

## هدایت میانی سه‌بعدی با نقاط گذر متحرک

میر جلیلی، رضا\*<sup>۱</sup>، توکلی، فرهاد<sup>۲</sup>، جلالی نائینی، سیدحمید<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشجوی دکتری هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

۳- استادیار گروه هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۱/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۰۹/۱۰)

### چکیده

در این مقاله، یک قانون هدایت میانی سه‌بعدی با استفاده از نقاط گذر متحرک برای رهگیری اهداف متحرک ارائه شده است. نقاط گذر به گونه‌ای انتخاب می‌شود که وسیله پروازی در ابتدا اوج‌گیری مناسبی کرده و در لایه‌های رقیق‌تر اتمسفر مسیر خود را طی کند. البته با تغییر مسیر هدف، موقعیت نقاط گذر اصلاح می‌شود. وسیله پروازی برای پرواز به سمت نقطه گذر آتی از روش هدایت تناسبی با جبران اثر شتاب جاذبه استفاده می‌کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که قانون هدایت پیشنهادی برای اهداف در برد بلند و با تغییر مسیر، عملکرد بهتری در مقایسه با روش‌های هدایت میانی کلاسیک دارد.

واژه‌های کلیدی: قانون هدایت، هدایت میانی، نقاط گذر، هدایت تناسبی

### مقدمه

وظیفه اصلی هدایت مرحله میانی پرواز بر ضد اهداف هوایی، بهینه‌سازی مسیر جهت افزایش سرعت نهایی، کاهش زمان اصابت و افزایش برد است [۱]. تاکنون روش‌های متعددی برای هدایت میانی ارائه شده است که به‌طور نمونه عبارتند از: هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه، هدایت کاپا، هدایت مبتنی بر اغتشاشات تکین، روش همسایگی کنترل بهینه، هدایت با قید زاویه شیب نهایی، حل بهینه عددی و هدایت با هدف مجازی لغزان؛ اما مطالعه جامعی برای هر یک از قوانین مذکور و مقایسه نتایج آن‌ها در دسترس نمی‌باشد.

هدایت تناسبی و استراتژی‌های بهبود یافته آن سالیان متمادی است که در موشک‌های آشیانه‌یاب بکار می‌رود. در حال حاضر، هنوز از این استراتژی‌ها به علت سهولت بکارگیری و عملکرد نسبتاً مناسب استفاده می‌شود. یکی از استراتژی‌های بهبود یافته هدایت تناسبی، هدایت تناسبی با جبران اثر شتاب جاذبه است. در این روش افت مسیر موشک ناشی از شتاب جاذبه جبران می‌شود. هر چه مسیر طی شده طولانی‌تر باشد،

تأثیر اعمال این ترم بیشتر نمایان می‌شود. برای کاربرد هدایت تناسبی در هدایت میانی ممکن است از سه روش استفاده شود. برای کاهش تلفات انرژی جنبشی موشک و متعاقب آن افزایش سرعت نهایی، موشک در ابتدا باید اوجگیری سریعی بنماید تا قسمت اعظم مسیر پروازی خود را در لایه‌های رقیق‌تر اتمسفر طی نماید. برای این منظور، موشک با زاویه پرتاب بزرگتری نسبت به زاویه فراز مسیر برخورد، پرتاب می‌شود که اصطلاحاً به آن زاویه فوق فراز می‌گویند [۲]. البته این راهکار برای موشک‌های زمین‌به‌هوا عملی است؛ اما برای موشک‌های هوا به هوا مشکلزاست و در این نوع موشک‌ها، ترجیحاً موشک در ابتدا یک مانور اوجگیری انجام می‌دهد که همان راهکار دوم است که در ادامه به آن اشاره می‌شود. در راهکار دوم، مقدار ضریب شتاب جاذبه ( $N'_g$ ) در «هدایت تناسبی با جبران شتاب جاذبه» را افزایش می‌دهند که در منابع به آن استراتژی «هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه» می‌گویند. مقدار  $N'_g$  برای این منظور ممکن است تابعی از زمان یا «زمان باقیمانده تا اصابت به هدف» لحاظ شود. عبارت بایاس شتاب جاذبه در حالت مذکور، به صورت حلقه باز عمل می‌کند. البته

سرعت نهایی بدست می‌آید [۱۳]. ایراد اصلی هدایت کاپا این است که در حل آن ساده‌سازی‌های زیادی انجام شده‌است و از همه مهم‌تر، اثر کاهش دانسیته هوا با ارتفاع در بهینه‌سازی آن لحاظ نشده‌است. در مرجع [۱۴] نیز با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی توده‌ای مورچه‌ها این قانون هدایت، بهینه‌سازی شده و با حل عددی مسئله هدایت بهینه مقایسه شده‌است.

متعاقباً روش‌های متعددی برای بهبود عملکرد قوانین هدایت میانی ارائه شده‌است. یکی از این روش‌ها هدایت با استفاده از یک هدف مجازی لغزان (متحرک) است [۱۵، ۱۶]. در این روش، موشک یک هدف مجازی متحرک را دنبال می‌کند که در لحظه نهایی، هدف مجازی منطبق بر هدف واقعی می‌شود. روش ارائه شده در حالت سه‌بعدی و با تغییر مسیر هدف نیاز به اصلاحاتی دارد و تنظیمات آن دشوار است. البته لازم به ذکر است که نقاط‌گذر و اهداف مجازی در طراحی مسیر هواپیماهای بدون سرنشین کاربرد زیادی دارد و در منابع متعددی آمده‌است؛ اما برای نخستین بار در مرجع [۱۵] برای هدایت موشک زمین‌به‌هوا منتشر شده‌است. در اکثر منابع دسترس، عملکرد قوانین هدایت میانی در صفحه قائم و در حالت اهداف بدون تغییر مسیر بررسی شده‌است. عملکرد قوانین هدایت میانی در مقابل تغییر مسیر اهداف هوایی در منابع معدودی منتشر شده‌است [۱۷، ۱۸].

در این تحقیق، یک قانون هدایت میانی با استفاده از دو نقطه گذر در میانه مسیر برای موشک‌های زمین‌به‌هوای برد بلند توسعه یافته‌است. پارامترهای این قانون هدایت با استفاده از شبیه‌سازی پرواز تنظیم شده و عملکرد آن با اعمال تغییر مسیر هدف نیز بررسی شده‌است.

#### هدایت با استفاده از نقاط‌گذر

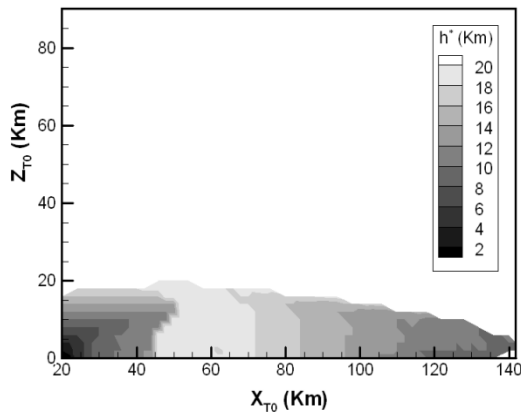
در تعیین نقاط‌گذر مطابق شکل ۱، دو نقطه میانی هم ارتفاع (WP1 و WP2) به عنوان هدف مجازی انتخاب می‌شود. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، نقطه گذر اول در راستای زاویه ۶۰ درجه نسبت به افق و در ارتفاع  $h$  تعیین می‌شود. زاویه خط واصل بین نقطه گذر دوم و هدف واقعی نسبت به خط افق با  $\delta$  نمایش داده شده‌است. اگر خط واصل بالای خط‌چین افقی (در محل هدف) واقع شود، مقدار  $\delta$  منفی و اگر در پایین آن قرار گیرد، علامت آن مثبت است. در الگوریتم حاضر، موشک پس از پرتاب با استفاده از قانون هدایت تناسبی به سمت نقطه گذر اول (WP1) پرواز می‌کند و

ترم بایاس عمودی شتاب جاذبه می‌تواند به بایاس نرخ چرخش خط دید نیز تبدیل شود [۳]. در راهکار سوم، ضریب ناوبری نیز متغیر در نظر گرفته می‌شود [۴]. به‌طور مثال، در صورت استفاده از زاویه فوق فراز، مقدار ضریب ناوبری به‌گونه‌ای باید تنظیم شود که موشک در صفحه قائم سریعاً به سمت هدف نچرخد. سه راهکار مذکور ممکن است به‌طور همزمان نیز بکار برده شود. سه راهکار اشاره شده، ماهیتی حلقه باز دارد و در صورت تغییر مسیر هدف ممکن است حتی نتیجه‌ای معکوس دهد. البته در صورتی که  $N'_g$  تابعی از متغیرهای زمان حال منظور شود، به‌عبارت دیگر فرم حلقه‌بسته داشته باشد، عملکرد قانون هدایت در مقابل تغییر مسیر هدف تا حدود زیادی حفظ می‌شود که این موضوع بستگی به کارایی تابع  $N'_g$  بکار رفته دارد. البته در مرجع [۵] نیز رابطه  $N'_g$  تابعی از زمان منظور شده‌است. در مرجع [۶] یک دسته از قوانین هدایت میانی با  $N'_g$  تابعی از متغیرهای زمان حال ارائه شده‌است.

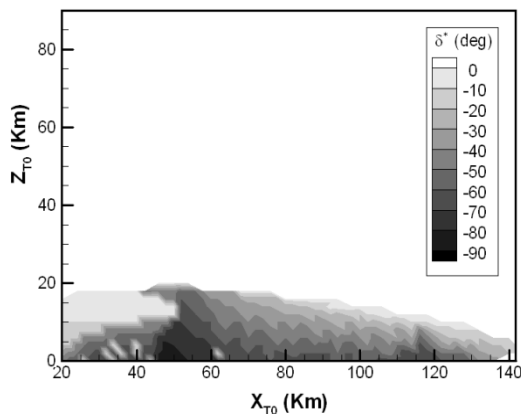
اگرچه اعمال ترم پیش‌تنظیم بایاس عمودی شتاب جاذبه در هدایت تناسبی سبب افزایش برد موشک‌های هوا به‌هوا می‌شود؛ اما حل عددی مسئله بهینه‌سازی نشان می‌دهد که هنوز پتانسیل زیادی برای افزایش برد یا افزایش سرعت نهایی وجود دارد [۷، ۸]. به همین منظور، روش هدایت مبتنی بر اغتشاشات تکین برای بهبود عملکرد «هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه» ارائه شد [۹، ۱۰]. البته فرضیات ساده‌شونده زیاد در حل مسئله، سبب کاستن از بهینگی این روش شده‌است. روش دیگر، روش همسایگی کنترل بهینه [۱۱] است که حول مسیر نامی نسبت به روش اغتشاشات تکین جواب بهتری می‌دهد؛ اما با تغییر شرایط اولیه و تغییر مسیر هدف، حتی ممکن است واگرا هم شود.

اعمال زاویه شیب نهایی در قانون هدایت، سبب اوجگیری موشک در ابتدای پرواز می‌شود که در صورت تنظیم مناسب، سبب می‌شود که موشک قسمت اعظم مسیر پروازی خود را در لایه‌های رقیق‌تر اتمسفر طی کند. روابط این دسته از قوانین هدایت از دو ترم تشکیل شده‌است. ترم اول، همان رابطه هدایت تناسبی است. ترم دوم برای شکل‌دهی مسیر پرواز (اعمال زاویه شیب نهایی) به ترم اول افزوده می‌شود [۱]. لازم به ذکر است که کاربرد این دسته از قوانین هدایت تنها منحصر به هدایت میانی نیست [۱۲]. در هدایت کاپا با استفاده از تئوری کنترل بهینه، ضرایب این دو ترم برای بیشینه کردن

بدست آمده از شبیه سازی که در شکل ۲ و ۳ نمایش داده شده است، برای هر موقعیتی از هدف، با انتخاب  $h$  و  $\delta$  مناسب، می توان به تعیین نقاط گذر مناسب دست یافت. در شکل ۲ و ۳ به ترتیب مقادیر مناسب ارتفاع  $h$  و زاویه  $\delta$  به ازای موقعیت اولیه هدف  $(X_{T0}, Z_{T0})$  نشان داده شده است. این مقادیر به ازای  $R_{WP1} = R_{WP2} = 2\text{km}$  بدست آمده است. البته در تعیین نقاط گذر، حداکثر ارتفاع پروازی مجاز باید رعایت شود. حال رویه هایی به داده های بدست آمده از شکل ۲ و ۳ برای ارتفاع  $h$  و زاویه  $\delta$  انطباق داده می شود.



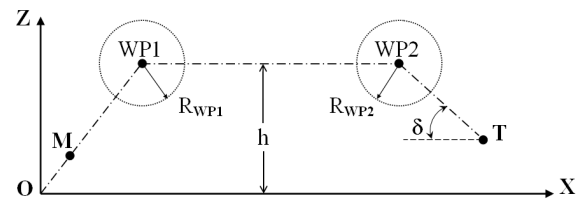
شکل ۲- نحوه تنظیم ارتفاع  $h$  برای معیار حداکثر سرعت نهایی



شکل ۳- نحوه تنظیم زاویه شیب  $\delta$  برای معیار حداکثر سرعت نهایی

$$\begin{aligned}
 h^*(X_T, Z_T) = & + (0.894634) \\
 & + (-1.630032) * X_T \\
 & + (0.877730) * X_T^2 \\
 & + (-0.147034) * X_T^3 \\
 & + (0.010041) * X_T^4 \\
 & + (-0.000244) * X_T^5 \\
 & + (-1.023092) * X_T * Z_T \\
 & + (0.121910) * X_T^2 * Z_T \\
 & + (-0.004368) * X_T^3 * Z_T \\
 & + (2.237597) * Z_T \\
 & + (0.221073) * Z_T^2
 \end{aligned} \quad (3)$$

بعد از آن به سمت نقطه گذر دوم (WP2) و پس از عبور از آن به سمت هدف واقعی حرکت می کند. البته عبور از نقاط گذر اول و دوم سبب عملکرد نامطلوب شده و برای رفع آن، موشک قبل از رسیدن به این نقاط گذر، به سمت هدف بعدی (مجازی/ واقعی) تغییر مسیر می دهد. مطابق شکل ۱، پارامترهای  $R_{WP1}$  و  $R_{WP2}$  به عنوان شعاع ناحیه مذکور (برای تغییر هدف) حول نقطه گذر مربوطه تعریف می شود. برای تعیین موقعیت نقاط گذر نیاز به تعیین مقادیر ارتفاع  $h$ ، زاویه  $\delta$  و موقعیت هدف است.



شکل ۱- هندسه تعیین نقاط گذر و پارامترهای آن

همانگونه که اشاره شد، ممکن است از قانون هدایت تناسبی برای طی مسیر بین نقاط گذر استفاده شود. در اینجا به منظور بهبود عملکرد از قانون هدایت تناسبی با جبران شتاب جاذبه مطابق رابطه زیر استفاده می شود:

$$\vec{u}_n = N'_g (\vec{\Omega} \times \hat{e}_m) - N'_g \vec{g}_n \quad (1)$$

که در آن،  $N'_g$  ضریب ناوبری مؤثر،  $v_c$  سرعت نزدیک شدن موشک به هدف (مجازی/ واقعی)،  $\vec{\Omega}$  بردار سرعت زاویه ای خط دید موشک به هدف (مجازی/ واقعی) در جهت عمود بر خط دید،  $\hat{e}_m$  بردار یکه در جهت بردار سرعت موشک،  $N'_g$  ضریب شتاب جاذبه و  $\vec{g}_n$  بردار شتاب جاذبه در راستای عمود بر بردار سرعت است. به عبارت دیگر:

$$\vec{g}_n = \vec{g} - (\vec{g} \cdot \hat{e}_m) \hat{e}_m \quad (2)$$

#### الف) حالت هدف ثابت

برای تعیین مدل نقاط گذر در حالت هدف ثابت، کفایت تا مقادیر  $R_{WP1}$ ،  $R_{WP2}$ ، ارتفاع  $h$  و زاویه  $\delta$  تعیین شود. توجه این که در حالت هدف ثابت، نقاط گذر ثابت می شود. این پارامترها با استفاده از شبیه سازی پرواز تعیین می شود. برای تنظیم پارامترهای این مدل، هر پارامتر را در کد شبیه سازی در یک حلقه تغییر داده و با توجه به معیار عملکرد حداکثر سرعت نهایی، مقادیر مناسب آن ها بدست می آید. با توجه به نتایج

البته در یک مدل‌سازی کامل، حداکثر میزان چرخش بالک‌ها باید منظور شود که این میزان حداکثر زاویه حمله و لذا حداکثر ضریب برا را مشخص می‌کند. نتایج شبیه‌سازی به ازای زمان شروع هدایت موشک ۲ ثانیه پس از پرتاب، موقعیت پرتاب  $[0 \ 0 \ 1]^T$  بر حسب متر، زاویه پرتاب ۶۵ درجه و سرعت اولیه ۲۰ متربرثانیه منظور شده‌است. معادله حرکت در شبیه‌سازی پرواز به صورت زیر در نظر گرفته شده‌است:

$$\ddot{\vec{a}}_m = \frac{T(t) - D}{m(t)} \hat{e}_m + \ddot{\vec{u}}_n + \vec{g} \quad (7)$$

که در آن،  $T(t)$  نیروی پیشران موتور،  $D$  نیروی پسا،  $m(t)$  جرم موشک،  $\hat{e}_m$  بردار یکه در جهت بردار سرعت موشک  $\vec{g}$  بردار شتاب جاذبه است. نیروی پیشران موتور و جرم موشک به صورت تابعی از زمان منظور شده‌است. لذا:

$$T = -g I_{sp} \dot{m}, \quad D = \rho v_m^2 S_{ref} C_D / 2 \quad (8)$$

که  $I_{sp}$  ضربه ویژه سوخت،  $\dot{m}$  نرخ تغییر جرم موشک ناشی از احتراق موتور پیشران،  $\rho$  چگالی هوا،  $v_m$  سرعت موشک و  $S_{ref}$  سطح مرجع موشک ( $S_{ref} = 0.1 \text{ m}^2$ ) است. برای محاسبه چگالی هوا از استاندارد ISA 1976 استفاده می‌شود. برای محاسبه ضریب نیروی پسا نیز از رابطه پسای قطبی  $(C_D = C_{D0} + K C_L^2)$  استفاده می‌شود که در آن  $C_L$  ضریب برا است. همچنین ضرایب  $C_{D0}$  و  $K$  تابعی از عدد ماخ ( $M$ ) و به صورت روابط (۹) و (۱۰) در نظر گرفته می‌شود.

$$C_{D0}(M) = \begin{cases} 0.3 & \text{for } M \leq 0.8 \\ \frac{-0.76 + 0.8M - 0.1M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} & \text{for } M \geq 1.2 \end{cases} \quad (9)$$

$$K(M) = \begin{cases} 0.025 & \text{for } M \leq 0.8 \\ \frac{47 - 16M + 5.8M^2}{1000} & \text{for } M \geq 1.2 \end{cases} \quad (10)$$

مقادیر  $C_{D0}$  و  $K$  برای ناحیه گذر صوتی با میانمایی خطی بین مقادیر ماخ ۰/۸ و ۱/۲ محاسبه می‌شود. در کد شبیه‌سازی، وزن پرتاب موشک ۶۵۰ کیلوگرم، ضربه ویژه سوخت ۲۷۰ ثانیه، میزان دبی جرمی گازهای خروجی ناشی از احتراق برای ۶ ثانیه نخست پرواز برابر ۳۲ کیلوگرم بر ثانیه و برای ۱۹ ثانیه بعد، ۵/۷ کیلوگرم برثانیه منظور می‌شود.

برای محاسبه ضریب پسا از رابطه پسای قطبی نیاز به محاسبه ضریب نیروی برا ( $C_L$ ) می‌باشد. برای اعمال پسای القایی به این صورت عمل می‌شود که با استفاده از قانون

$$\delta^*(X_T, Z_T) = +(-17.327586) + (-9.311098) * X_T^2 + (2.214459) * X_T^3 + (0.186001) * X_T^4 + (0.005350) * X_T^5 + (9.999224) * X_T * Z_T + (1.732876) * X_T * Z_T^2 + (0.606794) * X_T^2 * Z_T + (0.000342) * X_T^4 * Z_T + (-0.797187) * Z_T^5 \quad (4)$$

انطباق رویه‌های مذکور با داده‌های حاصل از نتایج شبیه‌سازی با استفاده از روش گرام-اشمیت [۱۹] بدست آمده‌است.

#### ب) حالت هدف متحرک

در ادامه چگونگی تعیین نقاط گذر برای اهداف متحرک بیان می‌شود. برای تعیین نقاط گذر در مقابل هدف متحرک (در صفحه قائم)، ابتدا با توجه به موقعیت اولیه هدف مقادیر  $h$  و  $\delta$  مشخص شده و سپس نقاط گذر اولیه با توجه به مدل ارائه شده تعیین می‌شود. پس از آن با تغییر موقعیت هدف، مقادیر  $h$  و  $\delta$  بدون تغییر فرض شده و لذا نقطه گذر اول ثابت می‌ماند، اما نقطه گذر دوم با موقعیت جدید هدف، به‌نگام می‌شود. در اهداف با تغییر مسیر و وجود انحراف به سمت، تعیین نقاط گذر مشابه حالت هدف متحرک در صفحه قائم بوده و تنها مقدار مؤلفه سمت آن‌ها برابر با مقدار سمت هدف تعیین می‌شود. بنابراین با توجه به شکل ۱، روابط تعیین موقعیت نقاط گذر به صورت زیر نوشته می‌شود:

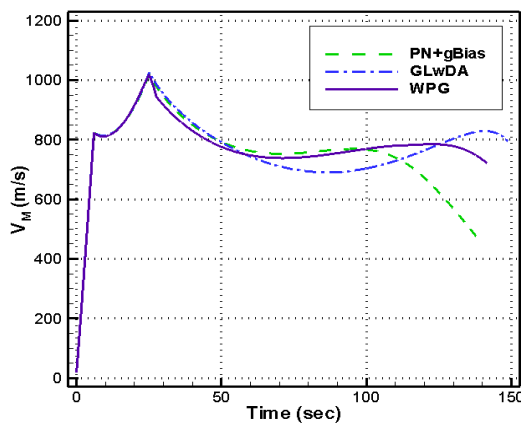
$$X_{WP1} = \frac{h}{\tan 60^\circ}, \quad Y_{WP1} = Y_T, \quad Z_{WP1} = h \quad (5)$$

$$X_{WP2} = X_{PIP} - \frac{|h - Z_T|}{\tan \delta}, \quad Y_{WP2} = Y_T, \quad Z_{WP2} = h \quad (6)$$

#### نتایج شبیه‌سازی

برای بررسی عملکرد هدایت میانی با استفاده از نقاط گذر از یک کد شبیه‌سازی سه‌بعدی، با فرض سیستم کنترل ایده‌آل و بدون تأخیر استفاده شده‌است. برای موشک، مدل جرم نقطه‌ای و برای شتاب جاذبه، مدل زمین تخت منظور شده‌است. در این کد، فرض شده‌است که بردار تراست در امتداد بردار سرعت است و از مدل موشک در مرجع [۱۸] استفاده شده‌است. در مدل مذکور، مقدار ۲۰ جی برای محدودیت سازه و ابزار آلات دقیق و محدودیت ضریب برا ( $C_L \leq 8$ ) نیز به‌خاطر محدودیت در قابلیت مانور موشک لحاظ شده‌است.

در حالت اخیر، ترم ضریب بایاس عمودی شتاب جاذبه اعمال نشده‌است. در هدایت با قید زاویه شیب نهایی، مقدار زاویه شیب نهایی  $85^\circ$  منظور شده‌است. در قانون هدایت با نقاط گذر با استفاده از روابط (۳) و (۴)، ارتفاع نقاط گذر  $19/7$  کیلومتر و مقدار زاویه نقطه گذر دوم با افق  $23/4$  درجه منظور شده‌است. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، نقطه گذر اول، بدلیل ثابت بودن  $h$  با حرکت هدف تغییر مکان نمی‌دهد؛ اما نقطه گذر دوم علاوه بر  $h$  به زاویه  $\delta$  و برد هدف نیز وابسته است و لذا در حالت هدف متحرک، نقطه گذر دوم نیز متحرک بوده و موقعیت آن در هر لحظه با توجه به موقعیت هدف تعیین می‌شود. همچنین در این شکل، مشاهده می‌شود که برای هدایت با قید زاویه شیب نهایی (GLWDA)، ارتفاع موشک به بیش از  $35$  کیلومتر رسیده‌است که بر حسب نوع موشک، سبب ناپایداری/عدم کنترل‌پذیری سیستم کنترل می‌شود، اما در هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه (PN+gBias)، موشک به این ارتفاع نرسیده‌است. در شکل ۵، نمودار سرعت موشک بر حسب زمان برای هر سه روش هدایت فوق‌الذکر برای رسیدن به هدف مذکور نمایش داده شده‌است.



شکل ۵- نمودار سرعت موشک بر حسب زمان برای هدف با سرعت ثابت و نزدیک‌شونده  $200\text{m/s}$  از برد  $120\text{km}$  و ارتفاع  $10\text{km}$

مقادیر سرعت نهایی و زمان اصابت برای سه قانون هدایت مورد اشاره در جدول ۱ آمده‌است. همان‌طور که از این جدول مشاهده می‌شود سرعت نهایی برای هدایت با زاویه شیب نهایی حدود  $74$  متربرثانیه از سرعت نهایی برای هدایت با نقاط‌گذر بیشتر شده‌است. نکته‌ای که باید به آن اشاره کرد این است که

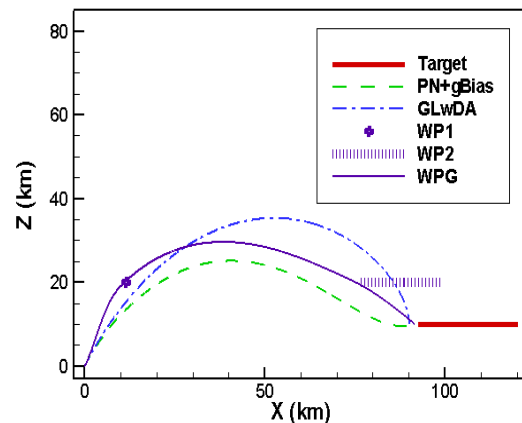
هدایت، دستور شتاب جانبی محاسبه شده و لذا با داشتن شتاب جانبی عمود بر بردار سرعت،  $C_L$  مربوطه محاسبه می‌شود:

$$C_L = \frac{m|u_n|}{\rho v_m^2 S_{ref} / 2} \quad (11)$$

در ابتدا با استفاده از شبیه‌سازی مقادیر  $R_{WP2}$  و  $R_{WP1}$  انتخاب می‌شود. در اینجا این مقادیر برابر دو کیلومتر منظور شده‌است. در ادامه، عملکرد هدایت با نقاط‌گذر متحرک که در نمودارها با نماد WPG نشان داده شده‌است، با سه روش موجود مقایسه می‌شود. قانون هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه که در شکل‌ها با نماد PN+gBias مشخص شده‌است. قانون هدایت دوم، قانون هدایت با قید زاویه شیب نهایی است که در نمودارها با نماد GLWDA نشان داده شده‌است. پارامترهای این قانون با توجه به نتایج مرجع [۱۸] انتخاب شده‌است. قانون هدایت سوم، هدایت با استفاده از هدف مجازی لغزان [۱۵] بوده و در نمودارها با نماد VST نمایش داده شده‌است.

در شکل ۴، مسیر حرکت موشک برای سه روش مذکور در مقابل هدف با سرعت افقی و ثابت  $200\text{m/s}$  در صفحه قائم نمایش داده شده‌است. برد اولیه هدف  $120\text{km}$  و ارتفاع آن  $10\text{km}$  است. برای هدایت تناسبی، مقدار ضریب ناوبری متغیر به صورت زیر انتخاب شده‌است [۲۰]:

$$N' = \begin{cases} 1.5 & \text{for } t_{go} \geq 31 \\ 3 - \frac{1.5}{29}(t_{go} - 2) & \text{for } 2 < t_{go} < 31 \\ 4 & \text{for } t_{go} \leq 2 \end{cases} \quad (12)$$



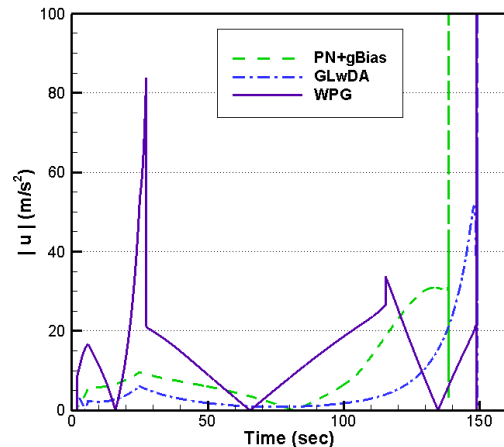
شکل ۴- مسیر حرکت موشک به سمت هدف با سرعت ثابت و نزدیک‌شونده  $200\text{m/s}$  از برد  $120\text{km}$  و ارتفاع  $10\text{km}$

مطابق مرجع [۱۸] زاویه شیب نهایی برای قانون GLwDA استفاده از کد شبیه‌سازی به‌گونه‌ای انتخاب شده‌است که بیشترین سرعت نهایی بدست آید.

جدول ۱- نتایج شبیه‌سازی در حالت هدف بدون تغییر مسیر

قانون هدایت	سرعت نهایی (m/s)	زمان اصابت (s)
PN+gBias	۴۶۶/۰	۱۳۸/۵
GLwDA	۷۹۴/۸	۱۴۸/۹
WPG	۷۲۰/۹	۱۴۱/۶

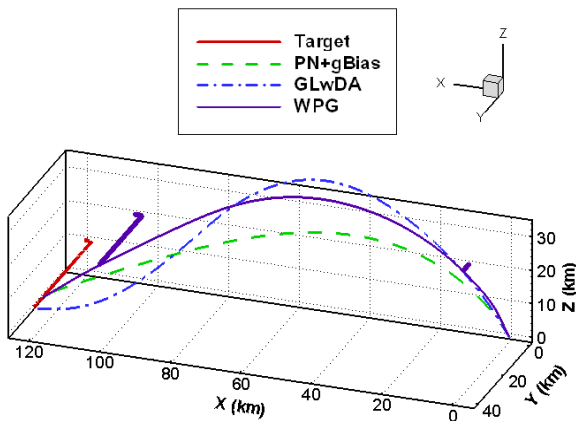
در شکل ۶، نمودار دستور شتاب موشک بر حسب زمان برای سه روش هدایت مذکور رسم شده‌است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در هر سه روش در لحظه آخر، مقدار دستور شتاب جهش ناگهانی دارد که به خاطر رفتار ترم متناسب با نرخ چرخش خط‌دید در قانون هدایت در لحظه (لحظات) نهایی است. روش‌هایی برای حذف این رفتار ناخواسته وجود دارد که در اینجا هم قابل اعمال است؛ ولی به علت اینکه مربوط به هدایت میانی نمی‌شود، اعمال نشده‌است.



شکل ۶- دستور شتاب موشک بر حسب زمان برای هدف با سرعت ثابت و نزدیک‌شونده ۲۰۰ m/s از برد ۱۲۰ km و ارتفاع ۱۰ km

در ادامه رفتار سه قانون هدایت مذکور در مقابل هدف متحرک با تغییر مسیر در فضای سه‌بعدی بررسی شده‌است. در

شکل ۷، مسیر سه‌بعدی حرکت موشک برای سه قانون هدایت مذکور، به سمت هدف متحرک نزدیک‌شونده با سرعت ثابت ۲۰۰ m/s که از برد ۱۲۰ km و ارتفاع ۱۰ km شروع به حرکت کرده و در ثانیه پنجم از پرتاب موشک با شتاب ۴ جی به سمت راست خود تغییر مسیر ۹۰ درجه‌ای می‌دهد، نمایش داده شده‌است.



شکل ۷- مسیر سه‌بعدی حرکت موشک به سمت هدف

با سرعت نزدیک‌شونده ۲۰۰ m/s از برد ۱۲۰ km و ارتفاع ۱۰ km و مانور تغییر مسیر ۹۰ درجه‌ای هدف در صفحه افق

در این حالت، برای هدایت تناسبی با جبران اثر شتاب جاذبه، مقدار ضریب ناوبری برابر چهار و ضریب بایاس عمودی شتاب جاذبه نیز مقدار ثابت یک در نظر گرفته شده‌است. در هدایت با قید زاویه شیب نهایی مقدار زاویه شیب نهایی صفر منظور شده و در قانون هدایت با نقاط‌گذر مشابه حالت قبل، ضریب بایاس عمودی شتاب جاذبه یک در نظر گرفته می‌شود. همچنین همان‌طور که در

شکل ۷ مشاهده می‌شود، با استفاده از روابط (۳) و (۴) ارتفاع نقاط‌گذر ۱۹/۷ کیلومتر و مقدار زاویه نقطه گذر دوم با افق ۲۳/۴ درجه منظور شده‌است (همان مقادیر قبلی). همان‌طور که مشاهده می‌شود در این حالت، هر دو نقطه گذر متحرک بوده و موقعیت آن‌ها هر لحظه با توجه به موقعیت هدف تعیین می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که در مسیر هدایت با قید زاویه شیب نهایی، به علت ارتفاع بیش از حد و عدم کنترل‌پذیری، احتمال ناپایداری موشک با کنترل آیرودینامیکی وجود دارد. در شکل ۸ و ۹، نمودارهای سرعت و دستور شتاب موشک بر حسب زمان برای هر سه روش هدایت مذکور برای رسیدن به هدف متحرک اشاره شده، نمایش داده شده‌است. لازم به ذکر است که اگرچه مقدار دستور شتاب در قانون هدایت میانی با نقاط‌گذر بیش‌تر شده‌است؛ ولی به علت اینکه موشک ارتفاع بیش‌تری گرفته‌است مجموع اثر آن در افت سرعت کم‌تر شده‌است.

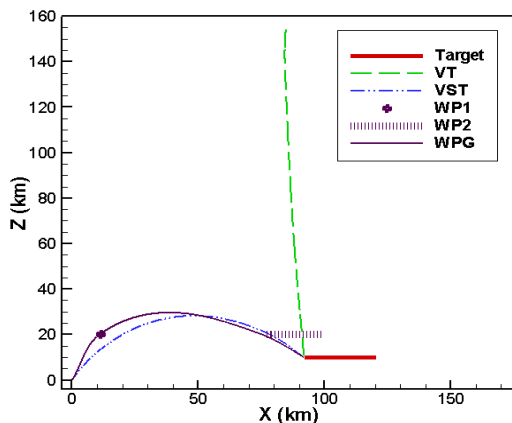
جدول ۲- نتایج شبیه‌سازی در حالت هدف با تغییر مسیر

قانون هدایت	سرعت نهایی (m/s)	زمان اصابت (s)
PN+gBias	۵۱۳/۵	۱۸۹/۱
GLwDA	۴۹۶/۶	۲۳۵/۱
WPG	۷۳۲/۸	۲۰۲/۷

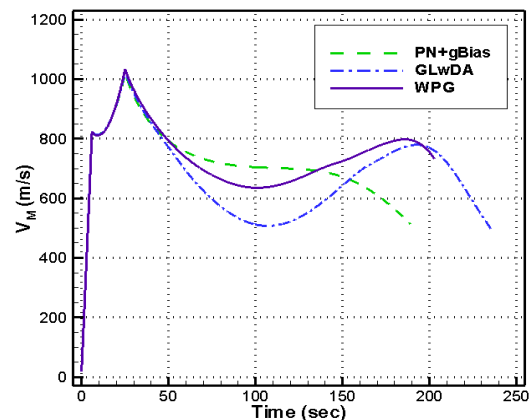
در ادامه، روش هدایت با کمک نقاط‌گذر با روش ارائه شده در مرجع [۱۵] مقایسه می‌شود. لازم به ذکر است که در این مرجع، هدایت برای صفحه قائم مطرح شده و برای تغییر مسیر هدف توضیحی وجود ندارد. در ابتدا برای انتخاب نقطه شروع حرکت هدف مجازی، کد شبیه‌سازی در بازه مشخصی از موقعیت‌های اولیه هدف مجازی اجرا شده و با مقایسه و بررسی عملکرد آن نقاط، نقطه شروع مناسب انتخاب می‌شود. برای تعیین سرعت حرکت این نقطه به سمت موقعیت تخمینی برخورد موشک به هدف، از رابطه (۱۳) که در این مرجع ارائه شده، استفاده می‌شود.

$$V_{il} = D_i / t_{go} \quad (13)$$

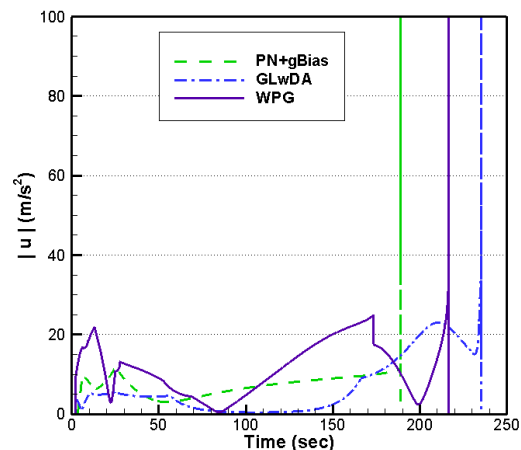
که  $D_i$  فاصله لحظه‌ای هدف مجازی از هدف واقعی،  $V_{il}$  سرعت در نظر گرفته شده برای لغزش هدف مجازی به سمت هدف واقعی و  $t_{go}$  زمان باقیمانده برای رسیدن موشک به هدف واقعی است.



شکل ۱۰- مسیر حرکت موشک و هدف مجازی (VT) به سمت هدف با سرعت ثابت و نزدیک‌شونده  $200\text{ m/s}$  از برد  $120\text{ km}$  و ارتفاع  $10\text{ km}$  و همچنین نقاط‌گذر متحرک



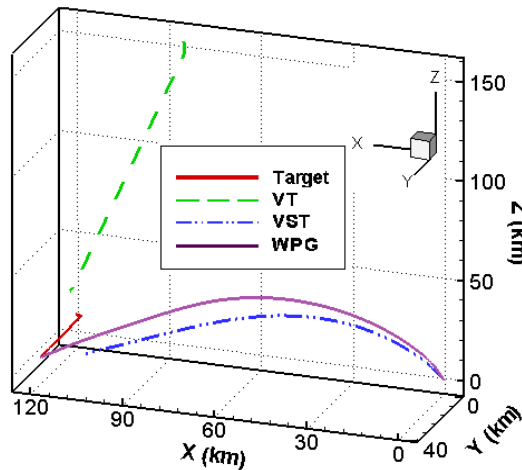
شکل ۸- نمودار سرعت موشک بر حسب زمان برای هدف با سرعت نزدیک‌شونده  $200\text{ m/s}$  از برد  $120\text{ km}$  و ارتفاع  $10\text{ km}$  و مانور تغییر مسیر  $90^\circ$  درجه‌ای هدف در صفحه افق



شکل ۹- دستور شتاب موشک بر حسب زمان برای هدف با سرعت نزدیک‌شونده  $200\text{ m/s}$  از برد  $120\text{ km}$  و ارتفاع  $10\text{ km}$  و مانور تغییر مسیر  $90^\circ$  درجه‌ای هدف در صفحه افق

با توجه به جدول ۲ مشاهده می‌شود که سرعت نهایی قانون هدایت با نقاط‌گذر برتری زیادی نسبت به دو قانون هدایت دیگر دارد. همچنین مشاهده می‌شود که عملکرد قانون هدایت با زاویه شیب نهایی در حالتی که هدف در میانه‌های مسیر تغییر جهت می‌دهد، افت زیادی پیدا می‌کند. رفتار قانون هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه در مقابل اهداف با تغییر مسیر، به علت حلقه‌باز عمل کردن ترم بایاس عمودی شتاب جاذبه، بسیار متفاوت خواهد بود و ممکن است به سادگی سبب واگرا شدن مسیر و عدم اصابت به هدف شود.

هدف نرسیده (فاصله خطا ۱۲/۵۵ km شده‌است) اما در روش استفاده از نقاط‌گذر در زمان ۲۰۲/۳ ثانیه، هدف با سرعت ۷۳۲/۸ متر بر ثانیه مورد اصابت قرار گرفته‌است.

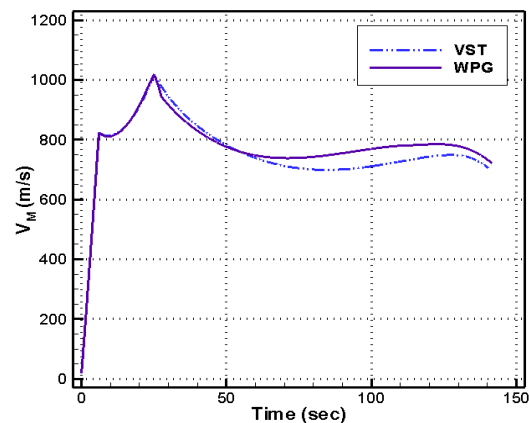


شکل ۱۲- مسیر سه‌بعدی موشک و هدف مجازی در مقابله با هدف متحرک با تغییر مسیر ۹۰ درجه‌ای در روش‌های WPG و VST

در خصوص نحوه پیاده‌سازی قانون هدایت با اهداف مجازی متحرک باید گفت که در این روش بردار موقعیت و سرعت هدف، مورد نیاز است که توسط رادار زمینی تعیین و برای موشک ارسال می‌شود. در رایانه موشک با استفاده از این اطلاعات، موقعیت نقاط‌گذر محاسبه می‌شود. همچنین به بردار موقعیت و سرعت موشک نیاز است که توسط سیستم ناوبری (بطور نمونه سیستم ناوبری اینرسی) محاسبه می‌شود. با موجود بودن بردار موقعیت و سرعت موشک و هدف در رایانه موشک، نرخ چرخش خط‌دید و دستور شتاب به آسانی محاسبه و برای اعمال به سیستم کنترل ارسال می‌شود. پس از نقطه‌گذر مجازی دوم (و حتی قبل از آن)، جستجوگر موشک به سمت موقعیت هدف چرخش می‌کند که به علت خطاهای موجود، از آن نقطه شروع به اسکن فضا برای آشکارسازی هدف کرده و بر روی آن قفل می‌کند. پس از قفل کردن جستجوگر بر روی هدف، در هر لحظه امکان شروع مرحله پایانی وجود دارد که این لحظه با توجه به بهینه‌سازی مسیر، افزایش احتمال اصابت و ملاحظات جنگ الکترونیک انتخاب می‌شود. لازم به ذکر است که این روش به همراه کلاس مشابه خود، محدودیت‌های سیستمی در خصوص دقت سیستم ناوبری و

نتایج شبیه‌سازی برای هدف بدون تغییر مسیر با سرعت نزدیک‌شونده ۲۰۰ m/s از برد ۱۲۰ km و ارتفاع ۱۰ km، در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده‌است. در این حالت نقطه شروع هدف مجازی در مختصات  $P_0^* = [85 \ 0 \ 154]$  (km) منظور شده‌است. در شکل ۱۰، مسیر حرکت هدف واقعی، مسیر حرکت هدف مجازی متحرک (از نقطه  $P_0^*$  به سمت هدف واقعی) و مسیر حرکت موشک به سمت هدف مجازی، نشان داده شده‌است.

در شکل ۱۱، نمودار سرعت موشک بر حسب زمان برای هر دو قانون هدایت مذکور نشان داده شده‌است. در روش هدایت با نقاط‌گذر متحرک، موشک در زمان ۱۴۱/۶ ثانیه و با سرعت ۷۲۱ متر بر ثانیه به هدف اصابت کرده در حالی که با استفاده از هدایت با هدف مجازی لغزان موشک در ۱۴۰/۵ ثانیه و با سرعت ۷۰۳ متر بر ثانیه به هدف واقعی اصابت کرده‌است.



شکل ۱۱- نمودار سرعت موشک بر حسب زمان برای

مقابله با هدف با سرعت ثابت و نزدیک‌شونده ۲۰۰ m/s

از برد ۱۲۰ km و ارتفاع ۱۰ km با روش‌های VST و WP

در ادامه برای مقایسه این دو روش در مقابل اهداف متحرک با تغییر مسیر ۹۰ درجه‌ای، ابتدا قانون هدایت با هدف مجازی لغزان [۱۵]، برای مقابله با اهداف در فضای سه‌بعدی تعمیم یافته‌است. در شکل ۱۲، مسیر سه‌بعدی حرکت موشک به سمت هدف متحرک نزدیک‌شونده با تغییر مسیر ۹۰ درجه‌ای در صفحه افق که از برد ۱۲۰ km و ارتفاع ۱۰ km با سرعت ثابت ۲۰۰ m/s شروع به حرکت کرده، برای هر دو روش هدایت اخیر نمایش داده شده‌است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، در روش هدف مجازی لغزان، موشک به



AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Monterey, CA, 1973, pp. 1734-1737.

- [6] Jalali-Naini S. H., Pourtakdoust S. H., "A Simplified Midcourse Guidance Law for Air Interceptors", the 7th Iranian Aerospace Society Conference, Sharif University of Technology, 2008, FD0776.
- [7] Imado F., Kuroda T., Miwa S., "Optimal Midcourse Guidance for Medium Range Air to Air Missile", Journal of Guidance and Control, Vol. 13, No. 4, 1990, pp. 603-608.
- [8] Kumar R., Seywald H., Cliff E. M., Kelley H. J., "Three Dimensional Air to Air Missile Trajectory Shaping", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 18, No. 3, 1995, pp. 449-456.
- [9] Cheng V. H. L., Gupta N. K., "Advanced Midcourse Guidance for Air to Air Missiles", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 9, No. 2, 1986, pp. 135-142.
- [10] Menon, P.K.A., Briggs, M.M., "Near-Optimal Midcourse Guidance for Air-to-Air Missiles", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 13, No. 4, 1990, PP. 596-602.
- [11] Kumar R., Seywald H., Cliff E. M., "Near-Optimal Three Dimensional Air to Air Missile Guidance against Maneuvering Targets", Journal of Guidance and Control, Vol. 18, No.3, 1995, pp. 457-464.

- [12] Zarchan, P., Tactical and Strategic Missile Guidance, 4th ed., progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 199, AIAA, 2002.
- [13] Lin, C. F. and Tsai, L. L., "Analytical Solution of Optimal Trajectory-Shaping Guidance", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 10, No. 1, 1987, pp. 61-66.
- [14] نیکوسخن لامع، م.، نبوی، س.ی.، نوبهاری، ه.، "بهینه‌سازی قانون هدایت کاپا با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی توده‌ای مورچه‌ها و مقایسه آن با حل عددی مسئله کنترل بهینه"، هفتمین همایش سالانه انجمن هوافضای ایران، اسفندماه ۱۳۸۶، دانشگاه صنعتی شریف.

دقت رادار زمینی دارد بگونه‌ای که جستجوگر، زمان کافی برای اسکن فضا برای اکتساب هدف داشته باشد. هرچه دقت‌های مذکور کم‌تر باشد، زمان بیش‌تری برای اسکن فضا مورد نیاز است که ممکن است موجود نباشد. برای جبران آن ممکن است پهنای پرتوی جستجوگر یا زمان فاز نهایی افزایش یابد که افزایش آن‌ها نیز مشکلات دیگری دارد.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق، یک قانون هدایت میانی سه‌بعدی با استفاده از دو نقطه گذر متحرک در میانه مسیر برای موشک‌های زمین‌به‌هوای برد بلند توسعه یافته‌است. برای این منظور، روابط بهنگام کردن نقاط گذر ارائه شده‌است. در ادامه با استفاده از کد شبیه‌سازی پرواز، مقادیر ارتفاع و زاویه شیب مسیر نهایی برای الگوریتم هدایت مذکور تعیین و با استفاده از روش گرام-اشمیت، رویه‌هایی به داده‌های بدست آمده، انطباق داده شده‌است. در نهایت، عملکرد قانون هدایت ارائه شده با روش هدایت تناسبی با بایاس عمودی شتاب جاذبه، هدایت با قید شیب نهایی و قانون هدایت با استفاده از هدف مجازی لغزان مقایسه شده‌است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که قانون هدایت پیشنهادی برای اهداف در برد بلند، عملکرد مناسب و بعضاً بهتری در مقایسه با روش‌های هدایت مذکور داشته است؛ اما در حالت تغییر مسیر هدف در میانه‌های مسیر، روش پیشنهادی عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد.

### منابع و مراجع

- [1] Lin C.F., Modern Navigation, Guidance, and Control Processing, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1991.
- [2] Macfadzean R., Surface-Based Air Defense System Analysis, Artech House, Boston, London, 1992.
- [3] Kim B. S., Lee J. G., Han H. S., "Biased PNG Law for Impact with Angular Constraint", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 34, No. 1, 1998, pp. 277-288.
- [4] Glasson D. P., Mealy G. L., Optimal Guidance for Beyond Visual Range Missiles, Volume I, AFATL-TR, 83-89, 1983.
- [5] Wang Q., in C. F., D'souza C. N., "Optimally Based Trajectory Shaping Guidance Design",

اسفندماه ۱۳۸۹.

- [19] Trefethen L.N., and Bau D., Numerical Linear Algebra, University City Science Center, Philadelphia, PA, USA, 1997.
- [20] Jalali-Naini S. H., and Pourtakdoust S. H., "A Modified Midcourse Guidance Law Based on Generalized Collision Course", Journal of Aerospace Science and technology, Vol. 3, No. 3, 2006, pp. 113-123.
- [21] میر جلیلی، ر.، طراحی قانون هدایت میانی سه بعدی با نقاط گذر متحرک، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، خردادماه ۱۳۹۰.
- [15] Raju, P. A., and Ghose, D., "Empirical Virtual Sliding Target Guidance Law Design: An Aerodynamic Approach", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 39, No. 4, Indian Institute of Science, 1179-1190, 2003.
- [16] Singh, P. A., Ghose, D., and Sarkar, A. K., "Launch Envelope Optimization of VST Guidance Law for Vertical Plane Engagements", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
- [17] سجادی، س.ح.، میر جلیلی، ر.، جلالی نائینی، س.ح.، "بررسی عملکرد استراتژی های کلاسیک هدایت تناسبی برای مرحله میانی پرواز"، نهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، بهمن ماه ۱۳۸۸.
- [18] میر جلیلی، ر.، سجادی، س.ح.، جلالی نائینی، س.ح.، "بررسی عملکرد هدایت میانی با قید زاویه شیب نهایی در مقابل تغییر مسیر هدف"، دهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، تهران، دانشگاه تربیت مدرس،