma \\ \dot{e}_4 = \omega_r - \omega \\ \dot{e}_5 = \psi_r - \psi = e_4 \end{cases} \quad (۹)$$

در آن ω و ω_r برابر با نرخ تغییرات زوایای سمت ψ و ψ_r می‌باشد. همچنین در معادلات (۹)، فرامین ورودی به الگوریتم هدایت شامل v ، ω ، γ و ψ می‌باشد که در ادامه با استفاده از روش مستقیم پایداری لیاپانوف و H_∞ محاسبه خواهد شد.

تحلیل پایداری لیاپانوف و تولید فرامین هدایتی با H_∞

به منظور به‌دست آوردن فرامین هدایتی یک پرنده لازم است تا پایداری حلقه بسته آن بررسی شود. به همین منظور در اینجا از تئوری پایداری لیاپانوف برای به‌دست آوردن دستورات v_c و ω_c استفاده شده است. تابع لیاپانوف کاندید براساس متغیرهای حالت خطا به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$V = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}e_3^2 + k_1(1 - \cos e_4) + \frac{1}{2}e_5^2 \quad (۱۰)$$

در آن، k_1 ضریب مقیاسی است که به منظور همگن‌سازی ابعادی پارامترهای موقعیت و وضعیت به‌کار می‌رود. در ادامه با مشتق‌گیری از رابطه (۱۰) و سپس ساده‌سازی، رابطه (۱۱) حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -v e_1 \cos \gamma + v_r e_1 \cos \gamma_r \cos e_4 + \\ & v_r e_2 \cos \gamma_r \sin e_4 + e_3 \dot{e}_3 + \\ & k_1(\omega_r - \omega) \sin e_4 + e_5 \dot{e}_5 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

با توجه به رابطه (۱۱) و تأمین شرط پایداری لیاپانوف، فرامین v_c و ω_c به صورت روابط (۱۲) انتخاب می‌شود:

$$\begin{cases} v_c = \frac{1}{\cos \gamma_c} (v_r \cos \gamma_r \cos e_4 + v_0) \\ \omega_c = \omega_r + \frac{v_r e_2 \cos \gamma_r}{k_1} + \omega_0 \end{cases} \quad (۱۲)$$

که در آن v_0 و ω_0 ضرایب پایدارساز هستند که در ادامه با استفاده از معیار کنترلی H_∞ به‌دست خواهند آمد. همچنین برای به‌دست آوردن فرامین γ_c و ψ_c خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dot{e}_3 = v_r \sin \gamma_r - v \sin \gamma = -k_2 e_3 \\ \dot{e}_5 = \psi_r - \psi = -k_3 e_5 \end{cases} \quad (۱۳)$$

در آن k_2 و k_3 ضرایب ثابت و مثبت هستند. پس:

$$\begin{cases} \gamma_c = \sin^{-1} \left(\frac{v_r \sin \gamma_r + k_2 e_3}{v_c} \right) \\ \psi_c = \psi_r + k_3 e_5 \end{cases} \quad (۱۴)$$

در این حالت با انجام ساده‌سازی، مشتق تابع لیاپانوف (۱۱) را می‌توان به‌صورت رابطه (۱۵) نوشت:

$$\dot{V} = -v_0 e_1 - k_1 \omega_0 \sin e_4 - k_2 e_3^2 - k_3 e_5^2 \quad (۱۵)$$

مشاهده می‌شود که دو ترم آخر معادله فوق، منفی معین بودن مشتق تابع لیاپانوف را تأمین می‌کنند، ولی دو ترم اول نیاز به پایدارسازی دارند. برای به‌دست آوردن ضرایب پایدارساز، اغتشاشات خارجی مجازی δv و $\delta \omega$ تعریف می‌شود که به‌ترتیب برابر با اختلاف بین سرعت خطی واقعی و سرعت خطی مطلوب و اختلاف بین سرعت زاویه‌ای واقعی و سرعت زاویه‌ای مطلوب در صفحه افقی می‌باشد. این پارامترها به صورت (۱۶) به ورودی‌های کنترلی اضافه می‌شوند:

پیدا کردن کمترین مقدار $\mu^* \geq 0$ به طوری که برای هر $\mu^* \leq \mu$ وجود داشته باشد، یک فیدبک حالت $u = u(x)$ که بهره L_2 (L2-gain) از d به z کمتر یا مساوی μ شود، به طوری که:

$$\int_0^t \|z\|_2^2 dt \leq \mu^2 \int_0^t \|d\|_2^2 dt \quad (22)$$

در صورتی که تابع هزینه برای مسئله کنترل بهینه به شکل (۲۳) تعریف شود:

$$J = \int_0^\infty (q(x) + u^T R(x) u) dx, \quad q(x) \geq 0, \quad R(x) > 0 \quad (23)$$

آنگاه سیگنال کنترل بهینه $u^*(x)$ برای سیستم فوق محاسبه می‌شود، هرگاه حل هموار $V(x)$ با $V(0) = 0$ طبق معادله با مشتقات جزئی (۲۴) (معادله HJI) وجود داشته باشد:

$$L_f V + \frac{1}{4} \left\{ \frac{\|L_{g_2} V\|^2}{\mu^2} - (L_{g_1} V) R^{-1} (L_{g_1} V)^T \right\} + q = 0 \quad (24)$$

که در آن $L_{g_1} V = \frac{\partial V(x)}{\partial x} g_1(x)$ ، $L_f V = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x)$ و $L_{g_2} V = \frac{\partial V(x)}{\partial x} g_2(x)$ اصطلاحاً به توابع Lie مشهور هستند. از آنجایی که حل معادله غیرخطی HJI پیچیده است، رهیافت بهینگی معکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد (همان‌گونه که در مقدمه ذکر گردید)، به‌گونه‌ای که در این راهکار با دانستن پاسخ بهینه، مسئله بهینه‌سازی متناسب با آن طرح می‌شود. لذا با فرض معلوم بودن توابع q و R ، معادله (۲۴) برحسب $L_{g_1} V$ حل شده و در نهایت، کنترل‌کننده فیدبک بهینه به فرم (۲۵) حاصل می‌گردد:

$$u^* = -\frac{1}{2} R^{-1} (L_{g_1} V)^T \quad (25)$$

بنابراین با مراجعه مجدد به سیستم دینامیک مجازی (۱۹)، ابتدا با تعریف بردار خطای $e = [e_1 \quad k_1 \sin e_4]^T$ ، با استفاده از (۱۷) و (۲۰) و با توجه به $L_f V = 0$ و $L_{g_1} V = -e$ فرم معادله (۲۴) را به دست می‌آوریم. لذا خواهیم داشت:

$$\frac{1}{4} \left\{ \frac{\|e\|^2}{\mu^2} - e^T R^{-1} e \right\} + q = 0 \quad (26)$$

$$\dot{V} = -(v_0 + \delta v) e_1 - k_1 (\omega_0 + \delta \omega) \sin e_4 \quad (16)$$

با مقایسه با رابطه (۱۷):

$$\dot{V} = \dot{e}_1 e_1 + k_1 \dot{e}_4 \sin e_4 \quad (17)$$

چنین بر می‌آید که عبارت فوق می‌تواند مشتق تابع لیاپانوفی به فرم (۱۸) باشد:

$$V = \frac{1}{2} e_1^2 + k_1 (1 - \cos e_4) \quad (18)$$

لذا به منظور تولید پارامترهای اغتشاشی مجازی و مقایسه دو عبارت (۱۶) و (۱۷)، سیستم دینامیک مجازی به صورت (۱۹) ساخته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_0 - \delta v \\ -\omega_0 - \delta \omega \end{bmatrix} \equiv F + g_1 u_0 + g_2 d_0 \quad (19)$$

که در آن

$$F \equiv 0, \quad g_1 = g_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$d_0 \equiv [\delta v \quad \delta \omega]^T, \quad u_0 = [v_0 \quad \omega_0]^T$$

است. در ادامه به معرفی روش موردنظر پرداخته می‌شود.

روش H_∞ غیرخطی

معادله دینامیکی سیستم غیرخطی هموار با مرتبه n را که توسط اغتشاشات نامعلوم تحت تأثیر قرار می‌گیرد به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g_1(x) u + g_2(x) d \\ z &= h(x) \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن u بردار ورودی کنترل، d بردار اغتشاشات ورودی، $h(x)$ بردار خطای کنترلی و x بردار حالت است. در صورتی که بردار حالت x به عنوان اندازه‌گیر در نظر گرفته شود، آنگاه مسئله H_∞ بهینه عبارتست از:

با انتخاب مناسب توابع R و q به صورت (۲۷) و (۲۸) (به طوری که معادله (۲۴) ارضا شود):

$$R = \left(\frac{l}{\mu^2} + K\right)^{-1} \quad (27)$$

$$q = \frac{1}{4} s^T K s, \quad K = K^T > 0 \quad (28)$$

آنگاه کنترل کننده پایدار ساز بر اساس بهینگی معکوس مطابق (۲۹) به دست می آید:

$$u_0 = -\frac{1}{2} R^{-1} (L_{g_2} V)^T = \frac{1}{2} R^{-1} s = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\mu^2} + K\right) s \quad (29)$$

این فرامین پایدار ساز به فرامین (۱۲) اضافه می شوند، به طوری که جایگزین v_0 و ω_0 شوند. با در نظر گرفتن روابط بین معادلات فوق، به تحلیل پایداری بازگشته و تابع لیاپانوف فوق مجدداً بازنویسی می شود. طبق معادله (۱۷) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T (u_0 + d_0) = \\ & \left(u_0 - \frac{1}{2} R^{-1} s\right)^T R \left(u_0 - \frac{1}{2} R^{-1} s\right) - q - u_0^T R u_0 \\ & - \mu^2 \left\| d_0 + \frac{s}{2\mu^2} \right\|^2 + \mu^2 \|d_0\|^2 \end{aligned} \quad (30)$$

همچنین مطابق ساختار بهینگی معکوس در L_2 -gain (مطابق (۲۲) و (۲۳))، نشان داده می شود که ورودی کنترلی فوق، یک جواب بهینه است که تابع هزینه (۳۱) را مینیمم می کند [۴-۲]:

$$J = \sup_{d_0 \in \mathcal{L}^2} \left\{ \int_0^t (q + u_0^T R u_0) dt + V(t) - \mu^2 \int_0^t \|d_0\|^2 dt \right\} \quad (31)$$

از آنجا، نامساوی (۳۲) نیز حاصل می گردد:

$$\int_0^t (q + u_0^T R u_0) dt + V(t) \leq \mu^2 \int_0^t \|d_0\|^2 dt + V(0) \quad (32)$$

و در نهایت مطابق مرجع [۲۲] نامساوی اتلاف انتگرالی^۹ به صورت (۳۳) حاصل می شود:

$$V(t) - V(0) \leq \mu^2 \int_0^t \|d_0\|^2 dt - \int_0^t (q + u_0^T R u_0) dt \quad (33)$$

اثبات رابطه فوق در مرجع [۲۲] آمده است. بنابراین با اتخاذ سیاست کنترلی فوق، ورودی کنترل کننده طراحی گردید، به گونه ای که نه تنها پایداری لیاپانوفی را برقرار می نماید، بلکه حذف اغتشاشات را نیز به صورت بهینه انجام می دهد.

نتایج شبیه سازی

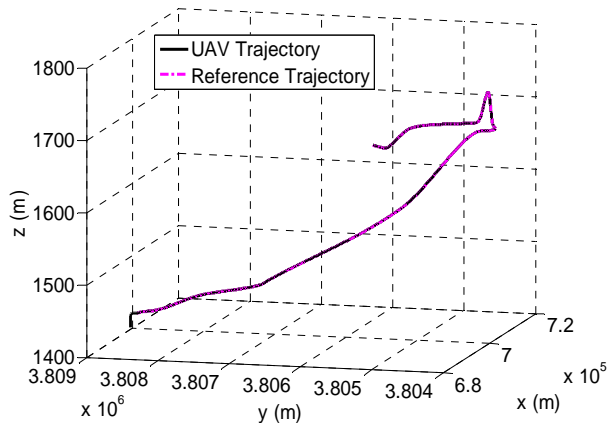
در شکل های ۲ تا ۹ نتایج شبیه سازی بر اساس یک مسیر پروازی مرجع برای یک پرنده بدون سرنشین نشان داده شده است که در آن، شرایط اولیه با ۱۰۰ متر خطای اولیه در راستای محور Y و ۲۰ متر خطای اولیه در راستای محور Z در نظر گرفته شده است. در شکل ۲ ردگیری مسیر نامی به صورت سه بعدی و برای وضوح بیشتر در شکل های ۳ و ۴ به صورت دوبعدی و به ترتیب در صفحات XY و XZ نشان داده شده است که نشان از ردگیری مناسب مسیر پروازی توسط پرنده مورد نظر است. مطابق شکل ۳ و ۴، علیرغم این که شرایط اولیه به صورت خطا دار مورد استفاده قرار گرفته، جبران خطای مزبور و دنبال نمودن کامل مسیر با صفر نمودن خطا به وضوح دیده می شود.

در شکل ۵ تغییرات سرعت پرنده و در شکل ۶ تغییرات زاویه مسیر پروازی (γ) نسبت به مقادیر مطلوب آن ها و در شکل ۷ تغییرات زاویه سمت (ψ) نشان داده شده است. همچنین دیده می شود که زاویه سمت، تغییراتی متناسب با مسیر از خود نشان داده است. در شکل ۸ تغییرات خطاهای e_1 تا e_4 نشان داده شده است که نشان از عملکرد مطلوب فرامین هدایتی و ردگیری مسیر توسط پرنده مورد نظر دارد.

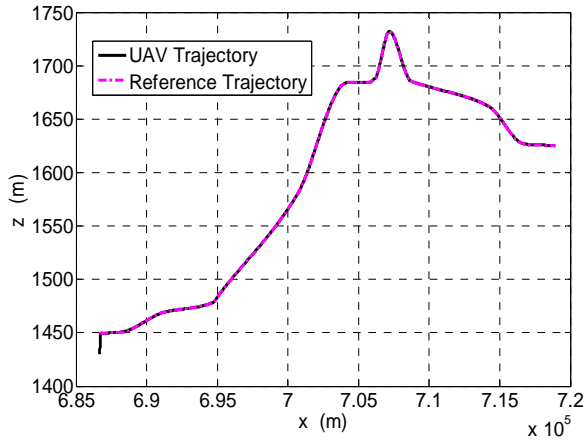
تحلیل نتایج حاصل از خطای شرایط اولیه

به منظور بررسی پایداری سیستم حلقه بسته در برابر نامعینی در شرایط اولیه، آزمون مونت کارلو انجام می گیرد. برای این منظور، با توجه به این که انحراف معیار خطای ناوبری GPS در پرنده مورد نظر در راستای محورهای X و Y حدود ۲۰ متر و انحراف معیار خطای ارتفاع سنج حدود ۱۰ متر است، شرایط اولیه در راستاهای مزبور حول مسیر نامی به صورت تصادفی تولید شده و شبیه سازی ۱۰۰ بار تکرار می شود.

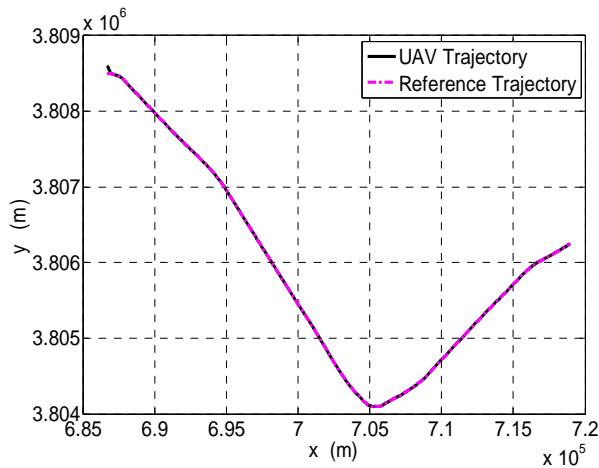
نتایج حاصله در شکل های بعدی حاصل شده است. در شکل ۹ ردگیری مسیر نامی به صورت سه بعدی و برای وضوح بیشتر، ۱۰ ثانیه اول شبیه سازی نمایش داده شده است.



شکل ۲- نمودار سه بعدی ردگیری مسیر نامی توسط پرنده بدون سرنشین



شکل ۳- نمودار دوبعدی ردگیری مسیر نامی در صفحه XZ



شکل ۴- نمودار دوبعدی ردگیری مسیر نامی در صفحه XY

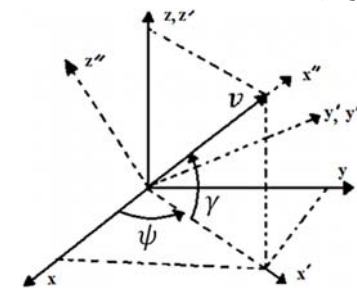
شکل‌های ۱۰ و ۱۱، صورت دوبعدی مسیر را به ترتیب در صفحات XZ و XY نشان می‌دهد. دیده می‌شود که علی‌رغم وجود اغتشاش و عدم قطعیت در شرایط اولیه، پس از مدت کوتاهی، سیستم پایدار شده و خطای ردگیری به سمت صفر متمایل شده است. این مسئله در شکل ۱۳ نیز دیده می‌شود. شکل‌های ۱۲، ۱۴ و ۱۵ نیز نشان‌دهنده ردگیری مناسب پارامترهای مورد نظر و همچنین مقاومت پرنده در مقابل عدم قطعیت‌های موجود است.

نتیجه‌گیری

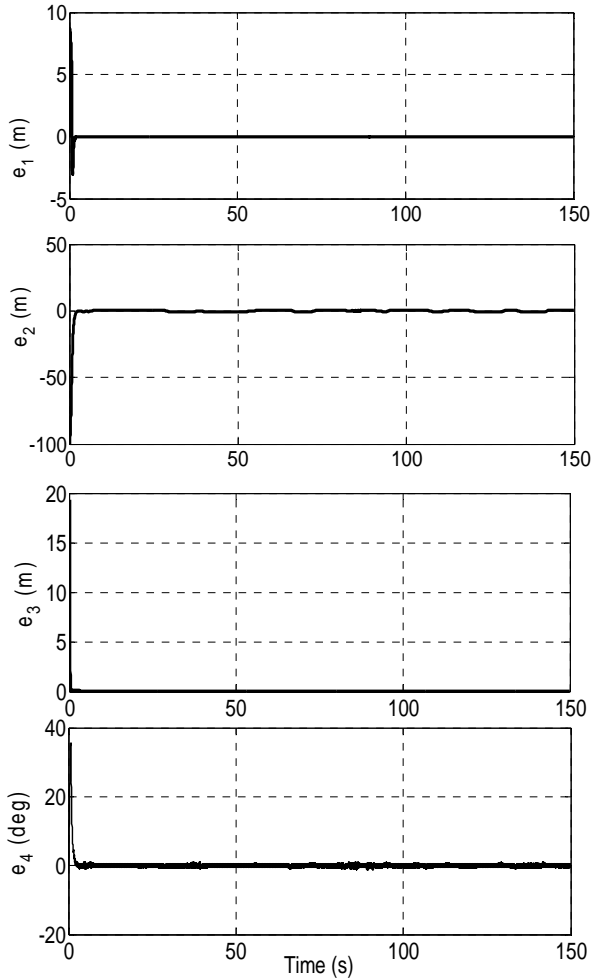
در این تحقیق، مسئله هدایت ردگیری مسیر یک پرنده بدون سرنشین مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به این که مسیر مرجع به کار رفته طبق مراجع [۱۸] و [۱۹] براساس ارضاء قیود دینامیکی پرنده مزبور طراحی شده است، لذا بدون استفاده از مدل دینامیکی و پیچیده کردن مدل و صرفاً استفاده از مدل سینماتیک خطای ردگیری مسیر و رویکرد پایداری لیاپانوف، مبادرت به تولید دستوره‌های هدایت پرنده برای حداقل کردن خطاهای مذکور و ردگیری مسیر شد. در ادامه بخشی از پارامترهای تابع لیاپانوف (ارتفاع و زاویه سمت) به صورت نمای پایدار گردید و بخش دیگر (سرعت پرنده و سرعت زاویه‌ای سمت) به صورت ترم‌های اغتشاشی تعریف و در قالب یک سیستم مجازی جداگانه، از روش H_∞ غیرخطی برای حذف ترم‌های اغتشاشی و در نهایت، پایداری کل سیستم استفاده شد. نتایج حاصله، نشان از ردگیری مناسب مسیر با به کارگیری روش فوق دارد.

لازم به ذکر است که مسیر مرجع در نظر گرفته شده، جزو مسیرهای کاربردی و واقعی در حضور عوارض زمینی محسوب می‌شود و لذا ردگیری چنین مسیری خود نشان از قابلیت الگوریتم ارائه شده دارد.

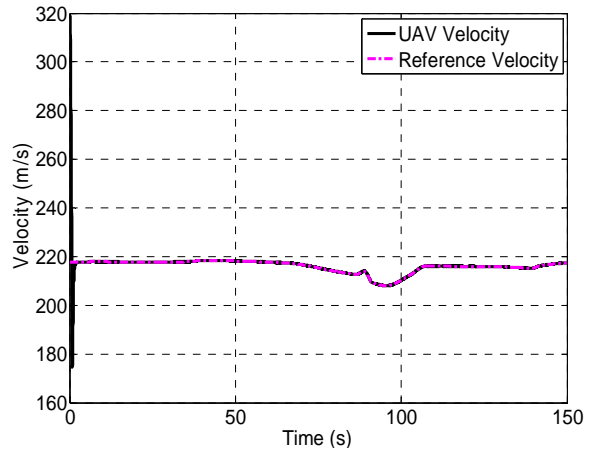
شکل‌ها و نمودارها



شکل ۱- مختصات بردار سرعت وسیله پرنده

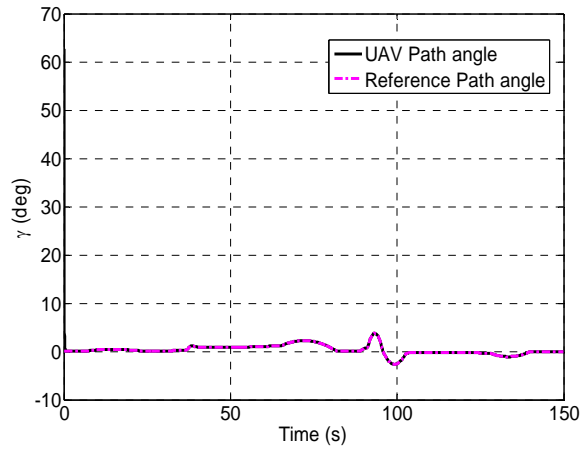


شکل ۸- تغییرات خطا بر حسب زمان

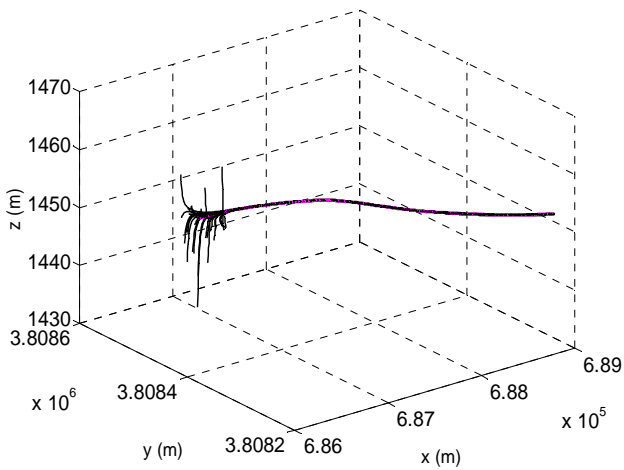


شکل ۵- نمودار تغییرات سرعت با زمان در مقایسه با مقدار مطلوب

آن

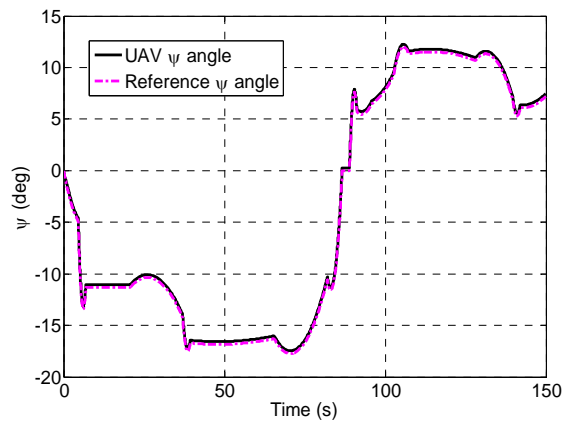


شکل ۶- تغییرات زاویه γ با زمان در مقایسه با مقدار مطلوب آن

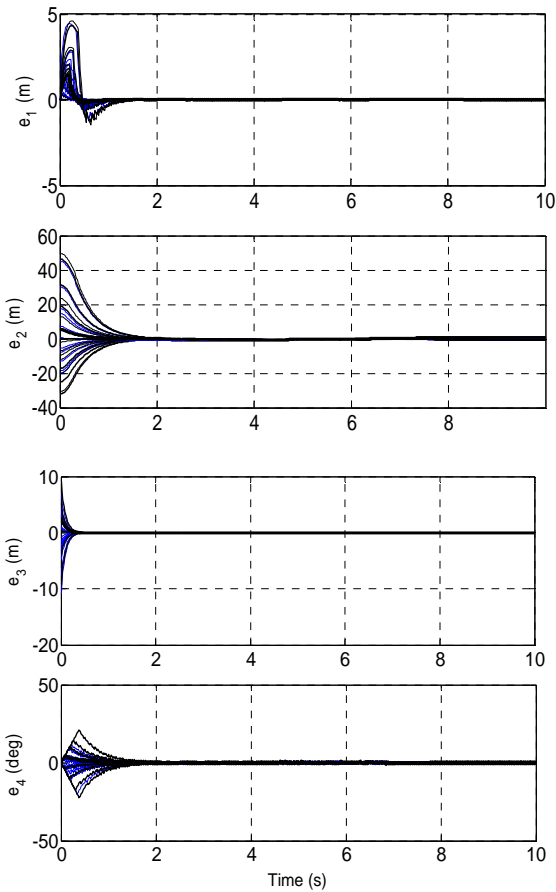


شکل ۹- نمودار سه بعدی ردگیری مسیر نامی توسط پرنده بدون

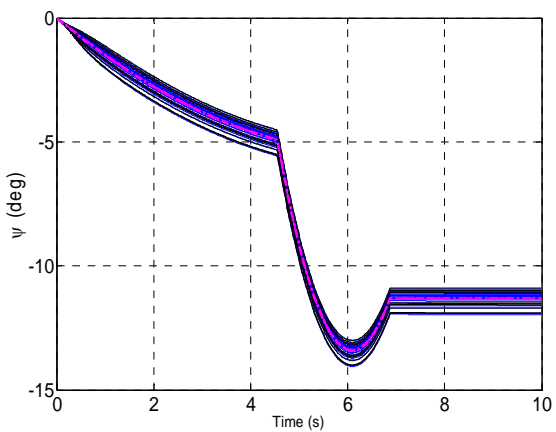
سرنشین (به ازای شرایط اولیه مختلف)



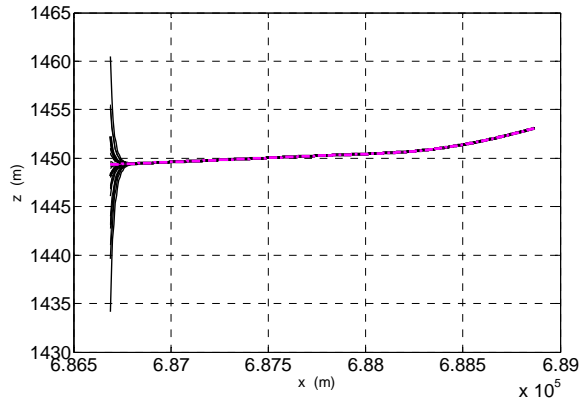
شکل ۷- تغییرات زاویه ψ با زمان در مقایسه با مقدار مطلوب آن



شکل ۱۳- تغییرات خطا بر حسب زمان
 (به ازای شرایط اولیه مختلف)

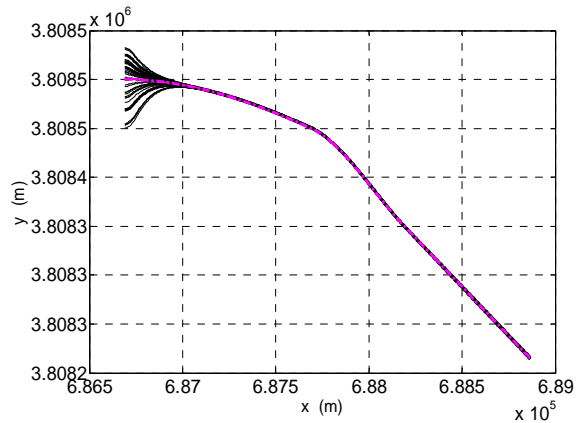


شکل ۱۴- تغییرات زاویه ψ با زمان در مقایسه با مقدار مطلوب آن
 (به ازای شرایط اولیه مختلف)



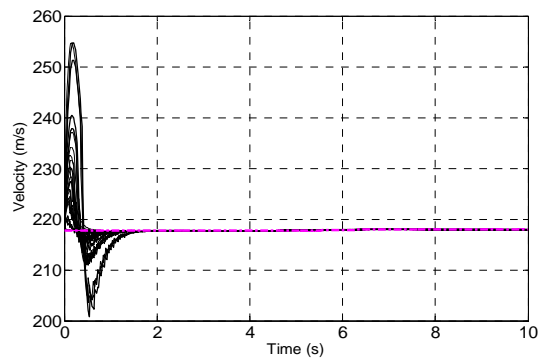
شکل ۱۰- نمودار دوبعدی ردگیری مسیر نامی در صفحه XZ

(به ازای شرایط اولیه مختلف)



شکل ۱۱- نمودار دوبعدی ردگیری مسیر نامی در صفحه XY

(به ازای شرایط اولیه مختلف)



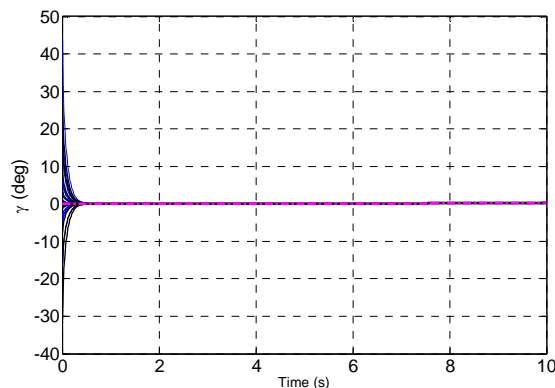
شکل ۱۲- نمودار تغییرات سرعت با زمان در مقایسه با مقدار مطلوب آن
 (به ازای شرایط اولیه مختلف)

پی نوشت

- ۱- Robustness
- ۲- Uncertainty
- ۳- Game Theory
- ۴- Dissipation
- ۵- Hamilton-Jacobi-Isaacs
- ۶- Input-to-State Stable (ISS)
- ۷- Aerial Blimp Robot
- ۸- Passivity
- ۹- Integral Dissipation Inequality

مراجع

- [1] Van der Schaft, A.J., "On a state space approach to nonlinear H_∞ control", Systems & Control Letters, 16(1):1-8, Jan. 1991.
- [2] Van der Schaft, A.J., "L2-gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback H_∞ control", IEEE Transactions on Automatic Control, 37(6):770-784, June 1992.
- [3] Isidori, A., Astolfi, A., "Disturbance attenuation and H_∞ -control via measurement feedback in nonlinear systems", IEEE Transactions on Automatic Control, 37(9):1283-1293, Sept. 1992.
- [4] Ball, J.A., Helton, J.W., " H_∞ -control for nonlinear plants: connection with differential games", Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, pp. 956-962, 1989.
- [5] Abu-Khalaf, M., Lewis, F.L., Huang, J., "Hamilton-Jacobi-Isaacs formulation for constrained input nonlinear systems", In 43rd IEEE Conference on Decision and Control, volume 5, pages 5034-5040, 2004.
- [6] Aliyu, M.D.S., "An approach for solving the Hamilton-Jacobi-Isaacs equation (HJIE) in nonlinear H_∞ control", Automatica, 39(5):877-884, 2003.
- [7] Huang, J., Lin, C.F., "Numerical approach to computing nonlinear H_∞ control laws", Journal of Guidance, Control and Dynamics, 18(5):989-994, Sept.-Oct. 1995.
- [8] Ferreira, H.C., Rocha, P.H., Sales, R.M., "Nonlinear H_∞ control and the Hamilton-Jacobi-Isaacs equation", Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11, 2008.
- [9] Freeman, R.A., Kokotovic, P.V., "Inverse optimality in robust stabilization", SIAM Journal of Control and Optimization, 34, 1365-1391. 1996.

شکل ۱۵- تغییرات زاویه γ با زمان در مقایسه با مقدار مطلوب آن

(به ازای شرایط اولیه مختلف)

فهرست علائم لاتین

- v : سرعت وسیله پرنده
 ψ : زاویه سمت
 γ : زاویه مسیر پروازی
 ω : سرعت زاویه‌ای سمت
 V : تابع لیاپانوف
 v_0 : پایدارساز دستور سرعت
 ω_0 : پایدارساز دستور سرعت زاویه‌ای
 u_0 : بردار کنترل پایدارساز
 δv : ورودی اغتشاش مجازی سرعت
 $\delta \omega$: ورودی اغتشاش مجازی سرعت زاویه‌ای
 d_0 : بردار پارامترهای اغتشاشی
 F : ماتریس حالت
 g : ماتریس اغتشاش
 e : بردار خطا
 J : تابع هزینه

زیرنویس‌ها

- r : سیگنال مرجع
 c : سیگنال دستور

بالانویس‌ها

- T : ترانهاده ماتریس

- [10] Ornelas, F., Sanchez, E.N., Loukianov, A.G., "Discrete-time Nonlinear Systems Inverse Optimal Control: A Control Lyapunov Function Approach", IEEE International Conference on Control Applications (CCA), Part of 2011 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Denver, CO, USA. September 28-30, 2011.
- [11] Ruiz-Cruz, R., Sanchez, E.N., Ornelas-Tellez, F., Loukianov, A.G., Harley, R.G., "Particle Swarm Optimization for Discrete-Time Inverse Optimal Control of a Doubly Fed Induction Generator", IEEE Transactions on Cybernetics, VOL. 43, NO. 6, December 2013.
- [12] Movric, K.H., Lewis, F.L., "Cooperative Optimal Control for Multi-Agent Systems on Directed Graph Topologies", IEEE Transactions on Automatic Control, VOL. 59, NO. 3, 2014.
- [13] Luo, W., Chu, Y., Ling, K., "Inverse Optimal Adaptive Control for Attitude Tracking of Spacecraft", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, NO. 11, November 2005.
- [14] Choi, Y., Chung, W.K., Suh, H., "Performance and H_∞ Optimality of PID Trajectory Tracking Controller for Lagrangian Systems", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, NO. 6, December 2001.
- [15] Pukao, T., Kanzawa, T., Osuka, K., "Inverse Optimal Tracking Control of an Aerial Blimp Robot", 5th International Workshop on Robot Motion and Control, June 23-25, 2005.
- [16] Ornelas, F., Sanchez, E.N., Loukianov, A.G., "Discrete-time Inverse Optimal Control for Nonlinear Systems Trajectory Tracking", 49th IEEE Conference on Decision and Control, December 15-17, 2010.
- [17] Raffo, G.V., Ortega, M.G., Rubio, F.R., "An Integral predictive /nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter", Journal of Automatica, vol. 26, pp. 29-39, 2010.
- [18] Zardashti, R., Bagherian, M., "A new model for optimal TF/TA flight path design problem", The Aeronautical Journal, Vol. 113 No. 1143, 301-308, May 2009.
- [19] Zardashti, R., Nikkhah, A.A., Yazdanpanah M.J., "Constrained optimal terrain following/threat avoidance trajectory planning using network flow", The Aeronautical Journal, Vol. 118 No. 1203, May 2014.
- [20] Stevens, B.L., Lewis, F.L., "Aircraft Control and Simulation", 2nd ed., John Wiley & Sons, 2003.
- [21] Khalil, H.K., "Nonlinear Systems", 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2003.
- [22] Aliyu, M.D.S., "Nonlinear H_∞ -Control, Hamiltonian Systems and Hamilton-Jacobi Equations", by Taylor and Francis Group, LLC, CRC Press, 2011.

