

## بررسی تأثیر آسیب بال بر عملکرد و دینامیک یک هواپیما

اسدی<sup>۱</sup>، داود، سبزه‌پرور<sup>۲</sup>، مهدی، طالبی<sup>۳</sup>، حیدرعلی و عباسی<sup>۴</sup>، حامد

۱- دانشکده مهندسی هوافضا- دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- دانشکده مهندسی هوافضا- دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۴- دانشکده مهندسی هوافضا- دانشگاه هوایی شهید ستاری

( دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۳/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۳/۲۲ )

### چکیده

هنگامی که یک هواپیما دچار آسیب می‌شود، پارامترهای سیستم بسته به محل و میزان آسیب، به شدت تغییر می‌کند و در صورت قابل توجه بودن این تغییرات، اتوپیلوت قادر به کنترل هواپیما نمی‌باشد. شناخت پکت پروازی و محدودیت‌های عملکردی هواپیمای آسیب‌دیده از الزامات اولیه برای بازیابی آن می‌باشد. در این مقاله پکت پروازی مانوری یک هواپیما با بال آسیب‌دیده در ارتفاعات مختلف پروازی و میزان آسیب‌های مختلف استخراج شده و پایداری در شرایط مختلف پروازی در داخل پکت پروازی مورد بررسی قرار گرفته‌است. همچنین از تحلیل بردارهای ویژه هواپیمای آسیب‌دیده برای نشان دادن تأثیر آسیب بر مودهای حرکتی و خوش‌دستی هواپیما و کوپلینگ بین کانال‌های طولی و عرضی استفاده می‌شود. مجموع تحلیل‌های فوق درک کاملی از تأثیر آسیب بال بر روی عملکرد و دینامیک هواپیما ایجاد می‌کند که برای ادامه پرواز و نشست ایمن هواپیمای آسیب‌دیده ضروری است.

**واژه‌های کلیدی:** هواپیمای آسیب‌دیده پکت پروازی، شرایط تریم، مودهای حرکت

### مقدمه

(دم) یا سطوح کنترلی هواپیما، منجر به مرگ انسان‌های زیادی می‌شود. آسیب دیدگی سطوح برآزا (بال یا دم) در بیش‌تر موارد منجر به شرایط غیر قابل کنترل برای خلبان تبدیل می‌شود و تنها در مواردی نادر، با مهارت خلبان از درک دینامیک جدید هواپیما، فرود ایمن حاصل شده‌است [۲]. بر اساس آمار، بیش‌ترین تعداد کشته ناشی از سوانح پروازی مربوط به مواردی است که خلبان قادر به کنترل هواپیما نیست [۳].

در واقع در صورت آسیب هواپیما، مهم‌ترین چالش خلبان، آگاهی از ویژگی‌های عملکردی جدید هواپیما و پکت پروازی و محدودیت‌های کنترلی دینامیک جدید هواپیما می‌باشد. از دیگر

در ۲۲ نوامبر ۲۰۰۳، یک هواپیمای Airbus A300 متعلق به خطوط هوایی DHL از فرودگاه بین‌المللی عراق بلند می‌شود. مدتی پس از اوج‌گیری هواپیما و دورشدن از باند، خدمه پرواز نیروی ناشی از برخورد و انفجار یک موشک SA\_7 به هواپیما را احساس می‌کنند که منجر به از دست رفتن قسمتی از بال چپ (نوک بال نزدیک لبه فرار) هواپیما شد که البته خدمه پرواز با گذشت زمان بر کنترل مجدد هواپیما مسلط شده و توانستند مسیری جهت بازگشت به باند را طرح‌ریزی نمایند [۱]. اگر چه این نوع حوادث چندان معمول نمی‌باشد ولی در صورت بروز، به خصوص در صورت از دست دادن قسمتی از سطوح برآزا (بال یا

۱- دانشجوی دکتری، تلفن: ۶۶۶۹۰۰۶۹، پست الکترونیکی: davoodasadi@aut.ac.ir

۲- دانشیار

۳- استاد

عوامل تأثیرگذار در تصمیم‌گیری نادرست خلبان، ترس و فشار بالای کاری در لحظه رخداد خطا می‌باشد [۴].

تعیین مجموعه نقاط تعادل قابل دستیابی<sup>۱</sup> یا شرایط حالت پایای<sup>۲</sup> یک سیستم در علوم مهندسی دارای اهمیت زیادی است [۵]. در واقع مجموعه نقاط قابل دستیابی که مجموعه شرایط تریم هواپیما در شرایط مختلف پروازی می‌باشد، پاکت پروازی هواپیما را تشکیل می‌دهد [۶]. Goman با استخراج شرایط تریم، مانورپذیری و عملکرد هواپیمای مورد نظر (بدون آسیب) را در مسیرهای مخروطی استخراج نمود. علاوه بر این با خطی‌سازی مدل در شرایط مختلف پروازی و بررسی نوع پایداری در آن شرایط، پایداری انشعاب<sup>۳</sup> را در برخی مانورها بررسی کرد [۷]. Chakraborty با استفاده از مدل چندجمله‌ای برای یک هواپیما به آنالیز غیرخطی مدل و تخمین ناحیه جذب<sup>۴</sup> در نقاط تریم پرداخت. او برای این منظور نقاط تریم هواپیما را در شرایط مختلف پروازی استخراج نمود [۸]. در کارهای مختلف انجام شده برای استخراج شرایط پایای هواپیما از روش‌های مختلفی استفاده شده است. Goman شرایط تریم را با حل معادلات غیرخطی با روش عددی نیوتن رافسون [۷] استخراج نمود. Marco شرایط پایای هواپیما در مانورهای مختلف پروازی را با حل عددی معادلات و مینیمم‌سازی تابع هزینه معرفی شده، بدست آورد [۹]. Kampen از روش آنالیز بازه‌ای برای استخراج شرایط تریم هواپیما با استفاده از معادلات غیرخطی استفاده نموده است [۱۰].

در سال‌های اخیر، ناسا به شدت درگیر برنامه ایمنی هوایی برای اطمینان از بازیابی و کنترل هواپیما در شرایط اضطراری (شامل آسیب) می‌باشد. در همین راستا در زمینه استخراج ضرایب آیرودینامیکی برای هواپیمای آسیب‌دیده بر پایه هواپیمای GTM (Generalized Transport Model) که در واقع مدل مقیاس ۵.۵٪ از هواپیمای B-757 می‌باشد، کارهای عددی و همچنین تست‌های تونل باد انجام شده است. Ouellette [۱۱] ضرایب آیرودینامیکی هواپیمای آسیب‌دیده مورد نظر را با استفاده از کد Vortex Lattice استخراج نمود و برای اعتبارسنجی ضرایب استخراج شده از کد، مقادیر را با تست‌های تونل باد انجام شده توسط Shah بر روی GTM، مقایسه نموده است [۱۲]. در راستای پروژه مذکور، Nguyen و همکاران در کارهای مختلف خود به طراحی کنترلر تطبیقی برای هواپیمای آسیب‌دیده پرداخته‌اند [۱۳-۱۴]. همچنین Atkins و همکاران برای

هواپیمای آسیب‌دیده مسیرهای ایمن، منطبق بر دینامیک جدید هواپیمای آسیب‌دیده جهت نشست در محل مطلوب طراحی نموده‌اند [۱۵]. البته در کارهای فوق از آنالیز تریم برای استخراج مدل خطی هواپیمای آسیب‌دیده برای طراحی کنترلر و استخراج شرایط پروازی امکان‌پذیر در طراحی مسیر، استفاده شده است.

هدف اصلی در این مقاله بررسی تأثیر آسیب بر عملکرد، پاکت پروازی و مودهای حرکتی یک هواپیمای آسیب‌دیده (GTM) می‌باشد. موارد بیان شده در بالا بر اساس مدل کاملاً کوپله و غیرخطی هواپیمای آسیب‌دیده با لحاظ کردن تغییرات محل مرکز جرم و ممان اینرسی در معادلات حرکت استخراج می‌شود. نتایج کلی استخراج شده در این تحقیق قابل تعمیم به هواپیما با آسیب مشابه می‌باشد. بر همین اساس پس از مقدمه، به مدل‌سازی هواپیمای آسیب‌دیده پرداخته می‌شود و سپس پاکت پروازی هواپیمای آسیب‌دیده استخراج می‌شود. در بخش بعد، محدوده ایمن نشست هواپیمای مورد نظر برای آسیب مشخص، بدست می‌آید و در نهایت با استفاده از آنالیز مقادیر ویژه، کوپلینگ کانال‌های طولی و عرضی ناشی از آسیب مورد بررسی قرار می‌گیرد و مهم‌ترین نتایج، ارائه می‌شوند.

#### مدل‌سازی هواپیمای آسیب‌دیده

با توجه به متقارن بودن هواپیما نسبت به خط مرجع طولی، حرکت طولی آن متقارن می‌باشد. علاوه بر این حرکت طولی و عرضی به دلیل تقارن، غیرکوپل می‌باشد. در صورتی که هواپیما دچار آسیب گردد، ممکن است بسته به محل آسیب‌دیدگی، شرایط تقارن برقرار نباشد. عدم تقارن در سازه هواپیما ناشی از آسیب باعث کوپلینگ حرکت طولی و عرضی می‌شود. در مواردی که هواپیما دچار آسیب‌دیدگی سازه‌ای می‌شود (از دست دادن قسمتی از بال)، علاوه بر تغییرات در ضرایب آیرودینامیکی که منجر به تغییر پارامترهای سیستم می‌شود، محل مرکز جرم هواپیما تغییر می‌کند. علاوه بر این مقادیر وزن و ممان اینرسی هواپیما نیز تغییر می‌کند به‌گونه‌ای که در ماتریس ممان اینرسی، مقادیر صفر ممان اینرسی ناشی از تقارن، غیر صفر می‌شود.

#### دینامیک پرواز هواپیمای نامتقارن

با توجه به تغییر مکان مرکز جرم و ممان اینرسی هواپیما و ایجاد یک شکل نامتقارن در اثر آسیب، معادلات هواپیما پیچیده

که در آن  $m^*$ ، جرم هواپیمای نامی و  $\Delta m$ ، تغییر جرم هواپیما در اثر آسیب می‌باشد. با فرض اینکه جرم هواپیما هنگام رویداد آسیب، به صورت لحظه‌ای تغییر کند، بردار نیرو به صورت زیر خواهد بود:

$$F_B = m \frac{dv}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \Delta r + m\omega \frac{d\Delta r}{dt} - W \quad (3)$$

که در رابطه فوق،  $\frac{d\Delta r}{dt}$  سرعت مرکز جرم نسبت به مرکز جرم نامی می‌باشد که با فرض کوچک بودن آن نسبت به سرعت هواپیما می‌توان از آن چشم پوشی کرد. با انتقال بردار نیرو از دستگاه بدنی به دستگاه مرجع زمینی مطابق رابطه (۴) داریم:

$$F = F_B + m\omega \times v \quad (4)$$

با درنظرگرفتن رابطه (۴) و بسط معادلات نیرو، معادلات شتاب‌های خطی به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$m(\ddot{u} - rv + qw) + m\Delta z \dot{q} - m\Delta y \dot{r} + m\Delta z pr + m\Delta y pq - m\Delta x q^2 - m\Delta x r^2 = F_{xGravity} + F_{x,A,T} \quad (5)$$

$$m(\ddot{u} - rv + qw) + m\Delta z \dot{q} - m\Delta y \dot{r} + m\Delta z pr + m\Delta y pq - m\Delta x q^2 - m\Delta x r^2 = F_{xGravity} + F_{x,Aero} m(\dot{v} + ru - pw) - m\Delta z \dot{p} + m\Delta x \dot{r} + m\Delta z qr + m\Delta x pq - m\Delta y p^2 - m\Delta y r^2 = F_{yGravity} + F_{yAero} \quad (6)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) + m\Delta y \dot{p} - m\Delta x \dot{q} + m\Delta x pr + m\Delta y rq - m\Delta z p^2 - m\Delta z q^2 = F_{zGravity} + F_{zAero} \quad (7)$$

ترم‌های شتاب‌های خطی ظاهر شده در معادلات (۷-۵)، ناشی از تغییر محل مرکز جرم هواپیمای آسیب‌دیده می‌باشد. بنابراین با توجه به معادلات فوق، شتاب‌های خطی هواپیمای نامتقارن با شتاب‌های زاویه‌ای کوپل می‌باشد.

### شتاب زاویه‌ای

بر اساس قانون بقای مومنتوم زاویه‌ای در دستگاه بدنی:

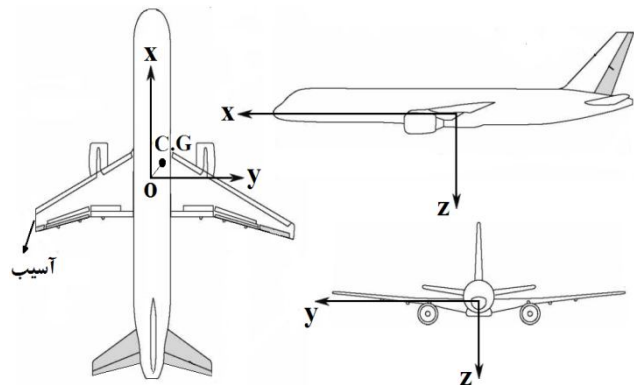
$$H_B = \int [r \times (\omega \times r)] dm + \int (r \times v) dm \quad (8)$$

با قرار دادن  $r = \bar{r} + \Delta r + \Delta r r = \bar{r} + \Delta r$  در رابطه (۸) و بسط معادله مربوطه:

$$H_B = I\omega + m\Delta r \times v \quad (9)$$

می‌شوند. Gregory، با استخراج معادلات حرکت نسبت به یک نقطه دلخواه بر این مشکل غلبه کرد. او معادلات حرکت را با درنظر گرفتن نقطه‌ای دلخواه به عنوان مرکز جرم، استخراج نمود [۱۵].

برای استخراج معادلات هواپیمای آسیب‌دیده، مرکز جرم مرجع که در واقع مرکز جرم هواپیمای نامی (بدون آسیب) می‌باشد در نقطه  $(x_0, y_0, z_0)$  در نظر گرفته می‌شود. برای داشتن دستگاه مختصات یکسان و همچنین استخراج معادلات به‌گونه‌ای که برای هواپیمای نامی و آسیب‌دیده قابل استفاده باشد، موقعیت مرکز جرم هواپیمای آسیب‌دیده نسبت به مرکز جرم نامی سنجیده می‌شود و تغییرات فاصله آن در دستگاه بدنی مطابق شکل ۱، با  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  نشان داده می‌شود [۱۵].



شکل ۱ - جابجایی مرکز جرم نسبت به مرکز جرم نامی (نقطه O)

### شتاب خطی

با فرض صاف بودن زمین و صلب بودن هواپیما، معادلات نیروی هواپیما در دستگاه بدنی به صورت زیر می‌باشد:

$$F_B = m \frac{dv}{dt} + \frac{d}{dt} (\omega \times \int r dm) - W \quad (1)$$

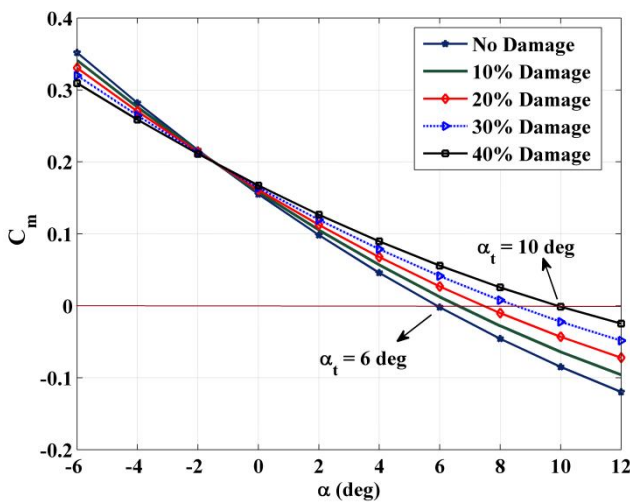
که در آن  $W = mg[-\sin\theta \cos\theta \sin\phi \cos\theta \cos\phi]$  بردار نیروی وزن و  $W = mg[-\sin\theta \cos\theta \sin\phi \cos\theta \cos\phi]$  بردار موقعیت مرکز جرم هواپیما  $\omega = [p \ q \ r]^T$  و  $\omega = [pqr]^T$  بردار موقعیت مرکز جرم هواپیما می‌باشد به‌گونه‌ای که  $\bar{r}$  موقعیت مرکز جرم نامی و  $\Delta r = [\Delta x \Delta y \Delta z]$  جابجایی بردار مرکز جرم در دستگاه بدنی می‌باشد. تغییرات مقدار جرم هواپیما برابر است با:

$$m = m^* + \Delta m \quad (2)$$

آسیب بر روی بال و دم، توسط Shah [۱۲] انجام شده‌است. نتایج کلی از تست‌های تونل باد نشان می‌دهد که از دست دادن درصدی از نوک بال هواپیما که معادل کم شدن ضریب منظری بال ( $AR$ ) می‌باشد، باعث کاهش شیب منحنی برآ ( $C_{L\alpha}$ ) و القا ممان رول (غلتش) می‌شود.

### مدل آیرودینامیکی

برای بررسی تأثیر سه‌بعدی آسیب بر روی هواپیما، کد توسعه یافته توسط ناسا که نیروهای آیرودینامیکی شبه پایا را مدل‌سازی می‌کند، مورد استفاده قرار گرفته‌است [۱۱]. نتایج بدست‌آمده از این روش با نتایج استخراج شده از تونل باد مطابقت دارد. در شکل ۲، دیاگرام تریم هواپیما به ازای آسیب‌های مختلف بال ارائه شده‌است که نشان دهنده کاهش پایداری طولی با افزایش میزان آسیب است. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با افزایش میزان آسیب، راپویه حمله تریم افزایش می‌یابد.



شکل ۲ - دیاگرام تریم در آسیب‌های مختلف بال

نمودار برخی ضرایب آیرودینامیکی بر اساس آسیب بال در بخش ضمیمه (اشکال ۱ و ۲) ارائه شده‌است. در این مقاله، مدل آیرودینامیکی که توسط Lombaerts ارائه شده‌است، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۹]:

$$C_X = C_{X_0} + C_{X_\alpha} \alpha + C_{X_{\alpha^2}} \frac{\alpha^2}{2} + (C_{X_\beta} \beta + C_{X_{\beta^2}} \frac{\beta^2}{2}) + C_{X_{\dot{\beta}}} \dot{\beta} + C_{X_{\dot{\beta}^2}} \frac{\dot{\beta}^2}{2} + C_{X_{\dot{r}}} \dot{r} + C_{X_{\dot{r}^2}} \frac{\dot{r}^2}{2} + C_{X_{\dot{q}}} \dot{q} + C_{X_{\dot{q}^2}} \frac{\dot{q}^2}{2} + C_{X_{\delta_a}} \delta_a + C_{X_{\delta_a^2}} \frac{\delta_a^2}{2} + C_{X_{\delta_e}} \delta_e + C_{X_{\delta_e^2}} \frac{\delta_e^2}{2} + C_{X_{\delta_r}} \delta_r + C_{X_{\delta_r^2}} \frac{\delta_r^2}{2} \quad (14)$$

که در آن  $I$  ماتریس ممان اینرسی نسبت به دستگاه مرجع می‌باشد. برای استخراج معادلات ممان در دستگاه مرجع، از نرخ تغییرات مومنتوم زاویه‌ای استفاده می‌شود:

$$M = \frac{dH_B}{dt} + \omega \times H_B = I \frac{d\omega}{dt} + m\Delta r \times \frac{dv}{dt} + \omega \times I\omega + m\omega \times (\Delta r \times r) \quad (10)$$

با بسط معادله فوق، معادلات زاویه‌ای هواپیما به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{xz}\dot{r} + I_{xy}pr - I_{xz}pq + (I_{zz} - I_{yy})qr + I_{yz}(r^2 - q^2) - m\Delta z(\dot{v} + ru - pw) + m\Delta y(\dot{w} + pv - qu) = L_G + L_{A,T} \quad (11)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{xz}\dot{r} + I_{xy}pr - I_{xz}pq + (I_{zz} - I_{yy})qr + I_{yz}(r^2 - q^2) - mdz(\dot{v} + ru - pw) + mdy(\dot{w} + pv - qu) = L_{Gravity} + L_{Aero} - I_{xy}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} + I_{yz}pq - I_{xy}qr + (I_{xx} - I_{zz})pr + I_{xz}(p^2 - r^2) + mdz(\dot{u} - rv + qw) - mdx(\dot{w} + pv - qu) = M_{Gravity} + M_{Aero} - I_{xy}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} + I_{yz}pq - I_{xy}qr + (I_{xx} - I_{zz})pr + I_{xz}(p^2 - r^2) + mdz(\dot{u} - rv + qw) - m\Delta x(\dot{w} + pv - qu) = M_G + M_{A,T} \quad (12)$$

$$-I_{xz}\dot{p} + I_{yz}\dot{q} + I_{zz}\dot{r} + I_{xz}qr - I_{yz}pr + (I_{yy} - I_{xx})pq + I_{xy}(q^2 - p^2) + m\Delta x(\dot{v} + ru - pw) - m\Delta y(\dot{u} - rv + qw) = N_G + N_{A,T} \quad (13)$$

معادلات (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) ممان‌های اضافی ایجاد شده بر روی هواپیما ناشی از تغییر محل مرکز جرم را به خوبی نشان می‌دهد.

### آیرودینامیک هواپیمای آسیب‌دیده

در اثر آسیب بال، ضرایب آیرودینامیکی هواپیما دچار تغییر قابل توجهی می‌شوند. Woo تأثیر از دست دادن نوک بال و ایلرون را بر روی مشتقات آیرودینامیکی هواپیما، بررسی نمود [۱۷]. Render با انجام تست‌های تونل باد، تأثیر وجود سوراخ بر روی بال را بررسی کرد. نتایج تست‌های تونل باد نشان می‌دهد که در صورت قرار داشتن سوراخ در لبه فرار تأثیر افزایش درگ بیشتر است و با حرکت سوراخ به سمت لبه حمله، نیروی برآ کاهش چشم‌گیری خواهد داشت [۱۸]. همچنین تست‌های تونل باد بسیاری بر روی هواپیمای مدل (GTM) برای بررسی تأثیر انواع

وجود می‌آید. این ضرایب که در هواپیما با شکل متقارن دیده نمی‌شود، در مدل فوق در داخل پیرانتز ارائه شده‌اند. نمونه بارز از این ضرایب جدید، مشتق  $Cl_\alpha$  می‌باشد. به دلیل نامتقارن شدن شکل هواپیما در اثر آسیب بال، یک ممان رول به هواپیما القا می‌شود که این ممان با افزایش زاویه حمله، زیاد می‌شود. مقادیر ضرایب آیرودینامیکی به ازای درصد‌های مختلف آسیب بال به صورت جداول<sup>۵</sup>، در مدل مورد نظر مورد استفاده قرار می‌گیرد به گونه‌ای که مقادیر ضرایب با تغییر میزان آسیب تغییر می‌کنند. جزئیات مربوط به تغییرات ضرایب آیرودینامیکی با آسیب و ایجاد ضرایب آیرودینامیکی جدید در اشکال ۱ تا ۴ ضمیمه مشهود است.

#### پاسخ دینامیکی هواپیمای آسیب دیده

به منظور نشان دادن تأثیر آسیب بر روی دینامیک هواپیما، از شبیه‌سازی هواپیما در حالت تریم استفاده می‌شود. همانطور که در بخش مقدمه بیان شد؛ تحلیل‌های انجام شده جهت بررسی آسیب بال در این مقاله بر روی هواپیمای مدل (GTM) انجام شده‌است. این هواپیما دارای دو موتور جت می‌باشد که نیروی تراست ناشی از هر موتور به صورت یک چندجمله‌ای بر حسب تغییرات دسته گاز مطابق مرجع [۲۳] مدل شده‌است. جزئیات مربوط به مشخصات جرمی و هندسی و همچنین مدل موتور، در بخش ضمیمه ارائه شده‌است.

هواپیمای بدون آسیب در سرعت ۳۵ متربرثانیه و در ارتفاع ۶۵۰۰ متری در حال پرواز با سطوح کنترلی ثابت می‌باشد. پس از گذشت ۱۰۰ ثانیه، آسیب ۵٪ به بال چپ اعمال می‌شود. در واقع پاسخ هواپیما با سطوح کنترلی ثابت، نشان دهنده رفتار ذاتی هواپیما می‌باشد. در شکل ۳ مسیر حرکت هواپیما نشان داده شده‌است. کاهش ارتفاع به دلیل از دست دادن درصدی از بال و القای ممان رول منفی ناشی از عدم تقارن نیروی برآ، منجر به یک مسیر فنری شکل همراه با کاهش ارتفاع می‌شود. با افزایش میزان آسیب افت ارتفاع و ممان رول منفی القا شده افزایش می‌یابد به گونه‌ای که با افزایش آسیب رفتار هواپیما به سرعت به سمت ناپایداری می‌رود.

در شکل ۴، حالت‌های هواپیما ارائه شده‌است. زاویه و نرخ رول منفی القا شده، کاملاً در شکل مشهود می‌باشد ولی با توجه به کوچک بودن میزان آسیب، هواپیما پس از چند ثانیه به حالت‌های تریم جدید می‌رسد. دقت در حالت‌های هواپیما پس از

$$C_Y = C_{Y0} + \left( C_{Y_\alpha} \alpha + C_{Y_{\alpha^2}} \frac{\alpha^2}{2} + C_{Y_{\hat{q}}} \hat{q} + C_{Y_{\hat{q}^2}} \frac{\hat{q}^2}{2} \right) + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\beta^2}} \frac{\beta^2}{2} + C_{Y_{\hat{p}}} \hat{p} + C_{Y_{\hat{p}^2}} \frac{\hat{p}^2}{2} + C_{Y_{\hat{r}}} \hat{r} + C_{Y_{\hat{r}^2}} \frac{\hat{r}^2}{2} + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_a^2}} \frac{\delta_a^2}{2} + C_{Y_{\delta_e}} \delta_e + C_{Y_{\delta_e^2}} \frac{\delta_e^2}{2} + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + C_{Y_{\delta_r^2}} \frac{\delta_r^2}{2} \quad (15)$$

$$C_Z = C_{Z0} + C_{Z_\alpha} \alpha + C_{Z_{\alpha^2}} \frac{\alpha^2}{2} + (C_{Z_\beta} \beta + C_{Z_{\beta^2}} \frac{\beta^2}{2} + C_{Z_{\hat{p}}} \hat{p} + C_{Z_{\hat{p}^2}} \frac{\hat{p}^2}{2} + C_{Z_{\hat{r}}} \hat{r} + C_{Z_{\hat{r}^2}} \frac{\hat{r}^2}{2}) + C_{Z_{\hat{q}}} \hat{q} + C_{Z_{\hat{q}^2}} \frac{\hat{q}^2}{2} + C_{Z_{\delta_a}} \delta_a + C_{Z_{\delta_a^2}} \frac{\delta_a^2}{2} + C_{Z_{\delta_e}} \delta_e + C_{Z_{\delta_e^2}} \frac{\delta_e^2}{2} + C_{Z_{\delta_r}} \delta_r + C_{Z_{\delta_r^2}} \frac{\delta_r^2}{2} \quad (16)$$

$$C_l = C_{l0} + (C_{l_\alpha} \alpha + C_{l_{\alpha^2}} \frac{\alpha^2}{2} + C_{l_{\hat{q}}} \hat{q} + C_{l_{\hat{q}^2}} \frac{\hat{q}^2}{2}) + C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\beta^2}} \frac{\beta^2}{2} + C_{l_{\hat{p}}} \hat{p} + C_{l_{\hat{p}^2}} \frac{\hat{p}^2}{2} + C_{l_{\hat{r}}} \hat{r} + C_{l_{\hat{r}^2}} \frac{\hat{r}^2}{2} + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_a^2}} \frac{\delta_a^2}{2} + C_{l_{\delta_e}} \delta_e + C_{l_{\delta_e^2}} \frac{\delta_e^2}{2} + C_{l_{\delta_r}} \delta_r + C_{l_{\delta_r^2}} \frac{\delta_r^2}{2} \quad (17)$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\alpha^2}} \frac{\alpha^2}{2} + (C_{m_\beta} \beta + C_{m_{\beta^2}} \frac{\beta^2}{2} + C_{m_{\hat{p}}} \hat{p} + C_{m_{\hat{p}^2}} \frac{\hat{p}^2}{2} + C_{m_{\hat{r}}} \hat{r} + C_{m_{\hat{r}^2}} \frac{\hat{r}^2}{2}) + C_{m_{\hat{q}}} \hat{q} + C_{m_{\hat{q}^2}} \frac{\hat{q}^2}{2} + C_{m_{\delta_a}} \delta_a + C_{m_{\delta_a^2}} \frac{\delta_a^2}{2} + C_{m_{\delta_e}} \delta_e + C_{m_{\delta_e^2}} \frac{\delta_e^2}{2} + C_{m_{\delta_r}} \delta_r + C_{m_{\delta_r^2}} \frac{\delta_r^2}{2} \quad (18)$$

$$C_n = C_{n0} + (C_{n_\alpha} \alpha + C_{n_{\alpha^2}} \frac{\alpha^2}{2} + C_{n_{\hat{q}}} \hat{q} + C_{n_{\hat{q}^2}} \frac{\hat{q}^2}{2}) + C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\beta^2}} \frac{\beta^2}{2} + C_{n_{\hat{p}}} \hat{p} + C_{n_{\hat{p}^2}} \frac{\hat{p}^2}{2} + C_{n_{\hat{r}}} \hat{r} + C_{n_{\hat{r}^2}} \frac{\hat{r}^2}{2} + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_a^2}} \frac{\delta_a^2}{2} + C_{n_{\delta_e}} \delta_e + C_{n_{\delta_e^2}} \frac{\delta_e^2}{2} + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_{\delta_r^2}} \frac{\delta_r^2}{2} \quad (19)$$

در مدل ارائه شده در بالا، غیرخطی بودن ضرایب به صورت ترم‌های مرتبه دوم از حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی ارائه شده است. بررسی دقیق مدل فوق نشان می‌دهد که در اثر کوپلینگ آیرودینامیکی بین کانال‌های طولی و عرضی، ضرایب جدیدی

شرایط تریم از جمله موارد عملکردی هواپیما است. علاوه بر این ممکن است در اثر آسیب ایجاد شده، ضرایب پایداری هواپیما به شدت تغییر کند به گونه‌ای که باعث ناپایداری هواپیما گردد. بنابراین برای داشتن یک نشست ایمن، اطلاع از پاکت پروازی هواپیمای آسیب‌دیده و محدودیت‌های عملکردی و پایداری جدید ضروری است.

### استخراج شرایط تریم برای هواپیمای آسیب‌دیده

در این مقاله، شرایط تریم هواپیمای آسیب‌دیده با استفاده از معادلات غیرخطی و کوپله هواپیما استخراج می‌شود. پس از رویداد آسیب، هواپیما به منظور فرود در مکان مناسب نیاز به تغییر جهت و ارتفاع دارد. بر همین اساس، پاکت پروازی مانوری هواپیما شامل نرخ گردش ( $\dot{\psi}$ ) و نرخ کاهش ارتفاع ( $\dot{h}$ ) در سرعت‌های مختلف می‌باشد. فرم کلی معادلات غیرخطی هواپیما مطابق رابطه (۲۰) در نظر گرفته می‌شود:

$$f(\dot{x}, x, u) = 0 \quad (20)$$

که در معادله فوق،  $x$  بردار حالت،  $u$  بردار ورودی کنترلی و  $f$  بردار تابع غیرخطی معادلات شش درجه آزادی هواپیما می‌باشد. بردار  $x$  را می‌توان به دو دسته بردار سینماتیک و دینامیک به صورت زیر تقسیم نمود:

$$x = [x_d^T, x_k^T] \quad (21)$$

$$x_d = [u, v, w, p, q, r]^T, x_k = [\psi, \theta, \phi, x, y, z]^T$$

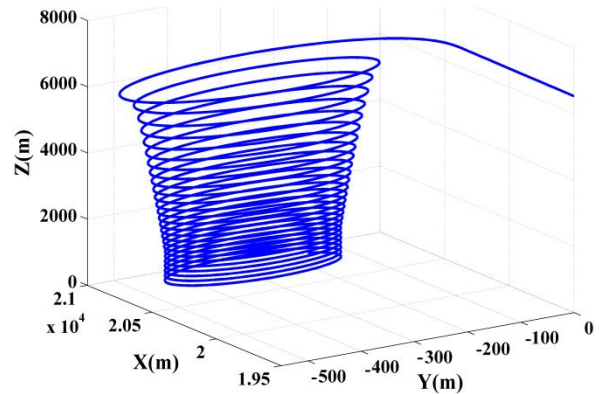
که در آن  $(u, v, w)$  و  $(p, q, r)$  به ترتیب شامل مؤلفه‌های سرعت مرکز جرم و سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی می‌باشد. زوایای  $(\psi, \theta, \phi)$  زوایای اوایلر می‌باشد که در واقع چرخش دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی را مشخص می‌کنند. ورودی‌های کنترلی شامل  $u = [\delta_{th}, \delta_a, \delta_e, \delta_r]$  است که در آن  $\delta_T$  ورودی کنترلی موتور و  $\delta_a, \delta_e, \delta_r$  به ترتیب انحراف سطح کنترلی ایلرون، الویتور و رادر می‌باشند. در یک سیستم غیرخطی همانند هواپیما، شرایط تعادل یا نقاط تعادل، نقاطی هستند که شرایط بیان شده در رابطه (۲۲) را برآورده سازند:

$$f(0, x_{trim}, u_{trim}) = 0, x_{trim} = x^*, u_{trim} = \mu^* \quad (22)$$

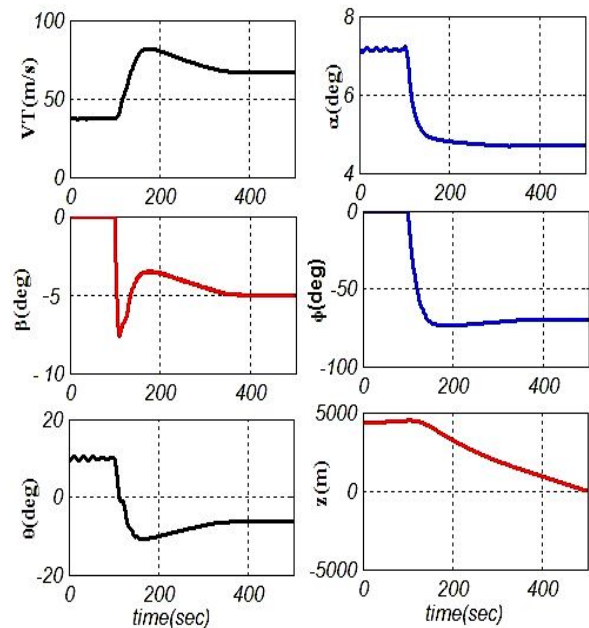
$$f(0, x_{trim}, u_{trim}) = 0$$

در واقع شرایط تریم یا شرایط پایا، شرایطی هستند که تمام متغیرهای حرکتی هواپیما صفر و یا ثابت باشند بنابراین تمامی شتاب‌های خطی و زاویه‌ای صفر و تمامی سرعت‌های خطی و

آسیب، کوپلینگ بین کانال عرضی و حالت‌های طولی را به وضوح نشان می‌دهد. شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با افزایش میزان آسیب، شعاع مسیر فتری شکل کاهش و افت ارتفاع افزایش می‌یابد.



شکل ۳ - مسیر حرکت هواپیمای آسیب‌دیده



شکل ۴ - حالت‌های هواپیمای آسیب‌دیده

### استخراج پاکت پروازی هواپیمای آسیب‌دیده

هنگامی که یک هواپیما دچار آسیب می‌شود با توجه به تغییرات ناشی از آسیب، ضرایب آیرودینامیکی و همچنین پارامترهای جرمی و ممانی آن تغییر می‌کند. مسلماً در چنین شرایطی محدودیت‌های عملکردی و پایداری هواپیما نیز دستخوش تغییر می‌شود. تغییر در سرعت استال، سرعت کنترل‌پذیری، ماکزیمم نرخ چرخش و مینیمم شعاع چرخش، ماکزیمم زاویه رول و

$$\left\{ \begin{array}{l} V = V^*, h = h^* \\ \tan \theta = \frac{ab + \sin \gamma^* \sqrt{a^2 - \sin^2 \gamma^*} + b^2}{a^2 - \sin^2 \gamma^*} \\ \sin \gamma^* = \frac{\dot{h}^*}{V} \\ p = -\dot{\psi}^* \sin \theta \\ q = \dot{\psi}^* \cos \theta \sin \phi \\ r = \dot{\psi}^* \cos \theta \sin \phi \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\begin{aligned} a &= \cos \alpha \cos \beta \\ b &= \sin \phi \sin \beta + \cos \phi \sin \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (27)$$

سه محدودیت دیگر مقادیر نرخ چرخش‌ها را محدود کرده و مقدار نرخ رول و پیچ را به صفر محدود می‌نماید. قید نامساوی مربوط به ورودی‌های کنترلی نیز مطابق زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} 0 \leq \delta_{th} \leq 1, \quad -30 \leq \delta_a \leq 30 \\ -30 \leq \delta_e \leq 30, \quad -30 \leq \delta_r \leq 30 \end{aligned} \quad (28)$$

حل معادلات فوق در حضور قیدها منجر به شرایط تریم هواپیما می‌شود [۵]. برای مینیمم نمودن تابع هزینه در این تحقیق، روش عددی SQP مورد استفاده قرار گرفته‌است. مینیمم مقدار تابع هزینه در محاسبات  $J^* = 10^{-6}$  در نظر گرفته شده‌است. البته برای استخراج شرایط تریم هواپیما، علاوه بر روش فوق، روش‌های عددی دیگری همچون روش Simplex یا روش نیوتن رافسون [۲۱] نیز قابل استفاده است. جداول ۲ و ۱ به ترتیب، مقادیر عددی حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی مورد نیاز در سرعت‌های مختلف پروازی جهت تریم شدن هواپیما در دو حالت  $\beta = 0$  و  $\beta \neq 0$  را نشان می‌دهند.

جدول ۱ - مقادیر عددی حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی در شرایط تریم

| $\dot{\psi} = \gamma = \beta = 0$ |          |         |        |            |            |            |            |
|-----------------------------------|----------|---------|--------|------------|------------|------------|------------|
| $V$                               | $\alpha$ | $\beta$ | $\phi$ | $\delta_i$ | $\delta_a$ | $\delta_e$ | $\delta_r$ |
| ۳۰                                | ۸.۸۷     | ۰       | -۰.۲۱  | %۲۴        | ۳۰         | ۷.۵        | -۶.۱       |
| ۳۵                                | ۷.۰۱     | ۰       | -۰.۲۴  | %۲۶        | ۲۴.۵       | ۶.۸        | -۴.۳       |
| ۴۰                                | ۵.۱۷     | ۰       | -۰.۲۷  | %۲۷        | ۱۸.۵       | ۵.۷        | -۲.۵       |
| ۴۵                                | ۳.۹      | ۰       | -۰.۳   | %۳۰        | ۱۴.۷       | ۴.۷        | -۱.۶       |
| ۵۰                                | ۲.۹۹     | ۰       | -۰.۳۳  | %۳۵        | ۱۱.۹       | ۳.۶        | -۱         |
| ۵۵                                | ۲.۳۲     | ۰       | -۰.۳۴  | %۴۱        | ۹.۹        | ۳.۲        | -۰.۷       |
| ۶۰                                | ۱.۸۱     | ۰       | -۰.۳۶  | %۴۸        | ۸.۴        | ۲.۶        | -۰.۵       |

زاویه‌ای ثابت یا صفر می‌باشد. برای تولید مسیر نشست نیاز به پاکت پروازی بر اساس محدوده مجاز تغییرات  $V$  و  $\dot{h}$ ،  $\dot{h}$ ،  $\dot{\psi}$  می‌باشد که البته با توجه به رابطه بین  $\dot{h}$  و زاویه مسیر ( $\gamma$ )، از  $\gamma$  بجای  $\dot{h}$  استفاده می‌شود. در این محدوده برخی از نقاط پایدار و برخی ناپایدار می‌باشند. در ادامه به صورت اجمالی به نحوه استخراج نقاط تریم هواپیما به ازای حالت‌ها و ورودی‌های مختلف کنترلی در هر ارتفاع پروازی اشاره شده‌است:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f(z, \mu) \\ z^T &= [V, \alpha, \beta, p, q, r, \theta, \phi] \end{aligned} \quad (29)$$

$$\mu = [\delta_{th}, \delta_a, \delta_e, \delta_r]$$

با اعمال معادلات حرکت غیرخطی هواپیما و لحاظ کردن شرایط زیر در معادلات، نقاط تریم قابل استخراج است.

$$\begin{aligned} (\dot{V}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}) &= 0 \\ (\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}) &= 0, (\dot{\phi}, \dot{\theta}) = 0 \\ \dot{\psi} &= \dot{\psi}^*, \gamma = \gamma^* \end{aligned} \quad (24)$$

مقادیر  $\dot{\psi}^*$ ،  $\dot{\psi}^*$  و  $\dot{h}^*$ ،  $\gamma^*$  مقادیر ثابت نرخ چرخش و زاویه مسیر می‌باشند. برای بدست آوردن شرایط تریم پرواز با نرخ ثابت چرخش، از تکنیک بهینه‌سازی غیرخطی محدود استفاده می‌شود [۲۰]. برای این منظور یک تابع هزینه به صورت رابطه (۲۵)، معرفی می‌شود که با مینیمم نمودن آن شرایط تریم  $Z^*$  (حالت‌های هواپیما) و  $\mu^*$  (ورودی‌های کنترلی)، استخراج می‌شوند.

$$\begin{aligned} J_{trim}(z, \mu) &= \frac{1}{2} \dot{z}^T Q \dot{z} \\ J^* &= J_{trim}(z^*, \mu^*) = \min(J_{trim}(z, \mu)) \end{aligned} \quad (25)$$

در رابطه فوق ماتریس  $Q$  ماتریس وزن می‌باشد که بر اساس اهمیت حالت مورد نظر در تریم، مقادیر ثابت به خود می‌گیرد. علاوه بر این رابطه فوق به شرایط پروازی زیر (روابط (۲۶) و (۲۸)) محدود می‌باشد. مینیمم‌سازی تابع هزینه فوق مقید به دو نوع قید مساوی  $(g(z, h^*, \gamma, \dot{\psi}, V^*) = 0)$  و قید نامساوی  $(\delta_{Min} \leq \mu \leq \delta_{Max})$  به شرح روبروست است.

دو محدودیت اول به صورت مستقیم ارتفاع و سرعت هواپیما را تعیین و محدودیت سوم به صورت غیر مستقیم نرخ اوجگیری مطلوب را مشخص می‌کند.



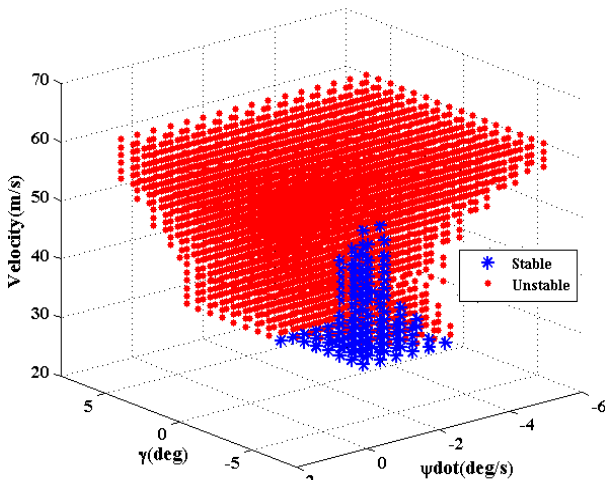
$$A_k = \left( \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{z}} \right)_{\mu_k^*, \bar{z}_k^*}, B_k = \left( \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{\mu}} \right)_{\mu_k^*, \bar{z}_k^*} \quad (30)$$

همانطور که در بالا اشاره شد، برای استخراج ماتریس ژاکوبین از روش عددی مطابق زیر استفاده می‌شود [۲۰]:

$$A_{k,i} = \frac{\bar{f}(\bar{z}_k^* + \varepsilon e_i, \mu_k^*) - \bar{f}(\bar{z}_k^*, \mu_k^*)}{\varepsilon} \quad (31)$$

$$B_{k,i} = \frac{\bar{f}(\bar{z}_k^*, \mu_k^* + \varepsilon e_i) - \bar{f}(\bar{z}_k^*, \mu_k^*)}{\varepsilon}$$

در روابط فوق،  $\varepsilon$  مقدار بسیار کوچکی ( $10^{-6}$  -  $10^{-8}$ ) در نظر گرفته می‌شود. ماتریس  $A_{k,i}$  ستون  $i$ -ام ماتریس  $A$  می‌باشد و مقدار  $e_i$  نیز ستون  $i$ -ام ماتریس واحد  $n \times n$  است. پس از خطی‌سازی با استفاده مقادیر ویژه ماتریس  $A$  پایداری سیستم در نقاط تریم بررسی می‌شود در صورتی که  $\text{Re}(\lambda_i(A_k)) < 0$  باشد، هواپیما در شرایط تریم پایدار است. به کمک ماتریس  $A$  و  $B$  کنترل‌پذیری سیستم در هر نقطه تریم کنترل‌پذیری در هر نقطه تریم  $C = [B_k \ A_k B_k \ A_k^2 B_k \ \dots \ A_k^{n-1} B_k]$  تشکیل می‌شود و در صورت کامل بودن مرتبه (مرتبه  $n$ )، هواپیما در شرایط مورد بررسی کنترل‌پذیر است. اشکال ۵ تا ۱۱ پکت پروازی مانوری هواپیمای در ارتفاعات مختلف پروازی به ازای آسیب ۳۰ درصد بال چپ را نشان می‌دهد. شکل ۵، پکت پروازی مانوری در ارتفاع سطح دریا است که در شکل ۶ نمای از روبه‌روی آن ارائه شده‌است. پکت پرواز مانوری، در واقع محدوده مجاز تغییرات  $\dot{\psi}$ ،  $\dot{h}$  و  $V$  است که هواپیما با محدودیت ورودی‌های کنترلی، قادر به ایجاد آن می‌باشد.



شکل ۵ - محدوده تغییرات  $\dot{\psi}$ ،  $\gamma$  و  $V$  در  $H = 0$  و  $h = 0$

جدول ۲ - مقادیر عددی حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی در شرایط

تریم  $\dot{\psi} = \gamma = 0$

| $V$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\phi$ | $\delta_t$ | $\delta_a$ | $\delta_e$ | $\delta_r$ |
|-----|----------|---------|--------|------------|------------|------------|------------|
| ۳۰  | ۹.۱۵     | -۱۲.۶   | -۱۰.۱  | %۴۰        | ۵.۳        | ۸.۳        | -۱۵.۶      |
| ۳۵  | ۷.۶۱     | -۱۰.۲   | -۱۱    | %۴۳        | ۴.۷        | ۷.۵        | -۱۲.۵      |
| ۴۰  | ۵.۴۳     | -۸.۵۳   | -۱۱.۹  | %۴۶        | ۳.۸        | ۶.۳        | -۱۰.۲      |
| ۴۵  | ۴.۳      | -۷.۱    | -۱۲.۶  | %۴۷        | ۳.۱        | ۵.۲        | -۸.۵       |
| ۵۰  | ۳.۶۳     | -۵.۸۵   | -۱۲.۷  | %۴۹        | ۲.۷        | ۴.۵        | -۷.۲       |
| ۵۵  | ۳.۳۹     | -۴.۷۳   | -۱۲.۵  | %۵۱        | ۲.۲        | ۴.۳        | -۵.۶       |
| ۶۰  | ۲.۷۶     | -۳.۷۱   | -۱۱.۷  | %۵۵        | ۱.۹        | ۳.۷        | -۴.۴       |

افزایش زاویه حمله با کاهش سرعت و اشباع شدن سطح کنترلی ایلرون در جدول (۱) مشاهده می‌شود. داشتن زاویه  $\beta < 0$  مطابق جدول (۲)، مانع از اشباع ایلرون در سرعت‌های پایین شده و به تریم هواپیما با بال چپ آسیب‌دیده کمک می‌کند. برای تحلیل نقاط تریم هواپیما و بررسی شرایط پایداری هواپیما حول نقاط تریم، از خطی‌سازی معادلات حرکت، استفاده می‌شود. پس از استخراج معادلات خطی هواپیما حول شرایط تریم، می‌توان با تحلیل مقادیر ویژه هواپیما حول نقطه مورد نظر، به راحتی وضعیت پایداری هواپیما را بررسی نمود.

### خطی‌سازی معادلات

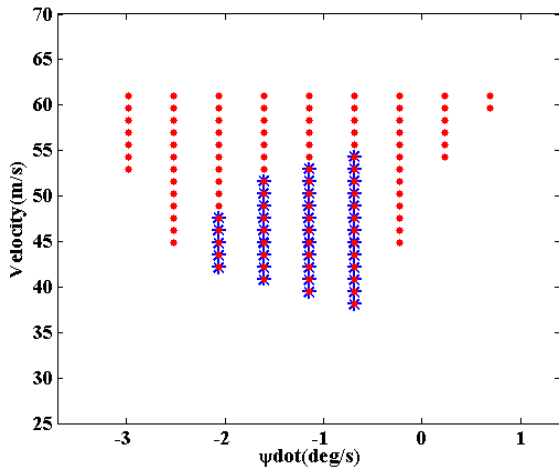
با توجه به پیچیده بودن معادلات حرکت و جدولی بودن ضرایب آیرودینامیکی، خطی‌سازی معادلات حول شرایط تریم به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست. مدل خطی سیستم حول شرایط تریم به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{x}_k = A_k x_k + B_k u_k \quad (29)$$

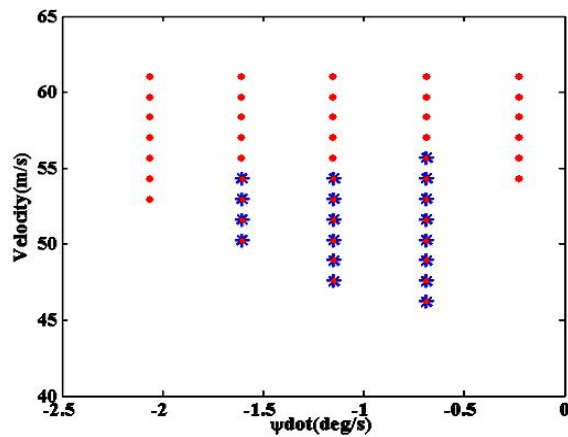
$$x_k = z_k - z_k^*, u_k = \mu_k$$

با تبدیل معادلات حرکت غیرخطی، به معادلات خطی و بدست‌آوردن ماتریس حالت سیستم و سپس استخراج مقادیر ویژه از روی ماتریس حالت، پایداری حول شرایط تریم قابل بررسی می‌باشد. علاوه بر این، با توجه به استخراج ماتریس‌های  $A$  و  $B$  برای هر نقطه تریم، علاوه بر پایداری، کنترل‌پذیری حول بررسی می‌شود. هر یک از شرایط تریم قابل بررسی می‌باشد. ماتریس‌های ژاکوبین مطابق رابطه (۳۰) می‌باشد:

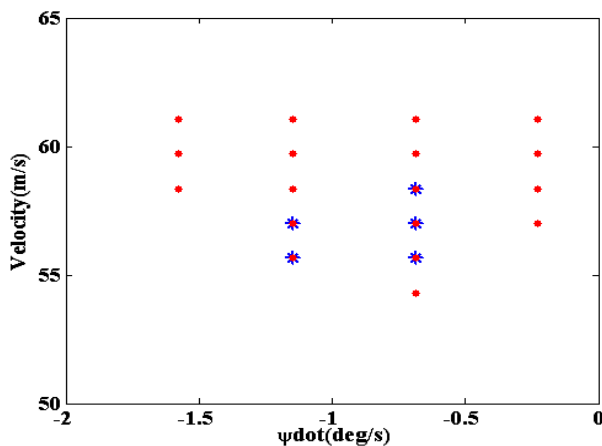




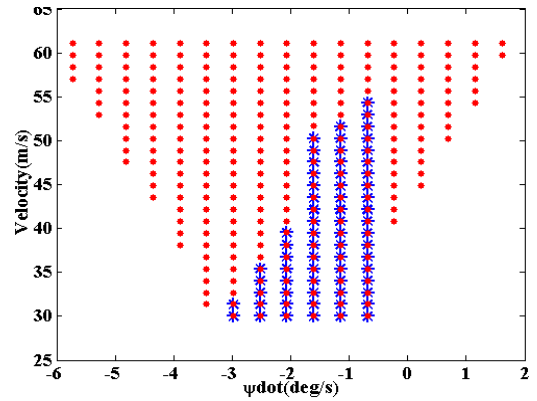
شکل ۸ - محدوده تغییرات  $\dot{\psi}$  و  $V$  در  $H = 6000$



شکل ۹ - محدوده تغییرات  $\dot{\psi}$  و  $V$  در  $H = 9000$   
 $h = 9000m$

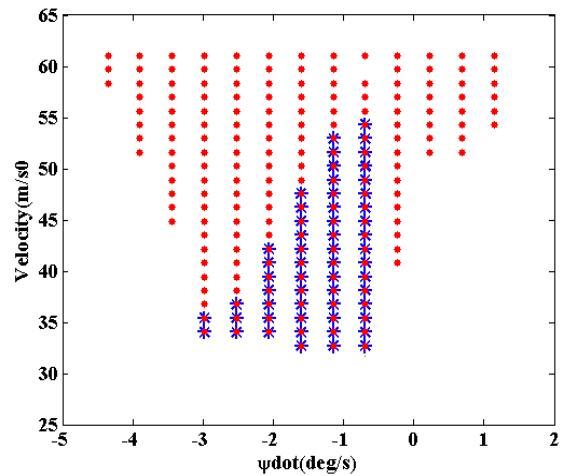


شکل ۱۰ - محدوده تغییرات  $\dot{\psi}$  و  $V$  در  $H = 11000$



شکل ۶ - محدوده تغییرات  $\dot{\psi}$  و  $V$  در  $H = 0$

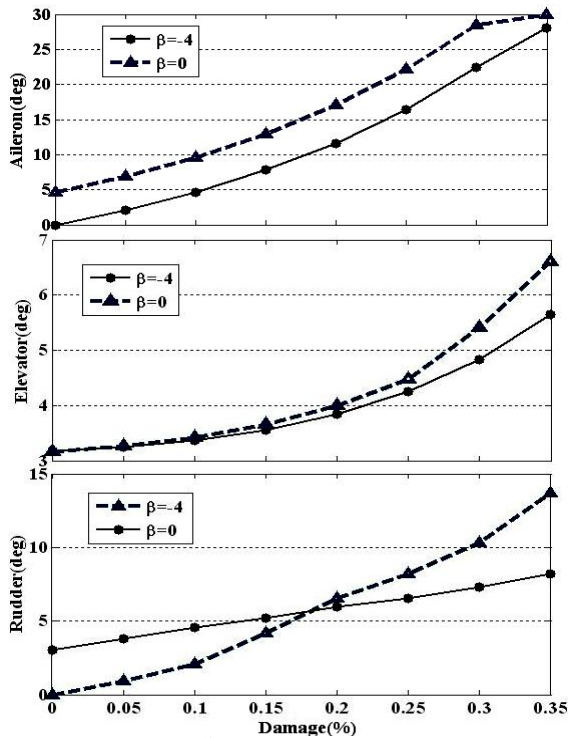
علامت "\*"، نشان‌دهنده نقاط پایدار ذاتی و علامت "•"، نشان‌دهنده شرایط تریم ناپایدار ولی کنترل‌پذیر می‌باشد. در واقع در تمامی شرایط تریم فوق وضعیت پایداری و کنترل‌پذیری بررسی شده‌است. شرایط تریم ارائه شده از لحاظ ویژگی پایداری متفاوت می‌باشند ولی تمامی شرایط تریم استخراج شده شرط کنترل‌پذیری را ارضا می‌کنند. در شرایط تریم نشان داده شده با علامت "•"، حداقل یکی از مودهای هواپیما ناپایدار شده‌است. کاملاً واضح است که هواپیما در سرعت‌های بالاتر و در نرخ گردش‌های منفی (به سمت بال آسیب‌دیده) پایداری و قابلیت کنترل‌پذیری بیشتری دارد. ارتفاع پروازی در پاکت پروازی و شرایط تریم هواپیما نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند. با افزایش ارتفاع پروازی و به دنبال آن کاهش چگالی و فشار دینامیکی، هواپیما می‌بایست برای غلبه بر نیروی وزن با سرعت یا زاویه حمله بیشتری پرواز نماید که البته سرعت و زاویه حمله هر دو به ماکسیمم مقدار تراست و زاویه استال محدود می‌باشند.



شکل ۷ - محدوده تغییرات  $\dot{\psi}$  و  $V$  در  $H = 3000$

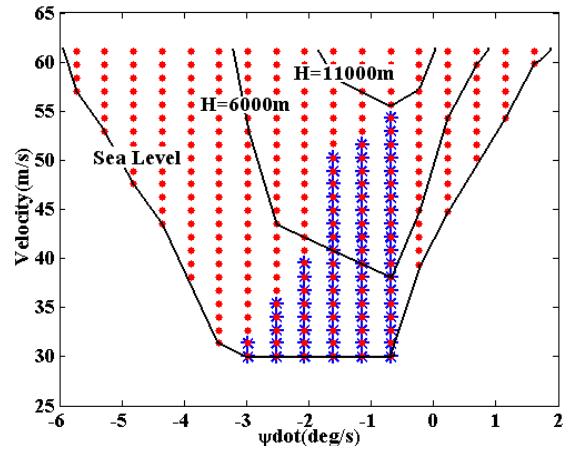
پروازی تأثیر میزان آسیب بال در توانایی نرخ چرخش هواپیما، همانند اثر ارتفاع باعث انقباض پاکت پروازی مانوری می‌شود. برای روشن شدن این موضوع محدوده تغییرات  $\Psi$  و  $V$  برای هواپیما با آسیب ۴۰ درصد بال در سطح دریا در شکل ۱۲ ارائه شده‌است.

بررسی پاکت پروازی و تغییرات ایجاد شده ناشی از آسیب بال نشان می‌دهد که در صورت بروز آسیب بر روی بال هواپیما، کاهش ارتفاع پروازی بهترین تدبیر برای گسترش مرز پاکت پروازی و ایمنی پرواز هواپیمای آسیب‌دیده می‌باشد. البته با توجه به استخراج شرایط تریم نحوه کاهش ارتفاع می‌بایست با چرخش به سمت بال آسیب‌دیده باشد. به عبارت دیگر هواپیما می‌بایست در یک مانور فتری شکل با گردش به چپ، ارتفاع خود را کاهش دهد.

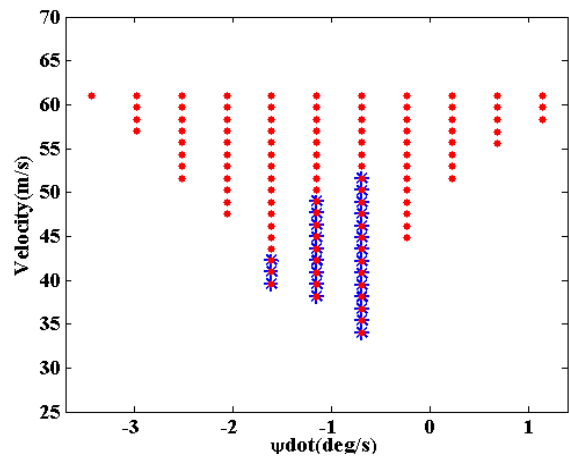


شکل ۱۳ - ورودی‌های کنترلی بر حسب آسیب در  $\beta = 0, -4$

در شکل ۱۳ مقادیر ورودی کنترلی در یک مانور گردش جانبی  $\Psi = -1/5 \text{ deg/s}$  و  $V = 50 \text{ m/s}$  در دو زاویه سرش جانبی ( $\beta = 0 \text{ deg}$ ,  $\beta = -4 \text{ deg}$ ) ارائه شده‌است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که ورودی ایلرون در زاویه سرش جانبی صفر برای تریم نمودن هواپیما در آسیب‌های بزرگ اشباع می‌شود و در واقع تریم کردن هواپیما در زوایای سرش جانبی



شکل (۱۱): محدوده تغییرات  $\Psi$  و  $V$  در ارتفاعات مختلف



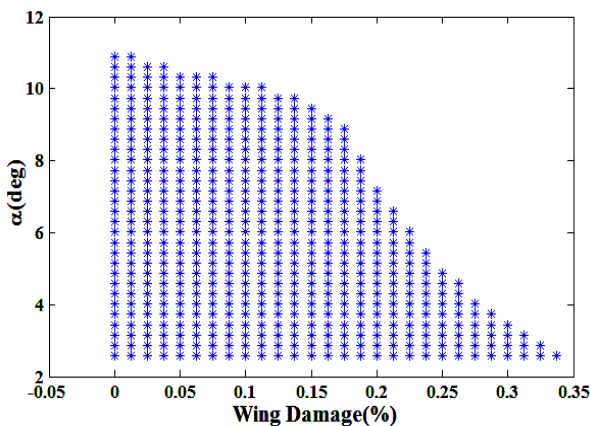
شکل ۱۲ - تغییرات  $\Psi$  و  $V$  در  $H = 0$  برای آسیب ۴۰٪

به عبارت دیگر هواپیما با بال چپ آسیب‌دیده در زاویه رول منفی ( $0 < \varphi < 0$ ) و سرش جانبی منفی ( $\beta < 0$ ) بهتر تریم می‌شود و مانورهای گردش به سمت بال آسیب‌دیده از لحاظ پایداری و کنترل‌پذیری بهتر است. علاوه بر این مشاهده می‌شود که در حین کاهش ارتفاع ( $\gamma < 0$ )، هواپیمای آسیب‌دیده ویژگی پایداری بهتری دارد.

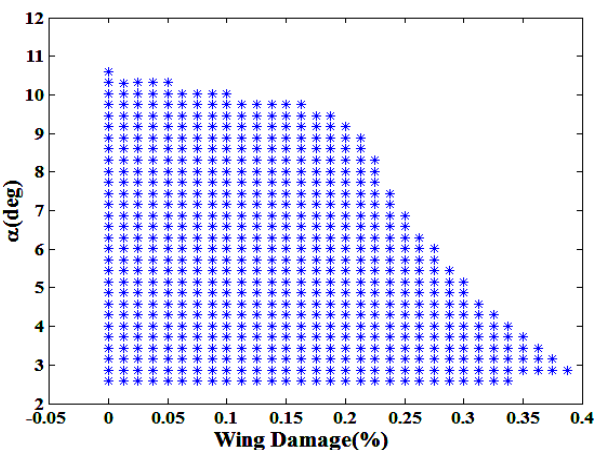
در اشکال ۷ تا ۹ پاکت پروازی هواپیما در چهار ارتفاع نشان داده شده‌است، همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع پروازی محدوده پاکت پروازی هواپیما منقبض شده به گونه‌ای که در ارتفاع ۱۱۰۰۰ متری هواپیما تنها در سرعت‌های نزدیک به ماکزیمم سرعت خود و با نرخ گردش‌های منفی کوچک (گردش به چپ) قابل تریم است. برای درک بهتر این مسئله، محدوده تغییرات  $\Psi$  و  $V$  در سه ارتفاع پروازی سطح دریا، ۶۰۰۰ و ۱۱۰۰۰ متری در شکل ۱۱ ارائه شده‌است. در ارتفاعات مختلف

القایی ناشی از عدم تقارن نیروی برآ ناشی از آسیب، توسط سطح کنترلی ایلرون است. با توجه به شکل ۱۴ کاملاً واضح است که با افزایش میزان آسیب، عدم تقارن در نیروی لیفت و بنابراین ممان رول القایی افزایش می‌یابد بنابراین، ایلرون در ماکزیمم مقدار توان خود قادر است در زاویه حمله کم‌تری هواپیما را به صورت تراز حفظ نماید. بنابراین با افزایش میزان آسیب بال، برای کاهش میزان رول القایی تا حد قابل کنترل توسط ایلرون، زاویه حمله باید کاهش یابد.

در اشکال ۱۵ و ۱۶ محدوده ایمن نشست هواپیما در سرعت  $35 m/s$  در ارتفاع سطح دریا با زاویه رول صفر درجه ( $\varphi = 0$ ) در دو زاویه سرش جانبی ( $\beta = 0$ ) و ( $\beta = -4$ ) استخراج شده‌است. این شکل نشان می‌دهد با منفی شدن سرش جانبی می‌توان نشست ایمن هواپیما با آسیب بزرگ‌تر را تضمین نمود. در حقیقت محدوده ایمن نشست در زوایای سرش جانبی منفی، بزرگ‌تر می‌شود.



شکل ۱۵ - محدوده ایمن زاویه حمله حین نشست در  $\beta = 0$



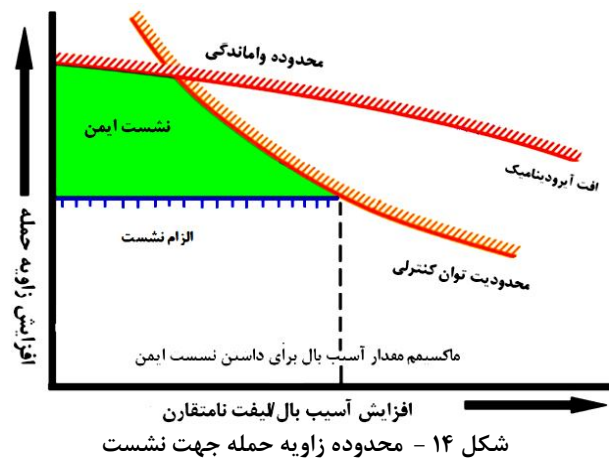
شکل ۱۶ - محدوده ایمن زاویه حمله حین نشست در  $\beta = -4$

منفی نیاز به تلاش کنترلی کمتری دارد. البته علت این امر این است که نیروی ایجاد شده بر روی دم عمودی ناشی از سرش جانبی مقداری از ممان رول ناشی از عدم تقارن بال را خنثی می‌کند.

### محدوده زاویه حمله جهت نشست ایمن

نشست هواپیما معمولاً با سرعت معین و بدون زاویه رول انجام می‌شود. سرعت هواپیما هنگام نشست معمولاً کمی بیش‌تر از سرعت استال هواپیما است و در صورتی که مقدار سرعت هواپیما از حد معینی بیش‌تر شود نشست ایمن و توقف هواپیما امکان‌پذیر نمی‌باشد. هنگامی که یک هواپیما درصدی از بال خود را از دست می‌دهد، برای جبران میزان نیروی برآی ناشی از دست دادن قسمتی از بال، مجبور به افزایش سرعت و یا افزایش زاویه حمله می‌باشد. افزایش سرعت هنگام نشست و همچنین افزایش زاویه حمله در این فاز دارای محدودیت‌های خاصی است.

در شکل ۱۴ محدوده ایمن نشست هواپیمای مورد نظر در حالت تراز ( $\varphi = 0$ ) و با سرعت ثابت در سطح دریا بر اساس افزایش میزان آسیب بال بدون در نظر گرفتن استفاده از فلپ هنگام نشست، نشان داده شده‌است. مطابق شکل ۱۴، محدوده ایمن نشست محدود به سه باند استال، الزام نشست برای کم‌ترین مقدار زاویه حمله و باند مربوط به توان کنترلی می‌باشد که در واقع شامل تمامی شرایط تریم پایدار قابل دستیابی در زاویه رول صفر و سرعت نشست هواپیما است. با افزایش میزان آسیب ماکزیمم میزان زاویه حمله که همان زاویه استال است، اندکی کاهش می‌یابد.



شکل ۱۴ - محدوده زاویه حمله جهت نشست

باند مربوط به توان کنترلی، در واقع نشان‌دهنده توان کنترل رول

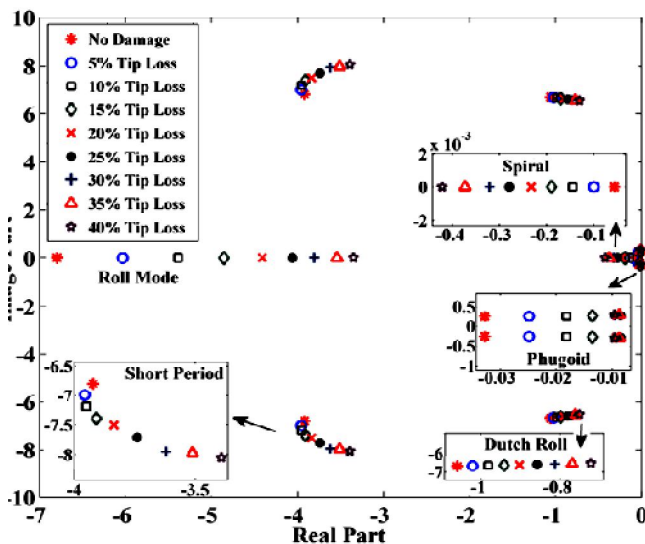
### تأثیر آسیب بر روی مودهای طولی و عرضی

اشکال ۱۷ تا ۲۲ مقادیر ویژه هواپیما در سرعت  $V = 50 \text{ m/s}$  در سطح دریا در آسیب‌های مختلف و شرایط مختلف پروازی را نشان می‌دهد. در این قسمت هدف بررسی تأثیر آسیب و دیگر پارامترهای مؤثر بر رفتار مودهای حرکتی هواپیما می‌باشد. شکل‌های ۱۷ و ۱۸، به ترتیب مقادیر ویژه هواپیما در یک مانور چرخش به چپ و چرخش به راست ( $\dot{\psi} = 1 \text{ deg/s}$ ) را نشان می‌دهند. تأثیر افزایش آسیب بر رفتار مودها و کیفیت خوش‌دستی هر مود نشان داده شده است.

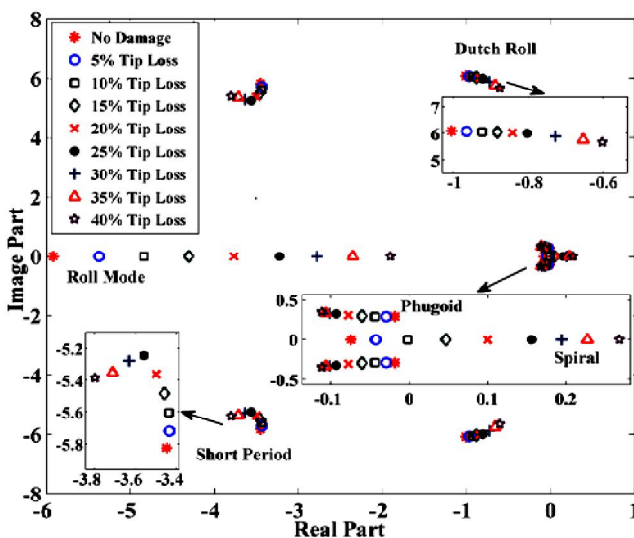
همانطور که مشاهده می‌شود، پایداری دو مود داچ‌رول و مود رول (به خصوص مود رول) در اثر آسیب کاهش می‌یابد. رفتار سه مود دیگر یعنی پریود کوتاه، فوگوید و اسپیرال به مثبت یا منفی بودن  $\dot{\psi} = -1.5 \text{ deg/s}$  بستگی دارد به گونه‌ای که در  $\dot{\psi} < 0$  بزرگ مود فوگوید ناپایدار می‌شود و در  $\dot{\psi} > 0$  مود اسپیرال ناپایدار است. البته در برخی  $\dot{\psi} < 0$  مود داچ‌رول نیز ناپایدار می‌شود. برای روشن‌تر شدن این مطلب تأثیر تغییرات  $\dot{\psi}$  بر روی مودهای حرکتی برای هواپیما با آسیب ۲۰٪ بال چپ در شکل ۱۹ مورد بررسی قرار گرفته است. تغییر  $\dot{\psi}$  از مقادیر مثبت به منفی، ( $-6 < \dot{\psi} < 2$ ) اگرچه بر روی پایداری مود داچ‌رول به نسبت تأثیر کمتری دارد اما در کل پایداری مود رول و فوگوید کاهش می‌یابد به گونه‌ای که در  $\dot{\psi}$  منفی بزرگ‌تر مود فوگوید ناپایدار می‌شود. از طرفی روند تغییرات  $\dot{\psi}$  افزایش پایداری در مودهای پریود کوتاه، اسپیرال و تا حدودی داچ‌رول را نشان می‌دهد. شکل ۲۰، تأثیر زاویه سرش جانبی ( $\beta$ ) بر مودهای حرکتی در یک هواپیما با بال چپ آسیب‌دیده نشان می‌دهد.

افزایش پایداری در مودهای عرضی و کاهش پایداری در مودهای طولی مشهود است. بنابراین زوایای سرش جانبی منفی علاوه بر کمک به تریم شدن هواپیما با بال چپ آسیب‌دیده (در زوایای  $\beta < 0$  نیاز به ایلرون کمتری جهت تریم شدن است) باعث افزایش ویژگی‌های پایداری مودهای عرضی نیز می‌شود. شکل ۲۱ تأثیر تغییرات سرعت بر روی مودها را به تصویر می‌کشد. همانطور که مشاهده می‌شود افزایش سرعت تأثیر زیادی بر روی ویژگی‌های پایداری در مودهای پریود کوتاه، رول و داچ‌رول دارد. علاوه بر این وضعیت تریم‌پذیری هواپیما در سرعت‌های بالا بهبود می‌یابد. اگرچه پایداری مودهای اسپیرال و فوگوید در اثر افزایش سرعت به صورت جزئی کاهش می‌یابد. البته مودهای اسپیرال و فوگوید ثابت زمانی بزرگی دارند و از این لحاظ اهمیت کمتری

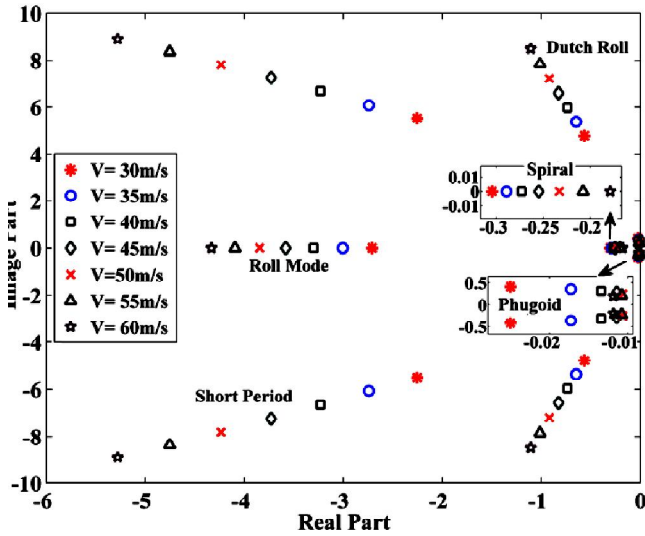
در برابر مودهای دیگر به خصوص مودهای رول و پریود کوتاه دارند. یکی دیگر از متغیرهای پاکت پروازی بررسی شده در این تحقیق زاویه مسیر ( $\gamma$ ) می‌باشد که در شکل ۲۲ تأثیر تغییرات این زاویه از مقادیر مثبت به منفی ( $-6 < \gamma < 6$ ) بر روی مودهای حرکتی نشان داده شده است. افزایش پایداری مود رول و اسپیرال و کاهش پایداری دیگر مودها به خصوص مود پریود کوتاه در این شکل مشهود است در هواپیما با شکل متقارن، جدا کردن دینامیک طولی و عرضی امری رایج است اما در صورت آسیب بال، جدا کردن مودهای طولی و عرضی به دلیل نامتقارن شدن شکل هواپیما و کوپلینگ شدیدی بین کانال‌های طولی و عرضی، امکان پذیر نیست.



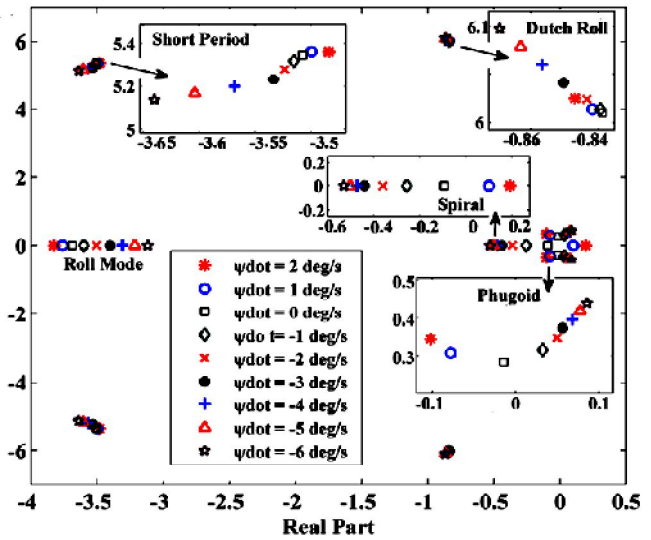
شکل ۱۷ - تأثیر آسیب بر مودهای حرکتی در  $\dot{\psi} = -1 \text{ deg/s}$



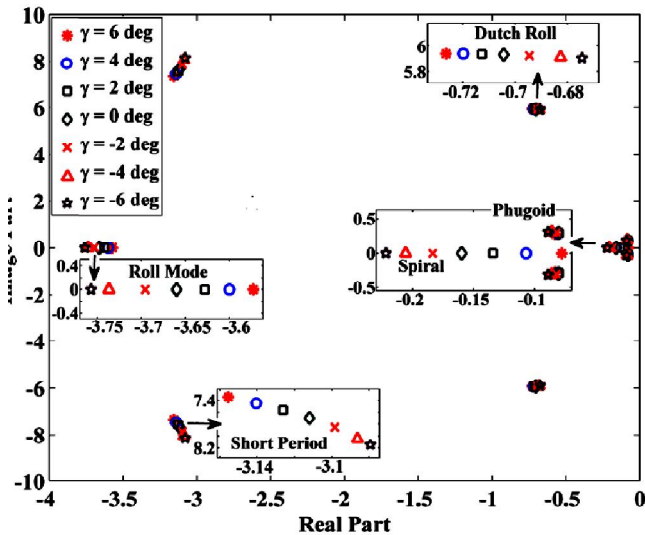
شکل ۱۸ - تأثیر آسیب بر مودهای حرکتی در  $\dot{\psi} = 1 \text{ deg/s}$



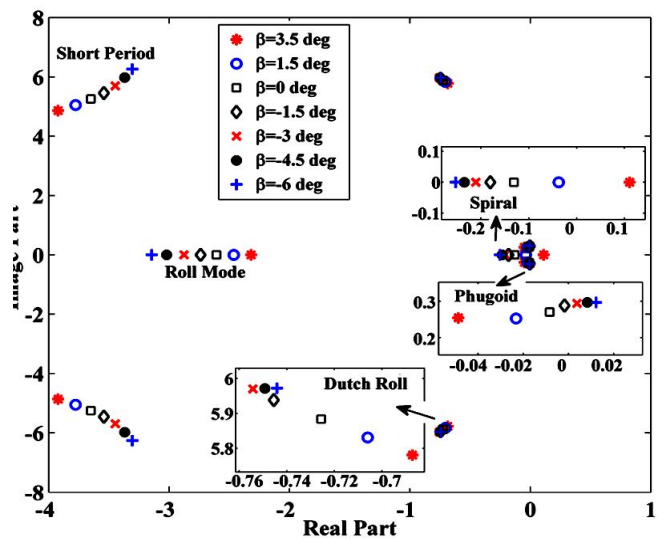
شکل ۲۱ - تأثیر  $V$  بر مودهای حرکتی  $Dmg = 20\%$



شکل ۱۹ - تأثیر  $\dot{\psi}$  بر مودهای حرکتی در  $Dmg = 20\%$



شکل ۲۲ - تأثیر  $\gamma$  بر مودهای حرکتی در  $Dmg = 20\%$



شکل ۲۰ - تأثیر  $\beta$  بر مودهای حرکتی در  $Dmg = 20\%$

طولی با خط پر و حالت های عرضی با خط-نقطه ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش درصد آسیب، کوپلینگ القایی بین دینامیک طولی و عرضی افزایش می‌یابد. مطابق اشکال ۲۳ و ۲۴ مشاهده می‌شود که متغیرهای  $\alpha$  و  $q$  در دینامیک طولی نقش ضعیف‌تری در مود فوگوید دارند ولی در مود پرپود کوتاه اثر این دو متغیر مشهودتر است. متغیرهای  $V$  و  $\theta$  در مود فوگوید و متغیرهای  $\alpha$  و  $\theta$  در مود پرپود کوتاه غالب می‌باشند. افزایش آسیب باعث افزایش قابل توجهی در کوپلینگ ناشی از رول و پیچ می‌شود. در شکل ۲۴ کوپلینگ رول در مود پرپود کوتاه کاملاً واضح است به گونه‌ای با افزایش آسیب نرخ رول بزرگتری در این

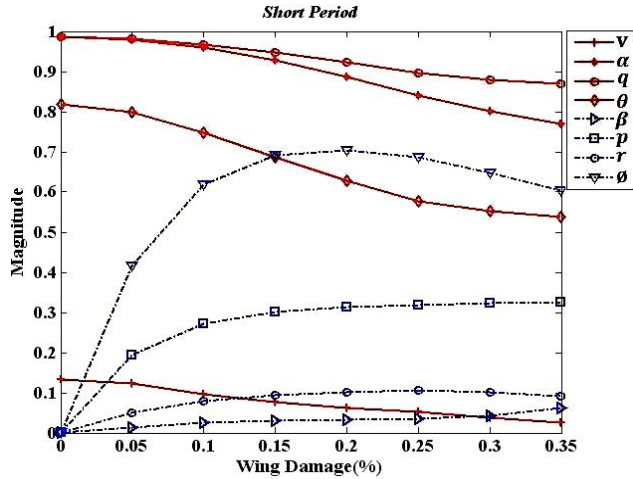
در این قسمت، برای تشخیص مودهای حرکتی هواپیما و بررسی رفتار حالت‌های آن در اثر ایجاد آسیب، از آنالیز بردارهای ویژه استفاده می‌شود. برای انجام این فرایند، از ماتریس ژاکوبین استخراج شده از دینامیک خطی شده در شرایط تریم استفاده شده است [۵].

در شکل‌های ۲۳ تا ۲۷ مقادیر نرمال شده بردارهای ویژه به ازای درصد‌های مختلف آسیب در تمامی مودهای حرکتی هواپیما در زاویه  $(\varphi = 0, \beta = 0)$  ارائه شده است. برای نرمال‌سازی مقادیر ویژه، تمامی المان‌های بردار ویژه بر بزرگترین مقدار حالت در بردار ویژه، تقسیم می‌شود. حالت‌های

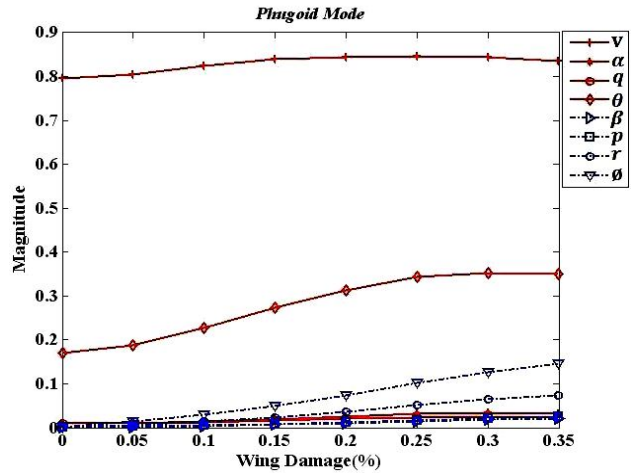


است و کوپلینگ نه چندان زیادی با حالت‌های طولی ایجاد می‌نماید. مطابق شکل ۲۷ در مود داچ رول که مود نوسانی کانال عرضی می‌باشد، زاویه رول و سرش جانبی غالب است. در این مود کوپلینگ به نسبت قابل توجهی نسبت به دو مود عرضی دیگر، با حالت‌های طولی مشاهده می‌شود.

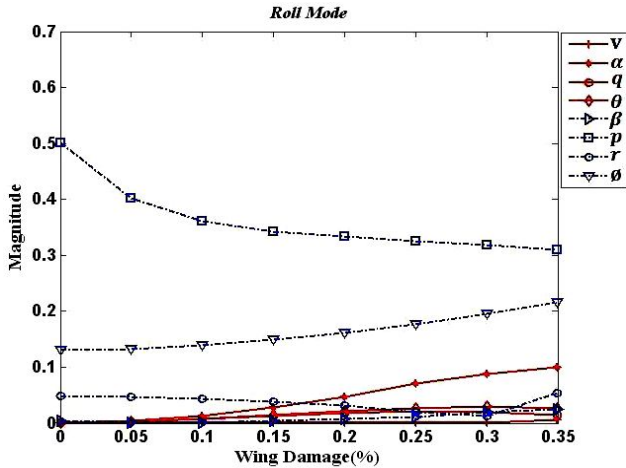
مود القا می‌شود. مودهای اسپیرال و رول، دو مود غیرنوسانی در کانال عرضی می‌باشند. در شکل ۲۵ مشاهده می‌شود که  $\Psi$  دو حالت حاکم در مود اسپیرال می‌باشند. در این مود آسیب تأثیر چندان قابل ملاحظه‌ای ندارد. شکل ۲۶ مود رول را نشان می‌دهد که در آن غالب بودن زاویه و نرخ رول مشهود



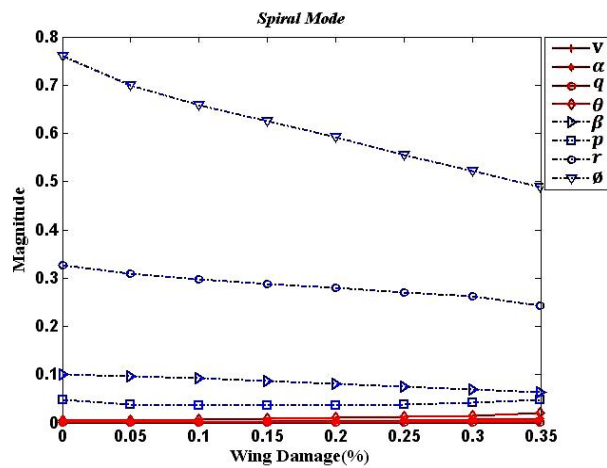
شکل ۲۴ - حالت‌های نرمال شده در مود پر یود کوتاه



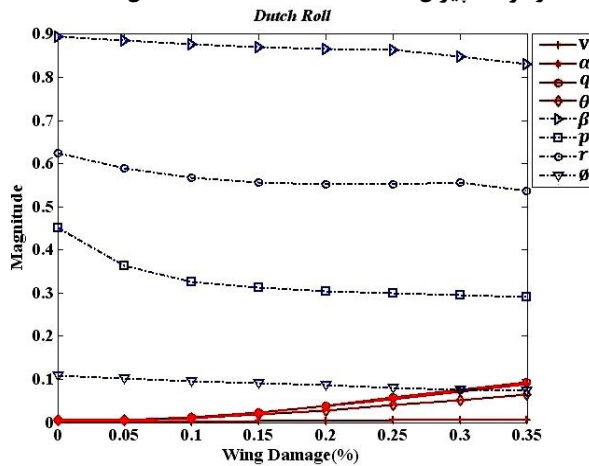
شکل ۲۳ - حالت‌های نرمال شده در مود فوگوید



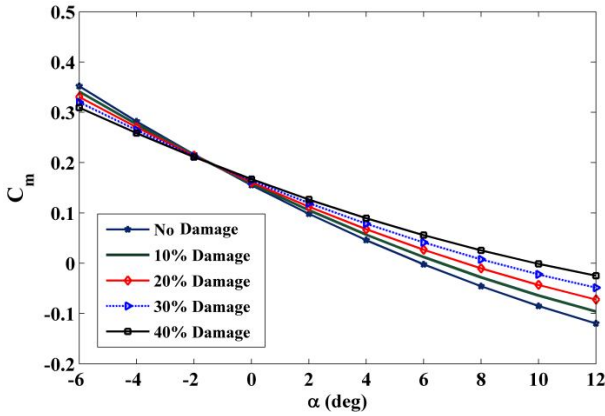
شکل ۲۶ - حالت‌های نرمال شده در مود رول



شکل ۲۵ - حالت‌های نرمال شده در مود اسپیرال

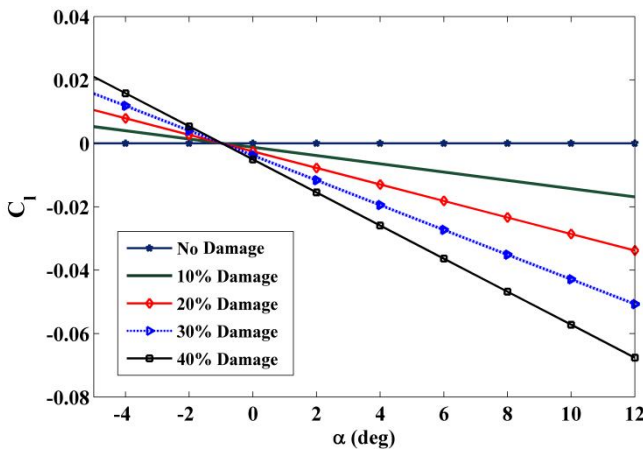


شکل ۲۷ - حالت‌های نرمال شده در مود داچ رول

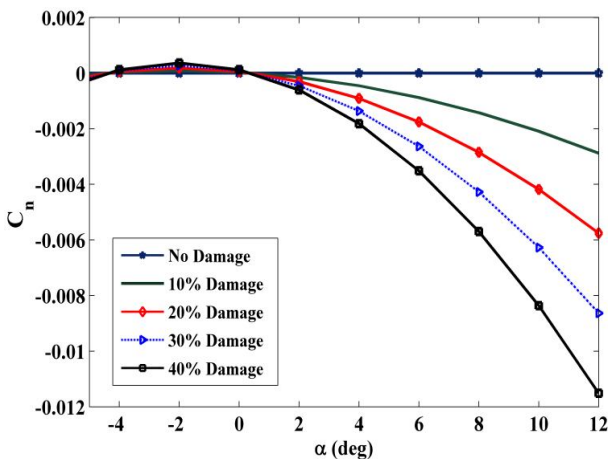


شکل ۲ - تغییرات ضریب  $C_m$  با  $\alpha$  در آسیب‌های مختلف بال

شکل‌های ۳ و ۴ ضرایب آیرودینامیکی جدید ایجاد شده توسط آسیب را نشان می‌دهند که در واقع معرف کولپینگ آیرودینامیکی کانال طولی و عرضی می‌باشند. اشکال ۳ و ۴ به ترتیب تغییرات ضریب ممان رول و یا (yaw) را نشان می‌دهند که هر دو با افزایش آسیب و زاویه حمله زیاد می‌شوند.



شکل (۳) تغییرات ضریب  $C_l$  با  $\alpha$  در آسیب‌های مختلف بال



شکل (۴) تغییرات ضریب  $C_n$  با  $\alpha$  در آسیب‌های مختلف بال

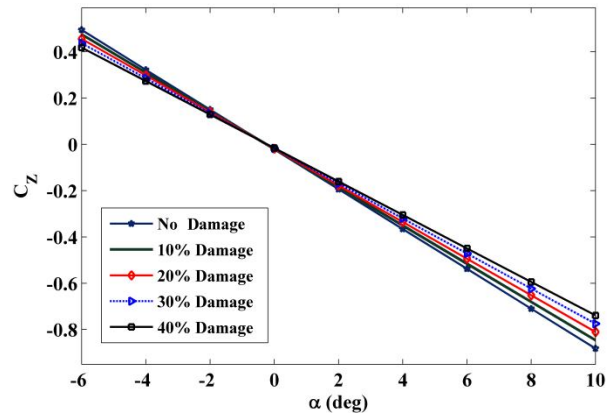
## نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

آسیب بال علاوه بر تغییر در پارامترهای جرمی و اینرسی باعث تغییر در ضرایب آیرودینامیکی و پایداری هواپیما می‌شود. نامتقارن شدن شکل هواپیما منجر به ایجاد ضرایب آیرودینامیکی جدید و کاهش پایداری طولی و عرضی می‌شود. علاوه بر این، بسته به میزان آسیب بال کانال‌های طولی و عرضی به شدت کوپل می‌شوند. با توجه به پاکت پروازی استخراج شد برای هواپیما با بال چپ آسیب‌دیده مشاهده می‌شود که هواپیما در مانور گردش به چپ با زاویه رول و سرش جانبی منفی قابلیت ترمیم‌پذیری بهتری دارد. علاوه بر این کیفیت خوش‌دستی مودها بسته به جهت چرخش در هواپیما با بال آسیب‌دیده تغییر می‌کند همچنین کاهش ارتفاع تأثیر به سزایی در افزایش محدوده پاکت پروازی مانوری هواپیما دارد. بنابراین یک مانور بسیار مناسب برای هواپیما با بال آسیب‌دیده در ارتفاع بالا، مانور کاهش ارتفاع به صورت مانوری با زاویه رول و سرش جانبی به سمت بال آسیب‌دیده است.

## ضمائم

### ۱- تغییرات ضرایب آیرودینامیکی در اثر آسیب

با توجه به شکل ۱، شیب منحنی  $C_z$  بر حسب  $\alpha$  ( $C_{z_\alpha}$ ) با افزایش میزان آسیب کاهش می‌یابد. شکل ۲، کاهش شیب منحنی  $C_m$  بر حسب  $\alpha$  ( $C_{m_\alpha}$ ) را نشان می‌دهد که معرف کاهش پایداری طولی هواپیما با افزایش آسیب است.



شکل ۱ - تغییرات ضریب  $C_z$  با  $\alpha$  در آسیب‌های مختلف بال



## ۲- مشخصات هندسی و جرمی هواپیمای مدل GTM

جدول ۱- مشخصات جرمی و هندسی هواپیما

|                                |                        |
|--------------------------------|------------------------|
| جرم کل، $m$                    | ۲۲.۵ kg                |
| مساحت بال، $S_{ref}$           | ۰.۵۴۸ m <sup>2</sup>   |
| کورد متوسط، $\bar{c}$          | ۰.۲۷۸ m                |
| دهانه بال، $b$                 | ۲.۰۸ m                 |
| طول بدنه، $l$                  | ۲.۵۹ m                 |
| ممان اینرسی حول $x$ ، $I_{xx}$ | ۱.۷۵ kg.m <sup>2</sup> |
| ممان اینرسی حول $y$ ، $I_{yy}$ | ۵.۷۶ kg.m <sup>2</sup> |
| ممان اینرسی حول $z$ ، $I_{zz}$ | ۷.۱۳ kg.m <sup>2</sup> |

## ۳- مدل موتور هواپیمای مدل GTM

هواپیمای مدل GTM یک هواپیمای دو موتوره می‌باشد. تراست  $T(\delta_{th})$  مربوط به هر موتور می‌باشد که تابعی از تنظیم دسته گاز  $\delta_{th}$  است که به صورت یک چند جمله‌ای مرتبه سوم مدل می‌شود.  $T_x(N)$  و  $T_z(N)$  به ترتیب تراست موتور در راستای  $x$  و  $z$  دستگاه بدنی می‌باشد.  $M_{th}(N.m)$  ممان پیچ ناشی از دو موتور هواپیما و  $N_{th}(N.m)$  نیز ممان یا (yaw) ناشی از اختلاف تنظیم دسته گاز موتور چپ و راست و تغییر مکان مرکز جرم هواپیما ( $\Delta y$ ) است [۲۳].

$$T_x(\delta_{th}) = (T_l(\delta_{th}) + T_r(\delta_{th})) \cos(\varepsilon_1) \quad (1)$$

$$T_z(\delta_{th}) = (T_l(\delta_{th}) + T_r(\delta_{th})) \sin(\varepsilon_1) \quad (2)$$

$$M_{th}(\delta_{th}) = n_{eng} r_z T_x(\delta_{th}) - n_{eng} r_x T_z(\delta_{th}) \quad (3)$$

$$N_{th}(\delta_{th}) = (T_l(\delta_{th})(y_t + \Delta y) - T_r(\delta_{th})(y_t - \Delta y)) \cos(\varepsilon_1) \quad (4)$$

$$T(\delta_{th}) = -8.75e - 6(\delta_{th}^3) + 5.11e - 3(\delta_{th}^2) + 0.367(\delta_{th}) + 4.825 \quad (5)$$

$n_{eng} = 2$  تعداد موتورها می‌باشد،  $\varepsilon_1 = 0.0375 \text{ rad}$  زاویه چرخش محور موتور نسبت به دستگاه بدنی هواپیما می‌باشد.  $r_x = 0.137 \text{ m}$  و  $r_z = 0.0907 \text{ m}$  مشخص کننده بازوی گشتاور تراست می‌باشد.  $T_l(\delta_{th})$  و  $T_r(\delta_{th})$  به ترتیب تراست

موتور چپ و راست می‌باشند. محدوده تنظیم ورودی دسته گاز در مدل فوق  $\delta_{th} \in [0, 1]$  است.

## فهرست علائم

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| $A$                            | ماتریس حالت                               |
| $AR$                           | نسبت منظری                                |
| $B$                            | ماتریس ورودی                              |
| $bb$                           | دهانه بال، $mm$                           |
| $C$                            | ماتریس کنترل پذیری                        |
| $\bar{c}$                      | وتر متوسط بال                             |
| $Dmg$                          | آسیب (از دست دادن درصدی از نوک بال)       |
| $F$                            | کل نیروهای خارجی، $N$                     |
| $II$                           | ماتریس اینرسی، $kg.m^2$                   |
| $M$                            | کل ممان‌های خارجی، $N.m$                  |
| $mm$                           | جرم، $kg$                                 |
| $p, q, r$                      | سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی $rad/s$      |
| $T$                            | نیروی تراست، $N$                          |
| $u, v, w$                      | سرعت خطی در دستگاه بدنی $m/s$             |
| $V$                            | سرعت در دستگاه بدنی $m/s$                 |
| $z$                            | بردار حالت‌های هواپیما                    |
| <b>علائم یونانی</b>            |   |
| $\varphi, \theta, \Psi$        | زوایای اوایلر، $rad$                      |
| $\hat{p}$                      | نرخ رول (Roll) بی بعد، $\frac{pb}{2V_T}$  |
| $\hat{q}$                      | نرخ پیچ (Pitch) بی بعد، $\frac{qc}{2V_T}$ |
| $\hat{r}$                      | نرخ گردش (Yaw) بی بعد، $\frac{rb}{2V_T}$  |
| $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ | تغییر مکان مرکز جرم در دستگاه بدنی        |
| $\alpha$                       | زاویه حمله، $rad$                         |
| $\beta$                        | زاویه سرش جانبی، $rad$                    |
| $\gamma$                       | زاویه مسیر پرواز، $rad$                   |
| $\delta_T$                     | دسته گاز موتور، $rad$                     |
| $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ | سطوح کنترلی ایلرون، الویتور و رادر، $rad$ |
| $\mu$                          | بردار ورودی‌های کنترلی                    |
| $\varepsilon$                  | عدد بسیار کوچک ( $10^{-6}$ )              |

## پی نوشت

- 1 -Attainable Equilibrium Sets
- 2 -Steady State
- 3 -Bifurcation Stability
- 4 -Region of Attraction
- 5 -Lookup table

## مراجع

- Computing, Information and Communication, Vol. 6, Issue 3, pp.171-186
- [15] Yi,G., Atkins, E.(2010), “*Trim State Discovery for an adaptive Flight Planner,*” AIAA Guidance Navigation and Control Conference Orlando, Florida, AIAA-2010-416-783.
- [16] Bacon, B. and Gregory, I. (2007), “*General Equations of Motion for a Damaged Asymmetric Aircraft,*” AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibition, pp. 118-127.
- [17] Woo, H.J., (1992), “*Static Aeroelastic Analysis of a Maneuvering Aircraft With Damaged Wing,*” Aerospace Sciences Meeting and Exhibition, 1992.
- [18] Render, P. M., Samad Suhaeb, M., Yang, Z., and Mani, M. (2009), “*Aerodynamics of Battle Damaged Finite-Aspect Ratio Wings,*” Journal of Aircraft, Vol. 46, pp. 997\_1004.
- [19] Lombaerts, T., Huisman, H., Chu, Q. and Mulder, J. (2009), “*Nonlinear Reconfiguring Flight Control Based on Online Physical Model Identification,*” Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.32, No.3, May-2009
- [20] Strube, M., Atkins, E. (2005), “*Post-failure Trajectory Planning From Feasible Trim State Sequences,*” Aerospace Engineering, Master of Science University of Maryland.
- [21]. Yakimenko, O., A, (2000), “*Direct Method for Rapid Prototype of Near-Optimal Aircraft Trajectories,*” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 23, pp. 865-875, 2000.
- [22] Yavrucuk, I., Prasad, J. V. R., and Unnikrishnan, S (2009), “*Envelope Protection for Autonomous Unmanned Aerial Vehicles,*” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 1, pp 248-261.
- [23] Chakraborty, A., Seiler, P., Balas, J. (2010), “*Nonlinear Region of Attraction Analysis for Flight Control Verification and Validation,*” Journal of Control Engineering Practice, Vol. 19, issue 4, pp. 335-345.
- [1] Chow, J., et al. (2005), “*Protecting Commercial Aviation against the Shoulder-Fired Missile Threat,*” RAND Occasional Paper, pp. 20–21.
- [2] Czarnecki,G., Shah, G. and Haas,J.(2005), “*Control Surface Vulnerability to MANPADS,*” Joint Aircraft Survivability Program, Arlington VA, pp. 21-22.
- [3] National Transportation Safety Board Report AAR-79-17, Washington DC, 2010.
- [4] Transportation Safety Board of Canada Report A05F0047, Quebec, Canada, 2009.
- [5] Stevens, B. L. (2003), Lewis, F. L.,”*Aircraft Control and Simulation*”, 2nd, Wiley, New York.
- [6] Paranjape, A., Sinha, N. K., and Ananthkrishnan, N. (2007), “*Use of Bifurcation and Continuation Methods for Aircraft Trim and Stability Analysis,*” 45th AIAA Aerospace Sciences’ Meeting and Exhibit, NV, AIAA Paper, No. 105, pp. 808-818
- [7] Goman, G., Kharmatsovsky, A. and Kolesnikov, E. (2008) “*Evaluation of Aircraft Performance and Maneuverability by Computation of Attainable Equilibrium Sets,*” Journal of Guidance, Control, And Dynamics, Vol.31, pp. 329-339
- [8] Chakraborty, A., Seiler, P., Balas, J. (2010), “*Nonlinear Region of Attraction Analysis for Flight Control Verification and Validation,*” Journal of Control Engineering Practice, Vol. 19, issue 4, pp. 335-345.
- [9] Marco, A., Duk, E. (2007), “*A General Solution to the Aircraft Trim Problem,*” AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference 20-23, pp.1-40.
- [10] Kampen, E., Chu, Q., and Mulder, J. (2007), “*Nonlinear Aircraft Trim using Internal Analysis*” AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. 20-23.
- [11] Ouellette, J. (2010), “*Flight Dynamics and Maneuver Loads on a Commercial Aircraft with Discrete source damage,*” Master of Science Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [12] Shah, G. (2008), “*Aerodynamic Effects and Modeling of Damage to Transport Aircraft,*” NASA Ames Research Centre, Virginia 23681.
- [13] Nguyen, N. and e Krishnakumar, K. (2008),”*Dynamics and Adaptive Control for Stability recovery of damaged asymmetric aircraft*”, NASA Ames Research Center, Ca 94035, 2008.
- [14] Nguyen, N. and e Krishnakumar, K. (2009), “*Hybrid Intelligent Flight Control with Adaptive Learning Parameter Estimation*”, Journal of Aerospace