

## نگرشی جدید در پیش‌بینی حد شکل‌پذیری ورق‌های جداره نازک

قرمزی، مسعود<sup>\*</sup>، نادری، مهدی<sup>۲</sup>

۱- استادیار دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، مرکز تحصیلات تکمیلی

۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مواد و متالورژی، دانشگاه تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۱۲/۰۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۱۰/۱۰)

### چکیده

ورق‌های فلزی به علت داشتن کاربرد گسترده در صنایع هوافضایی یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد بررسی محققان حوزه شکل‌دهی فلزات است. یکی از روش‌های مفید در تعیین حد شکل‌پذیری و جلوگیری از پارگی ورق‌ها، استفاده از منحنی FLC می‌باشد. این منحنی علاوه بر میزان شکل‌پذیری، مرز کرنش مجاز برای شکل‌دهی فلزات ورقه‌ای را نیز تعیین می‌کند. دقت و گستردگی کاربرد این روش از جمله دلایلی است که در این مقاله مبنا قرار گرفته است. این مطالعه با مرور تاریخچه نمودارهای حد شکل‌پذیری، خصوصاً تئوری پیشنهادی مارچینیاک و کوزینسکی معروف به M-K، مدل جدیدی ارائه داده است که ضمن مطابقت با نتایج حاصل از تئوری فوق، نقاط ضعف آن را نیز مرتفع کرده است. در این تئوری همانند تئوری M-K یک مدل ورقه‌ای نازک دارای یک ناهمگونی می‌باشد که به صورت یک کاهش ضخامت گرادینانی با تابعی سینوسی انتخاب شده و تحت یک تنش دوبعدی قرار گرفته است. با بررسی تحلیلی، در نهایت یک معادله دیفرانسیل حاکم به دست آمده که با حل عددی آن نه تنها در محدوده کرنش‌های مثبت (ناحیه اتساعی) جوابی مطابق با جواب تئوری M-K ارائه داده بلکه در محدوده سمت چپ (ناحیه کششی) نیز توانسته است منحنی FLC را تکمیل نماید. نتایج حاصل از بررسی بر روی دو آلیاژ با مقادیر توان سخت‌شوندگی ۰/۴ و ۰/۲۴ نشان‌دهنده صحت معادله ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: شکل‌دهی، حد شکل‌پذیری، فلزات ورقه‌ای، مدل M-K

### مقدمه

فرایند مناسب در ساخت قطعات مختلف با توجه به شکل و پیچیدگی آن یاری می‌دهد.

وسایل پرنده از ده‌ها هزار قطعه فلزی تشکیل گردیده‌اند که قسمت اعظم آنها (حدوداً ۷۵٪) از روش شکل‌دهی فلزات ورقه‌ای (ورقه‌ها، لوله‌ها، پروفیل‌ها و غیره) ساخته می‌شوند (شکل ۱). از جمله قطعات وسایل پرنده که با این روش ساخته می‌شود می‌توان به پوسته‌ها، لوله‌های هیدرولیک و پنوماتیک، ریب‌ها، فریم‌ها در بدنه، سرچنگی موشک‌ها، بدنه موشک‌ها، نازل موتورها در هواپیماها و موشک‌ها، مخازن سوخت و اکسیژن و لوله‌های مرتبط و غیره اشاره نمود [۲]. بزرگترین مشکل در به نتیجه رسیدن تولید قطعاتی به روش شکل‌دهی ورق با طرح‌های پیچیده، محدودیت در تغییر شکل مجاز ورق تا ناحیه پارگی است که گذر از این ناحیه به ایجاد ترک‌هایی در نقاط مختلف طرح منجر می‌شود. بنابراین هم در بخش تئوری

مهمترین معیار در انتخاب مواد در رابطه با مأموریت آن، استحکام، چگالی، سفتی، و مقاومت در برابر خوردگی می‌باشد که در خصوص فلزات ورقه‌ای شکل‌پذیری نیز به معیارهای فوق اضافه می‌گردد که برای ارزیابی شکل‌پذیری نیاز به یک روش جامع در مدل ریاضی می‌باشد. نه تنها در تولید، بلکه در بحث تعمیر و نگهداری سازه‌های هوایی داشتن دانش شکل‌پذیری و دانستن محدودیت‌های شکل‌پذیری از جمله میزان خمش مجاز و ... برای آلیاژهای به‌کار رفته در صنایع هوایی و گاهی جایگزینی آلیاژ یا فرایند ساخت به دلیل مشکلات از جمله نداشتن صرفه اقتصادی، از اهمیت بالایی برخوردار است [۱]. مسلماً دانش شکل‌پذیری آلیاژهای مختلف و دانستن میزان استفاده هر آلیاژ و نوع فناوری ساخت ما را در انتخاب آلیاژ و

مطابقت نداشته است [۴]. نویسندگان فوق مبنا را بر این اساس گذاشتند که در آزمایش کشش نقطه‌ای که نیرو بیشینه می‌شود، نقطه آغازین تمرکز تنش در ضعیف‌ترین نقطه نمونه بوده که باعث باریک‌شوندگی موضعی می‌شود و در نهایت منجر به پارگی خواهد شد. این روش به روش انرژی معروف است که اگر برای شرایط مختلف بارگذاری اعمال شود نتایج زیر حاصل می‌گردد:

$$\varepsilon_i = 2n \frac{\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{2-\alpha}, \quad \alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = Cons \leq 1 \quad (1)$$

با استفاده از رابطه فوق، برای یک فرایند شکل‌دهی که تنش به صورت دو بعدی و یکسان باشد یعنی  $\alpha = 1$ ، کرنش نهایی  $\varepsilon_i = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2n$  و برای کشش یا تنش یک بعدی یعنی  $\alpha = 0$  کرنش نهایی برابر با  $\varepsilon_i = \varepsilon_1 = n$  به دست می‌آید. قسمت‌های مختلف قطعه در یک فرایند ساخت، شرایط مختلف بارگذاری و در نهایت تنش و کرنش متفاوتی را تجربه می‌کنند. ایده‌ای که بتوان نموداری برای مرز پایداری در فاز پلاستیسیته یا حد نهایی کرنش مجاز که بتواند مرز قطعات سالم را از معیوب برای تمامی نسبت‌های کرنش به دست آورد، با عنوان نمودارهای حد شکل‌پذیری شناخته می‌شود.

تحلیل حدود شکل‌پذیری فلزات اولین بار در دهه ۱۹۴۰ ارائه شد. ابتدا گنسامر<sup>۴</sup> در سال ۱۹۴۶ نخستین نمودار شبه FLD را برای ورق‌ها ارائه کرد. امروزه تفکر نمودارهای حد شکل‌پذیری را متعلق به کیلر<sup>۵</sup> و بکفن<sup>۶</sup> در سال ۱۹۶۳ و حالت توسعه‌یافته آن به گودوین<sup>۷</sup> در پایان دهه ۶۰ نسبت می‌دهند [۵-۷]. عبارت حد شکل‌پذیری در حکم معیاری برای شکل‌پذیری مواد ورقه‌ای فلزی در شروع به رشد ترک معرفی شده است. تحقیقات مستمری در ۴۰ سال اخیر بر روی نمودارهای FLD و اثر پارامترهای مؤثر بر روی آن انجام شده است. این کوشش‌ها با آغاز دهه ۹۰ و استفاده عملی از FEM شدت یافته است. ادامه این فعالیت‌ها در سال‌های اخیر منجر شد که تمامی پژوهش‌ها بر روی روش‌های اندازه‌گیری نمودارها، تعریف معیارهای شکست و توضیح نوع تأثیر پارامترهای مختلف موجود در فرایند پرداخته شود. افرادی همچون گوش<sup>۸</sup>، هاسک<sup>۹</sup>، مارچینیاک<sup>۱۰</sup> و ناکازیماس<sup>۱۱</sup> و دیگر محققین از جمله کسانی بودند که تمرکز شدیدی بر روی حوزه‌های یادشده داشتند [۸-۱۴]. کرنش بیشینه منتهی به

و هم در بخش عملی و آزمایشگاهی یک روش مناسب برای پیش‌بینی حد نهایی کرنش که باعث محدودیت در تولید قطعه با فناوری بالا می‌شود، لازم به نظر می‌رسد. حد نهایی کرنش در واقع به کرنشی گفته می‌شود که ادامه عمل شکل‌دهی بعد از آن منجر به تولید قطعه معیوب می‌گردد و به فاکتورهایی از جمله نوع ماده، ناهمگنی<sup>۱</sup> هندسی و خواص مکانیکی ماده، شیوه و تاریخچه بارگذاری، شرایط دما، سرعت کرنش، اصطکاک و ضخامت بستگی دارد [۳]. دانستن یا پیش‌بینی هر چه دقیق‌تر حد نهایی کرنش در عمل باعث ارایه روش مناسب برای فرایند تولید می‌شود که نتیجه آن در نهایت منجر به تولید قطعه فنی و بدون عیب می‌گردد. تا کنون رابطه‌ای که بتواند اثر پارامترهای فوق را به صورت هم‌زمان در فرایند تولید مشخص کند، ارائه نگردیده است.



شکل ۱ - نمونه‌هایی از قطعات هواپیما که با روش شکل‌دهی فلزات ورقه‌ای ساخته می‌شوند [۲]

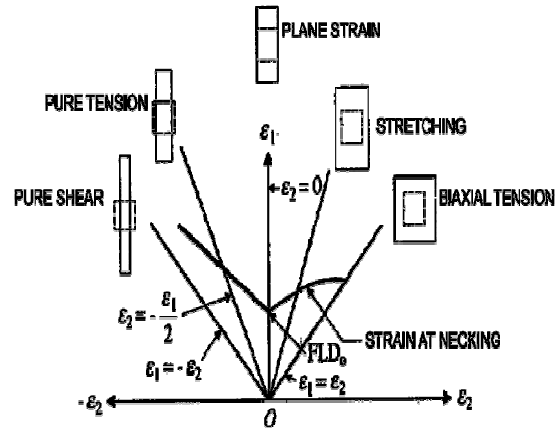
روش‌های اولیه برای بررسی حد نهایی کرنش که توسط لوهان<sup>۲</sup> و ساچس<sup>۳</sup> ارائه گردیده معمولاً با نتایج آزمایشگاهی

FLD پرداختند [۱۷]. از نقطه نظر عملی هرک<sup>۱۸</sup> و کوزینسکی و مارچینیاک روش‌های متعددی برای کشیدن نمودارهای FLD با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ارائه دادند [۱۸ و ۱۲]. همچنین در این راستا راقاوان<sup>۱۹</sup> روشی بسیار ساده را برای آماده‌سازی و انجام دادن آزمایش در شرایط کرنشی مختلف پیشنهاد کرد [۱۹]. این منحنی‌ها در مباحث علمی به نام FLC شناخته می‌شود. این منحنی به دو ناحیه تقسیم‌بندی می‌شود که زیر منحنی مربوط به قطعات سالم و بالای منحنی مربوط به قطعات معیوب می‌باشد که داشتن این منحنی در طراحی بهینه قالب‌های شکل‌دهی بسیار حائز اهمیت می‌باشد [۲۰]. نمونه‌ای که آنها برای بررسی انتخاب کردند، یک صفحه تخت تشکیل شده از دو ناحیه با ضخامت‌های متفاوت (شکل ۳) بود که تحت تنش دوطرفه به صورت  $0 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$  قرار گرفته بود.

اولین بار در سال ۱۹۷۸ هاجسون و نیل تحلیل‌های تئوری در مورد نمودارهای FLD را در حالت مستقل از سرعت تغییر شکل، بدون عیب هندسی و تحت شرایط تنش صفحه‌ای پیشنهاد کردند [۲۱]. این مطالعات تنها به پیش‌بینی گلوبی شدن موضعی در اتساع دومحوری محدود شده و برای حالت‌های کرنش‌های اصلی متغییر بین کشش یک‌محوری و تغییر شکل کرنش صفحه‌ای سندیت داشت. مثبت بودن هر دو کرنش اصلی در هنگام تغییر شکل، چقرمگی نامحدود ورق‌ها را به همراه دارد که این پیش‌بینی توسط معادلات ارائه شده در فضای تنش این دو محقق در تناقض با نتایج تجربی بود. از این‌رو برای غلبه بر این مشکل دو رهیافت جدید در پیش روی قرار گرفت. استفاده از تئوری‌های تغییر شکل پلاستیک در تحلیل‌های کلاسیک مشابه اولین راه مطرح شد. نگرش دیگری که به روش M-K شناخته شده است، وجود عیب اولیه در هندسه اولیه ورق، شرط ابتدایی بود که مارچینیاک و کوزینسکی در مدل پیشنهادی خود در نظر گرفته بودند. مدل M-K در بیشتر موارد حد کرنشی کمتر از شرایط کرنش صفحه‌ای را تخمین می‌زند. این در حالی است که برای اتساع دو محوره تعادلی حد بیشتری را تخمین می‌زند.

ایده آنها بر این اساس بود که در اثر اعمال نیرو به نمونه، ابتدا در همه نقاط کرنش شروع به افزایش می‌کند، سپس با ایجاد تمرکز تنش در ناحیه با ضخامت کمتر، تغییرات کرنش در ناحیه با ضخامت بیشتر به سمت صفر میل می‌کند و از این

شکست در نمودار FLD تابعی از شرایط کرنش است که در شکل (۲) نشان داده شده است. این نمودار کرنش چهار نوع حالت کرنش را نشان داده است: کشش دومحوری برابر، کرنش پلاستیک، اتساع تک‌محوری و کشش عمیق.



شکل ۲ - نمونه‌ای از نمودار FLD شامل چندین حالت مختلف از نوع بارگذاری [۱۴]

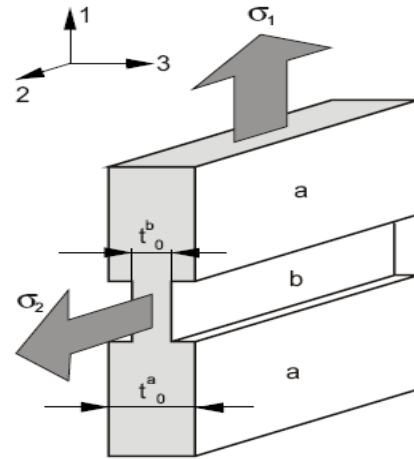
تلاش‌های بسیار زیادی در ادامه برای پیش‌بینی این نمودارها انجام شد که بر پایه تئوری پلاستیسیته، خواص مواد و شرایط ناپایداری بود. معادلات مشتق شده از سویفت<sup>۱۲</sup> که توسط بارتا دا روکا<sup>۱۳</sup> برای پیش‌بینی نفوذ گلوبی شدن، همچنین روابط به دست آمده توسط هیل<sup>۱۴</sup> برای پیش‌بینی کرنش‌های حدی در بازه کرنش‌های صفحه‌ای فرایند کشش آغازی بر این فضای مطالعاتی بود [۱۵]. محدودیت و ضعف این دسته معادلات باعث شد که در سال ۱۹۶۷ کوزینسکی و مارچینیاک یک مدل ریاضی واقع‌گرایانه موفق را در ناحیه اتساع دو محوری بر اساس معیار تسلیم هیل برای پیش‌بینی و محاسبه کرنش‌های حدی ارائه دهند [۱۲]. بررسی اثر خواص مواد از مواردی بود که در ادامه ارائه مدل M-K مورد توجه محققین قرار گرفت. مطالعه عامل‌های گوناگونی همچون توان کارسختی، ثابت ناهمسان‌گردی، هندسه ابزار، ضریب اصطکاک، حساسیت به نرخ کرنش، اندازه دانه و تغییرات مسیر کرنش که بر روی نمودارهای FLD مؤثر هستند، دیگر مواردی بود که در پیش‌روی محققین قرار داشت. اثر عملیات حرارتی بر نمودار حد شکل‌پذیری ورق توسط درایسدیل<sup>۱۵</sup> و بهرانی<sup>۱۶</sup> جزء دیگر فاکتورهایی بود که مورد مطالعه قرار گرفت [۱۶]. کیفیت سطحی ورق‌ها از دیگر مواردی بود که یاماگوچی<sup>۱۷</sup> و همکارانش به بررسی اثر آن بر حد مجاز کرنش در نمودارهای

که در آن:  $n$ : ضریب سخت شوندگی،  $R$ : ناهمسانگردی و  $\beta = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$  می باشد.

تئوری فوق دارای دو نقطه ضعف می باشد: ۱- صرفاً در ناحیه راست FLC دارای جواب می باشد؛ ۲- برای نسبت ضخامت بالا این تئوری جواب ندارد. این دو مشکل، مشکلی است که تقریباً محققین مختلف به آن اشاره کرده اند. همچنین با حل عددی معادله (۳) با استفاده از تئوری (۲) در شرایط  $\varepsilon_2 \approx 0$  نیز نمی توان جواب به دست آورد که به این مورد صاحبان تئوری و دیگر نویسندگان اشاره ای ننموده اند.

بهبود در مدل M-K با هدف ایجاد تطابق بهتر بین نتایج تجربی و تئوری به ارائه مدل هایی ختم شد که مطالعات انجام شده توسط گنجیانی و عاصم پور در سال ۲۰۰۷ نمونه ای از تلاش های گسترده پژوهشگران است [۲۲ و ۲۳]. مطالعات دقیق انجام شده بر روی رهیافت های حاصل شده در استفاده از دو تئوری سیلان و تغییر شکل پلاستیسیته نشان دهنده ضعف تحلیل های بررسی گلوبی شدن موضعی توأم با حساسیت به وجود نقص است. با این وجود تاکنون توضیحات دقیقی در خصوص نمودارها و خصوصیات حد شکل پذیری، به خصوص بعد از شروع گلوبی شدن موضعی داده نشده است. این مسئله نشان دهنده نیاز به ارائه معادلات مشخصه مناسب تر برای پیش بینی دقیق تر کرنش های حد شکل پذیری ورق ها است. نمونه ای از این معادلات مشخصه پیشرفته را آیفانتیس<sup>۲۲</sup> در سال های ۱۹۸۴ - ۱۹۸۷ پیشنهاد نموده است. در ادامه وی به همراهی زیب<sup>۲۳</sup> در سال ۱۹۸۹ به اصلاح کار قبلی خود پرداخته و معادله ای درجه بالا از گرادیان کرنش بر پایه تنش سیلان یا شرایط سیلانی ماده ارائه داده است [۲۴ و ۲۵]. مؤلفه های گرادیان کرنش تأثیر محسوسی بر ناحیه تغییر شکل موضعی دارد، اما این مؤلفه ها در تعیین حدود تغییر شکل یکنواخت مهم نیستند. از این رو استفاده از معادله مشخصه ای جامع برای توضیح رفتار مواد مختلف در داخل و بیرون ناحیه موضعی شدن تغییر شکل مجاز شمرده شد. بر این اساس، وانگ<sup>۲۴</sup> و همکارانش بر پایه تئوری گرادیان کرنش آیفانتیس، سال ۱۹۹۶ معادله ای ترکیب یافته از تئوری گرادیان کرنشی و روش M-K ارائه دادند که به تحلیل تغییر شکل موضعی و پیش بینی FLD های مربوط به آن منتج شده است [۲۶]. از این رو در پژوهش حاضر به بررسی دیدگاه وجود نقص گرادییانی

زمان به بعد فقط قسمت ضعیف تر نمونه تحت کرنش قرار می گیرد تا اینکه در نهایت گسیختگی صورت گیرد.



شکل ۳- نمونه ای که مارچینیاک و کوزنیسکی استفاده نمودند

کرنش در آغاز این مرحله در ناحیه با ضخامت بیشتر را در واقع کرنش نهایی و یا همان حد نهایی کرنش معرفی نمودند که لحظه شروع این کرنش به صورت ریاضی در رابطه (۲) نشان داده شده است.

$$\Delta \varepsilon_{i_a} \rightarrow 0 \quad (2)$$

مارچینیاک و کوزنیسکی توانستند اثر ناهمسان گردی و توان  $n$  در رابطه توانی تنش- کرنش در فاز پلاستیسیته را بر کرنش نهایی صرفاً در منطقه راست FLC یعنی در منطقه ای که هر دو کرنش مثبت می باشد، برای نسبت ضخامت های متفاوت ( $f = t_b / t_a$ ) به دست آورند.

معادله نهایی که آنها به دست آوردند در معادله (۳) آورده شده است.

$$\frac{du}{u} = \left[ \frac{1}{A+B\varepsilon_2} + \left( Cu - \frac{1}{D+B \int d\varepsilon_2 / \sqrt{(1-u^2)}} \right) \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)}} + E \right] d\varepsilon_2 \quad (3)$$

که مقادیر ثابت معادله فوق به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{aligned} A &= F(R, \beta, n), B = F(n) \\ C &= F(R), D = F(R, \beta) \end{aligned} \quad (4)$$

معیار استفاده شده برای ورود به فاز پلاستیسیته معیار ون- میز قرار داده شده که رابطه میان تنش‌ها به صورت زیر داده شده است.

$$\sigma_s^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 \quad (6)$$

با توجه به ثابت بودن حجم در فرایند شکل‌دهی از معادله زیر برای این مورد استفاده شده است:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

$$\Delta \varepsilon_1 = \ln \frac{dH}{dH_c}; \quad \Delta \varepsilon_2 = \ln \frac{L}{L_c}; \quad \Delta \varepsilon_3 = \ln \frac{S}{S_c} \quad (7)$$

$S_c$  - ضخامت در فاصله  $H_c$ ، پهنا و  $L_c$  - درازا در نمونه قبل از اعمال نیرو و  $H, L, S$  ابعاد پس از اعمال نیرو می‌باشند (شکل ۴).

معیار ون- میز در واقع یک تئوری تسلیم بوده که صرفاً رابطه‌ای میان تنش‌ها را برای لحظه تسلیم بیان می‌کند. برای بررسی فرایند شکل‌دهی یا به طور کلی فاز پلاستیسیته نیاز به رابطه‌ای میان تنش‌ها و کرنش‌ها در هر مرحله‌ای از فرایند می‌باشد که در این تحقیق از قانون جریان لوی- میز<sup>۲۵</sup> که رابطه میان تنش‌های اصلی و کرنش‌ها را بیان می‌کند به صورت زیر استفاده شده است:

$$\alpha = \frac{2\beta + 1}{2 + \beta}, \quad \beta = \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} \quad \left( \alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \quad \beta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) \quad (8)$$

روابط میان تنش‌ها و کرنش‌ها هم‌زمان و با استفاده از معیار ون- میز نشان داده شده است (شکل ۵) که برای نسبت  $0 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ ، در تمامی فرایندها  $-2 \leq \beta \leq 1$  می‌باشد. همچنین برای نمودار تنش-کرنش در تست کشش نیز از رابطه توانی زیر استفاده شده است:

$$\sigma_s = K \bar{\varepsilon}_i^n \quad (9)$$

که در آن

$$\bar{\varepsilon}_i = \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_i \quad (10)$$

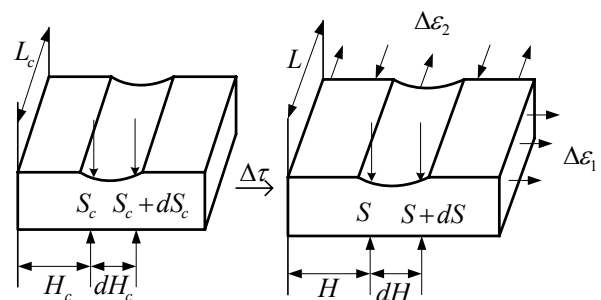
$$\varepsilon_0 = \sum_{i=0}^n \Delta \varepsilon_i \quad (11)$$

$$\Delta \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\Delta \varepsilon_1^2 + \Delta \varepsilon_1 \Delta \varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_2^2} \quad (12)$$

در نمونه‌های روش M-K پرداخته شده است که علاوه بر رفع دو ضعف ذکر شده، رویکردی جدید و ساده را ارائه داده است.

### تئوری

نمونه‌های واقعی ورقه‌های فلزی معمولاً دارای پستی و بلندی به صورت سینوسی می‌باشند که به همین دلیل نمونه انتخاب شده یک ورقه می‌باشد که دارای ناهمگنی به صورت کاهش ضخامت که به صورت تابعی سینوسی از ضخامت همگن تعریف شده می‌باشد که تحت تأثیر تنش دوبعدی به صورت  $0 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$  قرار گرفته است [۲۰] (شکل ۳).



شکل ۴- نمونه مورد بررسی:

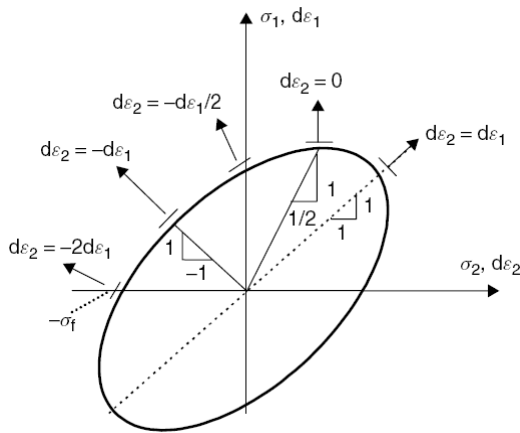
قبل و پس از بارگذاری در بازه زمانی  $\Delta \tau$

شیب تغییرات ضخامت در قسمت ناهمگن کم بوده و در نقطه وسط شیب صفر و در واقع می‌نیم ضخامت در این نقطه می‌باشد که پارامتر ناهمگنی  $f$  برای این نقطه تعریف شده است. در اثر اعمال نیرو هر دو ناحیه تحت کرنش قرار گرفته و با توجه به کاهش ضخامت، در محدوده ناهمگنی کاهش ضخامت ناگهانی اتفاق می‌افتد که در واقع شروع تمرکز تنش می‌باشد. لحظه شروع این تمرکز تنش و در واقع مدل ریاضی این ایده را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\frac{dS}{dH} \rightarrow \pm \infty \quad (5)$$

در واقع می‌توان گفت زمانی که شیب در یکی از مجموعه نقاط ناهمگنی به سمت بی‌نهایت میل کند، این مرحله از فرایند آغاز مرحله تمرکز تنش در آن نقطه بوده که ادامه فرایند هرچند هنوز منجر به شکست نشده است، اما برای ساخت قطعات مناسب نیست و در صورت پیشروی، قطعه به دست آمده معیوب است یا به اصطلاح، فنی نمی‌باشد.

تنش در قسمتی که دارای ضخامت کمتر می باشد اتفاق می افتد و این تئوری بیان می کند که در این لحظه شیب تغییرات ضخامت نسبت به طول به صورت ناگهانی شروع به افزایش می کند. کرنش های به وجود آمده در این لحظه را می توان کرنش های نهایی دانست.



شکل ۵- قانون جریان لوی - میززا اعمال شده با معیار ون - میززا [۲۰]

### روش حل

معادله (۱۳) یک معادله دیفرانسیل معمولی است که این معادله به همراه شرط مطرح شده در معادله (۵) به روش های مختلف تحلیلی و یا عددی می تواند بررسی شود. در این مقاله صرفاً روش زیر مورد بررسی قرار گرفته است:

معادله با استفاده از روش عددی (تقریب) آدامز حل شده است و در هر مرحله تغییر ضخامت نسبت به طول با مرحله قبل مقایسه و در مرحله ای که رشد ناگهانی اتفاق می افتد، کرنش های محاسبه شده است در منطقه با ضخامت همگن در حکم کرنش های نهایی مجاز شناخته شده و برای بارگذاری های متفاوت ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) محاسبات برای دو آلیاژ فولادی AK-Steel که مشخصات آن توسط وانگ به دست آمده است (جدول ۱) و گستره ای از نسبت کمینه ضخامت به ضخامت همگن "F" انجام شده و در نهایت کرنش ها بر حسب یکدیگر رسم شده است (شکل ۶) که یکی از رایج ترین روش ها برای این گونه مسائل می باشد [۶]. همانگونه که ذکر شده است، ناهمگنی ضخامتی در این مدل به صورت یک تابع سینوسی می باشد که معادله (۱۴) نشان دهنده این تابع است.

که در این معادلات، n نمای کارسختی، K ضریب کار سختی و اندیس i نماینده شدت کرنش و اندیس 0 نمایانگر کرنش اولیه می باشد.

همچنین،  $\eta$  - مرحله فرایند و  $\varepsilon_0$  - کرنش اولیه در نمونه می باشد. در نهایت ۱۱ معادله و ۱۱ مجهول،  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_s, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \Delta \varepsilon_i, \bar{\varepsilon}_i, S, L, H$  بدست می آید. با جایگذاری این معادلات در یکدیگر، معادله (۱۳) حاصل شده است.

$$\frac{dS}{dH} = \frac{-\frac{4\sigma_s^2 n G'}{3\bar{\varepsilon}_i \Delta \varepsilon_i} - \sigma_1 B'(2\sigma_2 - \sigma_1) - \frac{2\sigma_s^2 n}{\bar{\varepsilon}_i} \frac{d\varepsilon_0}{dH}}{D' \frac{\sigma_1}{S} - \sigma_1 C'(2\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{4\sigma_s^2 n (2\Delta \varepsilon_3 + \Delta \varepsilon_2)}{3S\bar{\varepsilon}_i \Delta \varepsilon_i}} \quad (13)$$

که در آن  $G', D', B', C'$  ضرایبی هستند که به هندسه نمونه و نحوه بارگذاری بستگی دارند.

$$\begin{aligned} dH &= \frac{S_c L_c dH_c}{LS} \\ B' &= \left( \frac{3\Delta \varepsilon_2}{S_c} \frac{dS_c}{dH} \right) \frac{1}{(-2\Delta \varepsilon_3 - \Delta \varepsilon_2)^2} \\ C' &= \frac{3\Delta \varepsilon_2}{S(-2\Delta \varepsilon_3 - \Delta \varepsilon_2)^2} \\ D' &= 2\sigma_1 - \sigma_2 + A(2\sigma_2 - \sigma_1) \end{aligned} \quad (14)$$

$$G' = -(2\Delta \varepsilon_3 + \Delta \varepsilon_2) \frac{1}{S_c} \frac{dS_c}{dH}$$

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

$$\sigma_1 = +\sqrt{\frac{\sigma_s^2}{\alpha^2 - \alpha + 1}}$$

$$\sigma_2 = \pm \sqrt{\frac{\sigma_s^2 \alpha^2}{\alpha^2 - \alpha + 1}}$$

معادله فوق یک معادله دیفرانسیل معمولی می باشد که تغییرات ضخامت صفحه را بر اساس طول آن بیان می کند. با اعمال نیرو در دو جهت عمود بر هم، کرنش ابتدا در کل صفحه به وجود می آید که میزان آن بستگی به نسبت بارگذاری در دو جهت دارد. آنچه مسلم است این است که پس از مدتی تمرکز

$$S = S_c - A(\sin(\pi.X)) \quad (15)$$

جدول ۱- خواص مکانیکی دو آلیاژ AK Steel [۲۶]

ماده	ضریب سخت‌شوندگی	ضریب ناهمسانگردی	تنش تسلیم (MPa)	ضخامت (mm)
۱	۰/۴	۱	۱۸۶	۱/۰
۲	۰/۲۴	۱	۱۸۶	۱/۰

در این تابع،  $A$  تعیین‌کننده کمینه ضخامت موجود که در واقع نقطه وسط موج سینوسی (منطقه‌ای که ضخامت کاهش یافته است) می‌باشد. برای  $A=0.1$  نسبت کمینه ضخامت به ضخامت همگن برابر با ۰.۹ و برای  $A=0.05$  این نسبت برابر با ۰.۹۵ می‌باشد. ضخامت نمونه انتخاب شده برابر با  $(S_c=1)$  و طول آن برابر با ۳ واحد در نظر گرفته شده که ۱ واحد آن در محدوده ضخامت ناهمگن و ۲ واحد در محدوده ضخامت همگن (به نسبت مساوی در دو طرف) واقع شده است. برای مشاهده بهتر و مقایسه چگونگی تغییرات ضخامت و طول، در شکل (۶) محور افقی برای پهنا و محور عمودی برای ضخامت در نظر گرفته شده است. برای راحتی مشاهدات، نقطه صفر در مرکز ناحیه ناهمگن قرار داده شده است. در واقع  $X$  طول قسمت فرورفته (بخش دارای ضخامت ناهمگن) می‌باشد که از ۰.۰ (نقطه شروع) تا ۱.۰ (نقطه پایانی) ادامه دارد. زمانی که  $X=0$  باشد، طبق رابطه (۱۴)  $S=S_c$  بوده و زمانی که  $X=0.5$  باشد،  $S=S_c-A$  و دوباره زمانی که  $X=1$  باشد،  $S=S_c$  می‌شود (برای مشاهده بهتر در تحلیل نتایج، و صرفاً جهت نمایش،  $X$  به اندازه ۰.۵- شیفت داده شده است بطوریکه نقطه وسط همیشه در  $X=0$  باقی بماند). (در شکل ۶). تعداد نقاطی که برای منطقه ناهمگن در نظر گرفته شده برابر با ۵۰۰ و به تبع آن ۵۰۰ نقطه قبل و ۵۰۰ نقطه بعد از آن که مجموعاً کل نمونه به ۱۵۰۰ قسمت مساوی تقسیم‌بندی شده است. با توجه به هندسه شکل و رابطه ارائه‌شده برای منطقه ناهمگن، ضخامت در کل نمونه مشخص می‌باشد که در روش آدامز این ضخامت به مشابه ضخامت اولیه در نظر گرفته می‌شود. با فرض ثابت بودن کرنش در راستای پهنا در کل طول نمونه، ابتدا کاهش ضخامت ۲٪ برای اولین نقطه بعد از مدت زمان  $\Delta t$  در نظر گرفته شده است (این به این معنی است که بعد از این زمان ضخامت در اولین نقطه و به تبع آن کرنش مربوطه  $d\epsilon_3$  در حکم شرایط مرزی ارائه شده است). با داشتن نسبت تنش‌ها و استفاده از قانون لوی میزز و قانون حجم ثابت، تمامی

کرنش‌ها به‌دست می‌آیند. در هر مرحله ابتدا معادله (۱۳) را حل کرده سپس با استفاده از روش آدامز ضخامت جدید در هر مقطع به‌دست می‌آید. این عمل آن‌قدر تکرار می‌شود تا اینکه شرط معادله (۴) برقرار گردد. روند تغییر ضخامت در چندین مرحله در شکل (۶) نشان داده شده است. در این منحنی محور افقی معرف طول نمونه (نقطه وسط و یا در واقع نقطه‌ای که می‌نیم ضخامت در آن تعریف شده با عدد ۰ نشان داده شده است) و محور عمودی ضخامت نمونه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل پیداست در مرحله بدون بارگذاری ( $T=0$ )، نمونه دارای طول ۳ میلی‌متر و ضخامت ۱ میلی‌متر بوده که بعد از بارگذاری روند کاهش ضخامت و افزایش طول تا مرحله‌ای (مرحله ۶) یک روال عادی را طی کرده است. در ادامه ( $T=34$ ) بلافاصله یک کاهش ضخامت و یا در واقع تغییرات شیب ناگهانی شروع شده که در مرحله بعدی ( $T=35$ ) این کاهش ضخامت بسیار محسوس بوده طوری که یک کاهش ضخامت ۳۰٪ و افزایش شیب بسیار زیاد اتفاق افتاده است. این تئوری این مرحله و این نقطه را در حکم نقطه شروع تمرکز تنش (برقراری شرط معادله ۵) و در واقع نقطه پایان فرایند معرفی می‌نماید و در این صورت کرنش‌های مرحله قبل در حکم کرنش نهایی برای یک نسبت معین و ثابت تنش در نظر گرفته می‌شود. با تکرار این عمل برای نسبت‌های مختلف تنش‌ها ( $0 \leq \sigma_2 / \sigma_1 \leq 1$ )، نمودار کرنش‌ها ( $\epsilon_1, \epsilon_2$ ) بر حسب یکدیگر را می‌توان رسم کرد که این نمودار در شکل (۷) برای یک فولاد با  $n=0.24$  و نسبت ناهمگنی ضخامتی مختلف (نسبت کمینه ضخامت به ضخامت همگن) رسم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود تئوری توانسته است تمام نسبت تنش‌های محتمل در فرایند ساخت قطعه را پیش‌بینی نماید. به‌علاوه آنچه این منحنی نشان می‌دهد این است که با افزایش نسبت ناهمگنی، محدوده ایمن برای تولید کمتر شده است و پایین‌تر آمدن حد نهایی کرنش مجاز می‌باشد و این پدیده با واقعیات موجود همخوانی دارد.

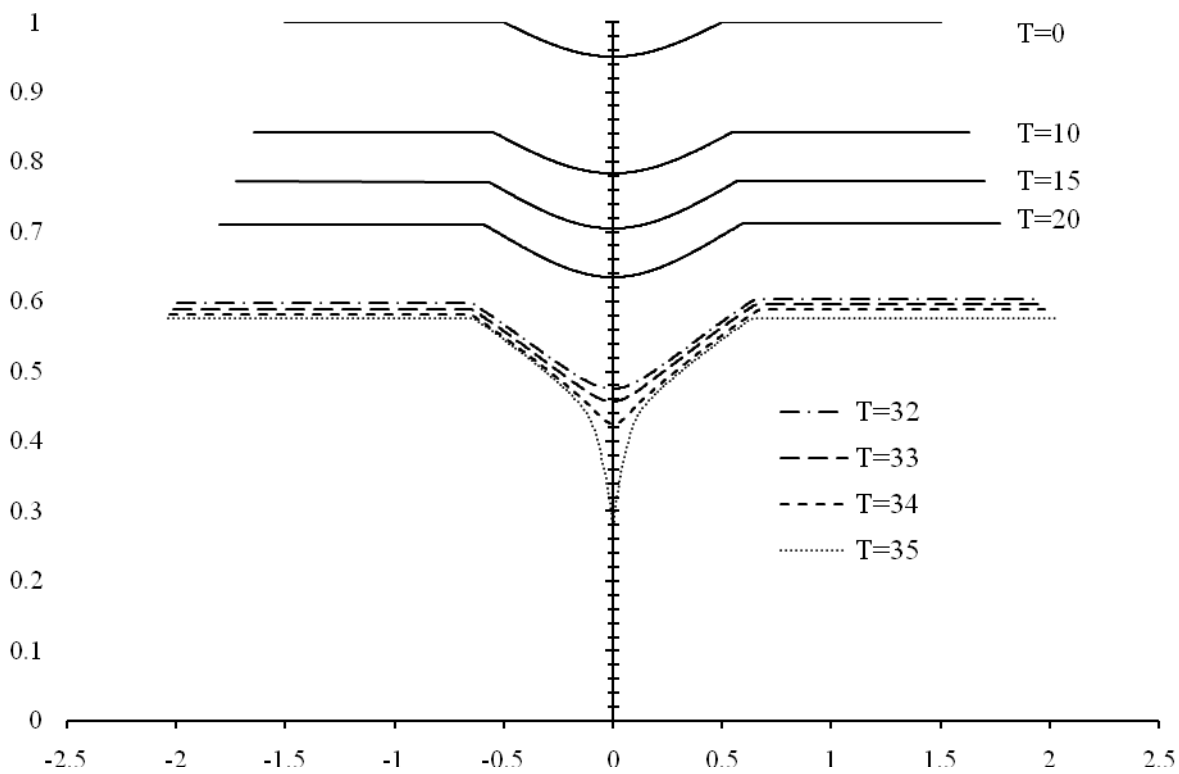
برای اطمینان از عملکرد تئوری، نتایج به‌دست آمده با جواب‌های به‌دست آمده از حل معادله مارچینیاک و کوزنینسکی و نتایج حاصل از آزمایش‌ها مقایسه گردیده است [۲۶] (شکل‌های (۸) و (۹)).

## نتایج و بحث

جواب‌های حاصل از تئوری مارچینیاک و کوزننسکی که یکی از موفق‌ترین تئوری‌ها می‌باشد، فقط در محدوده کرنش‌های مثبت قابل بررسی است. در صورتی که با توجه به شکل‌های (۸) و (۹) نتیجه گرفته می‌شود که تئوری جدید نه تنها تطابق خوبی با این تئوری دارد بلکه توانسته در تمامی حالت‌های محتمل در فرایندهای شکل‌دهی، حد نهایی کرنش‌ها را پیش‌بینی نماید.

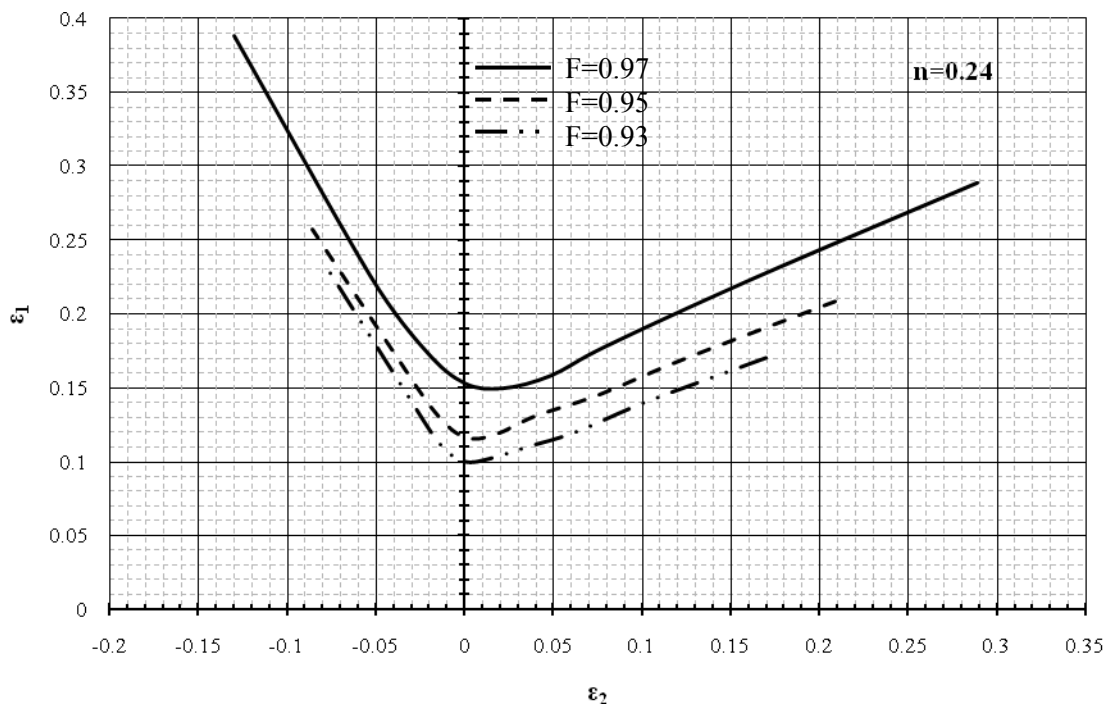
این تئوری یک معادله کلی ارائه می‌دهد که صرفاً با داشتن پارامترهای  $n$  و  $k$  که با استفاده از تست کشش برای هر آلیاژی می‌توان به دست آورد، می‌توان کرنش نهایی مجاز را پیش‌بینی کرد که اینها همه از مزایای این روش محسوب می‌شود. این روش را می‌توان برای تمامی روش‌های شکل‌دهی ورق توسعه داد. اگر چه این تئوری برای یک صفحه تخت به دست آمده است، اما توسعه آن برای شکل‌دهی در شرایط

تقارن محوری بسیار راحت بوده و همچنین با داشتن اصطکاک می‌توان نیروی لازم برای فرایند شکل‌دهی را نیز محاسبه نمود. امروزه از نرم‌افزارهای زیادی برای فرایند شکل‌دهی استفاده می‌شود، البته استفاده از این نرم‌افزارها به دلیل نیاز به دانش بالا و دقیق بودن مدل‌ها مشکل است. اما استفاده از این تئوری نه تنها برای حد نهایی کرنش مجاز برای فرایندهای ساده بسیار راحت است، بلکه با توجه به دقت بسیار بالا و گستردگی دامنه آن همچنین با توجه به یکپارچه بودن سیستم CAD-CAM در کلیه مراحل طراحی و ساخت [۲۷] می‌توان آن را در حکم زیرشاخه‌ای از نرم‌افزار معتبر پیشنهاد کرد. همچنین با توجه به استفاده وسیع از روش شکل‌دهی فلزات ورقه‌ای در وسایل پرنده و پیچیده بودن قطعات در صنعت هوایی که معمولاً پرس‌های سرد در ساخت آنها کارایی ندارد، توسعه این تئوری در بخش سوپرپلاستیسیته و اثر سرعت کرنش و درجه حرارت در فرایند شکل‌دهی می‌تواند گام مؤثری در این زمینه محسوب گردد.

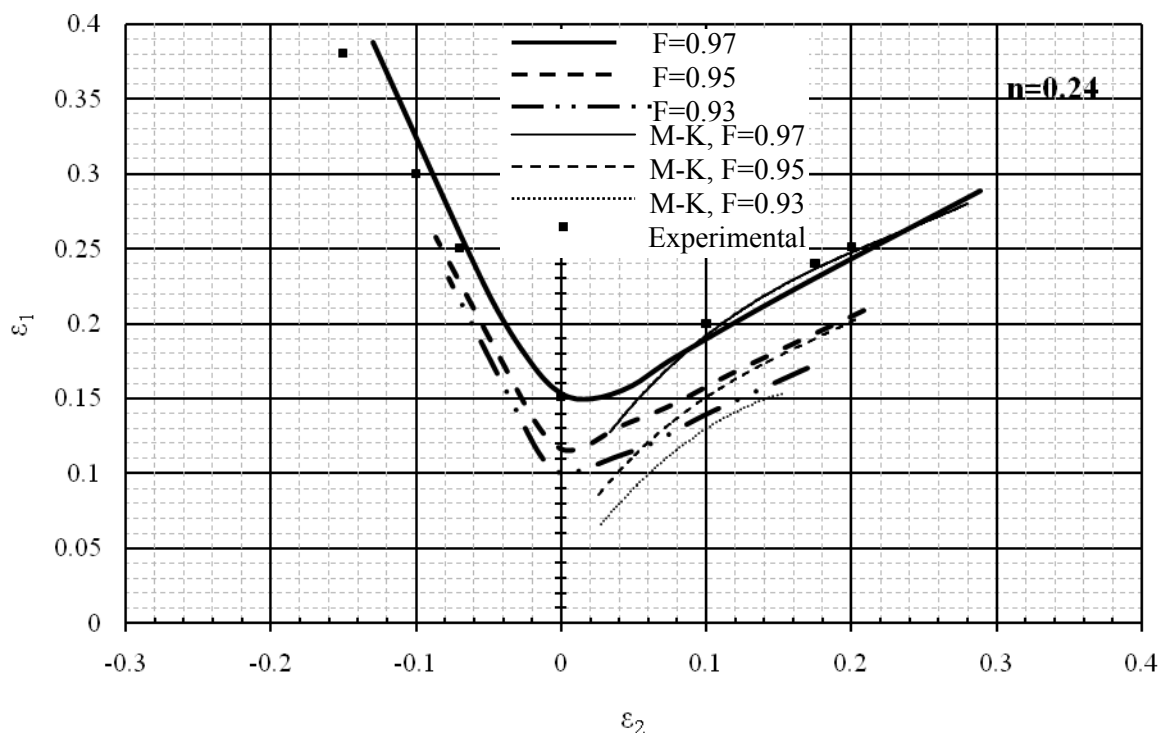


شکل ۶- منحنی تغییر ضخامت در مراحل مختلف فرایند

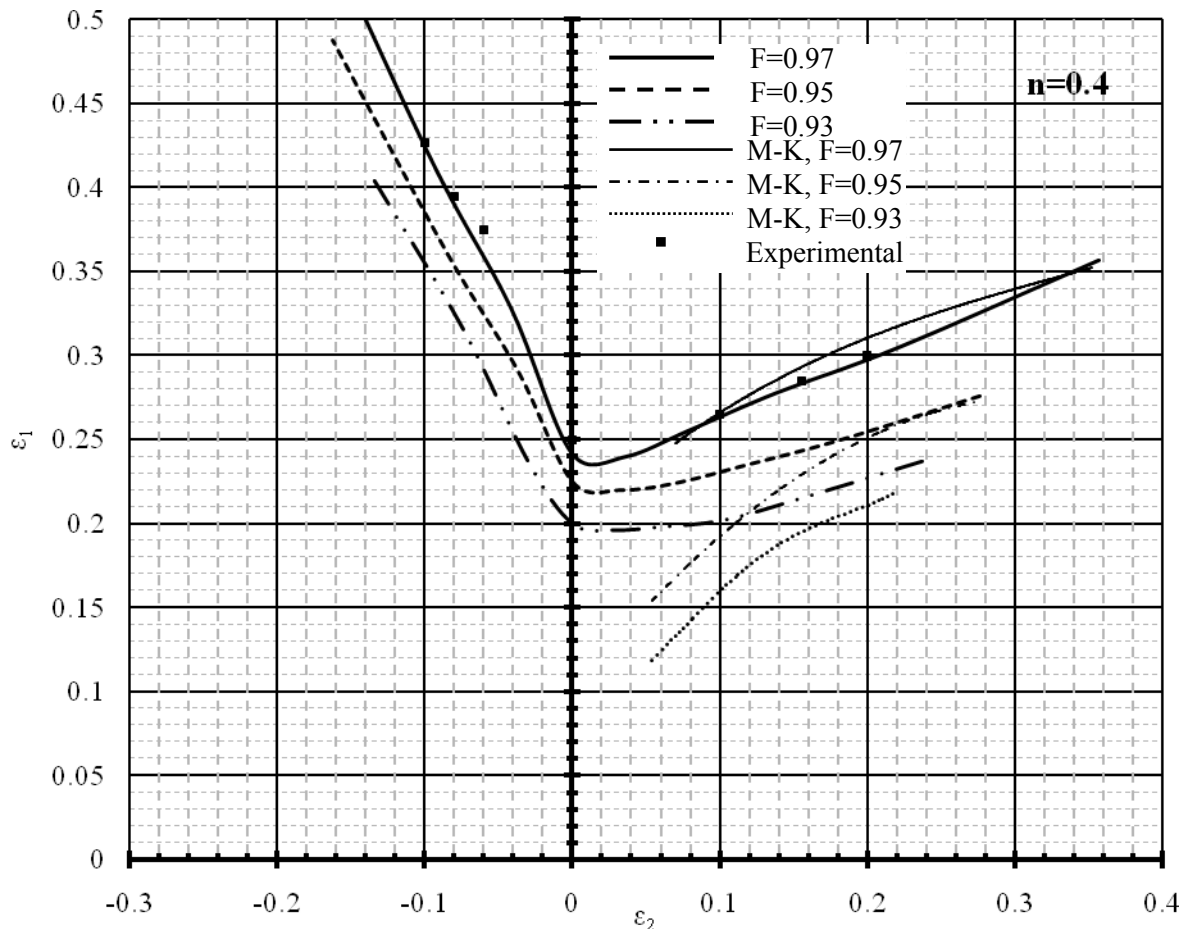




شکل ۷- منحنی حد نهایی کرنش به‌دست آمده از حل معادله برای نسبت ناهمگنی ضخامتی مختلف برای  $n=0.24$



شکل ۸- مقایسه منحنی حد نهایی کرنش به‌دست آمده از تئوری ارائه شده با تئوری M-K در نسبت ناهمسان‌گردی ضخامتی مختلف و نتایج آزمایشگاهی برای فولاد با  $n=0.24$



شکل ۹- مقایسه منحنی حد نهایی کرنش به دست آمده از تئوری ارائه داده شده با تئوری M-K در نسبت ناهمسان گردی ضخامتی مختلف و نتایج آزمایشگاهی برای فولاد با  $n=0.4$

- ۲۲ Aifantis  
۲۳ Zbib  
۲۴ Wang  
۲۵ Levy-Mises Flow Rule

پی نوشتها

#### منابع و مراجع

- |   |   |
|---|---|
| <p>[1] Vos, M., Phd Thesis, "Modern Material Laws Used In The Simulation Of The Forming Of Aluminium Alloys", Technical University Cluj – Napoca, 2006.</p> <p>[2] Sachs, G., Lubahn, I.D., "Failure of Ductile Metals in Tension", TRANS. ASME, Vol. 68, No 4, 1990.</p> <p>[3] Bressan, J.D., "Influence Of Thickness Size In Sheet Metal Forming", Int J Mater Form, Supply 1:117 –119, DOI 10.1007/S12289-008-0030-3, 2008.</p> <p>[4] Sachs, G., Lubahn, I.D., "Failure of Ductile Metals in Tension", TRANS. ASME, Vol. 68, No 4, May, pp. 271-276, 1946,</p> | <p>۱ Anisotropy<br/>۲ I.D Lubahn<br/>۳ G Sachs<br/>۴ Gensamer<br/>۵ Keeler<br/>۶ Backofen<br/>۷ Goodwin<br/>۸ Gosh<br/>۹ Hasek<br/>۱۰ Marciniak- Kuczynski<br/>۱۱ Nakazima<br/>۱۲ Swift<br/>۱۳ Barata Da Rocha<br/>۱۴ Hill<br/>۱۵ Drysdale<br/>۱۶ Bahrani<br/>۱۷ Yamaguchi<br/>۱۸ Hecker<br/>۱۹ Raghavan<br/>۲۰ Hutchinson<br/>۲۱ Neale</p> |
|---|---|

- [19] Raghavan, K.S., "A Simple Technique to Generate in-Plane Forming Limit Curves and Selected Applications", Metall. Trans. A, Vol.26A, pp.2075-2084, 1995.
- [20] Schenk, O., Hillmann, M., "Optimal Design Of Metal Forming Die Surfaces with Evolution Strategies", Journal Computer & Structure, Vol. 82, No 1. Ctp. 15-18, 2008.
- [21] Hutchinson, J.W., Neale, K.W., Sheet Necking-III. "Strain-Rate Effects, In: Koistinen, D.P., Wang, N.M. (Eds.), Mechanics of Sheet Metal Forming", Plenum Press, New York, pp. 269-285, 1978.
- [22] Ganjiani, M., Assempour, A., "An Improved Analytical Approach for Determination of Forming Limit Diagrams Considering the Effects of Yield Functions", J. Mater. Process. Technol, Vol.182, pp. 598-607, 2007.
- [23] Assempour, R. Hashemi, K. Abrinia, M., Ganjiani, E., Masoumi, "A methodology for prediction of forming limit stress diagrams considering the strain path effect", Computational Materials Science, Vol.45, pp. 195-204, 2009.
- [24] Aifantis, E.C., "The Physics of Plastic Deformation", Int. J. Plasticity, 3, pp. 211-247, 1987.
- [25] Zbib, H.M., Aifantis, E.C., "A Gradient-Dependent Flow Theory of Plasticity: Application to Metal and Soil Instabilities", Appl. Mech. Rev., Vol.42, pp. 295-304, 1989.
- [26] Wang, Y.W., Majlessi, S.A., Ning, I., Aifantis, E.C., "The Strain Gradient Approach for Deformation Localization and Forming Limit Diagrams", Mech. Behav. Mater. Vol.7, pp. 265-292, 1996.
- [27] Schenk, O., Hillmann, M., "Optimal Design Of Metal Forming Die Surfaces with Evolution Strategies", Journal Computer & Structure, Vol. 82, Issues 20-21, pp. 1695-1705, August 2004.
- [5] Gensamer, M., "Strength And Ductility", Trans. ASM, 1946.
- [6] Keeler, S.P., Backofen, W.A., "Plastic Instability and Fracture in Sheets Stretched Over Rigid Punches", Transactions of the ASM, Vol. 56, pp.25-48, 1963.
- [7] Goodwin, G.M., "Application of Strain Analysis to Sheet Metal Forming in the Press Shop", SAE Paper No. 680093, 1968.
- [8] Gosh, A.K., "A Criterion for Ductile Fracture in Sheets under Biaxial Loading", Metal. Transactions, 7 A, pp.523-533, 1976.
- [9] Hasek, V.V., "Untersuchung Und Theoretische Beschreibung Wichtiger Einfluljgroljen Auf Das Grenzformanderungsschaubild". Teil 1-3. Blech Rohre Profile 25, pp. 213- 220, 1978.
- [10] Hasek, V.V., "Untersuchung Und Theoretische Beschreibung Wichtiger Einfluljgroljen Auf Das Grenzformanderungsschaubild", Teil 2. Blech Rohre Profile 25, pp.285- 292, 1978.
- [11] Hasek, V.V., "Untersuchung Und Theoretische Beschreibung Wichtiger Einfluljgroljen Auf Das Grenzformanderungsschaubild", Teil 2. Blech Rohre Profile 25, pp.285-292, 1978
- [12] Marciniak, Z., Kuczynski, K., "Limits Strains in the Processes of Stretch-Forming Sheet Metal", Int. J. Mech. Sci. Vol. 9, pp. 609-620, 1967.
- [13] Nakazima, K., Kikuma, T., Asaku, K., "Study On the Formability of Steel Sheet", Yawata Technical Report 264, 1968
- [14] Lange, K., "Handbuch Der Umformtechnik", Band 3: Blechbearbeitung. Springer-Verlag Berlin.
- [15] Barata Da Rocha, A., Barlat, F., Jalinier, J.M., "Prediction of the Forming Limit Diagrams of Anisotropic Sheets in Linear and Non-Linear Loading", J. Mater. Sci. Eng. Vol.68, pp.151-164, 1984.
- [16] Drysdale, R.J., Bahrani, A.S., "The Effect of Annealing Processes on the Limit Strains of an Al Alloy", J. Mech. Work. Technol. Vol.11, pp.105-114, 1985.
- [17] Yamaguchi, K., Takakura, N., Iamatani, S., "Increase in Forming Limit of Sheet Metals by Removal of Surface Roughening with Plastic Strain", J. Mater. Process. Technol. Vol.48, pp. 27-34, 1995.
- [18] Hecker, S.S., "Formability of HSLA Steel Sheets", Metal Eng. Quart, pp. 42-48, August 1973.